

La proportionnalité au CM2

Séquence

**Préparation
de séances**

**Travaux
d'élèves**

Christine Boutillier

Claire Delannoy

Aurélien Dubois

Alain Baranowski

janvier 2014

La proportionnalité au CM2

Les programmes

Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et notamment des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unité, en utilisant des procédures variées (dont la “règle de trois”).

Palier 2 du socle commun

Résoudre un problème mettant en jeu une situation de proportionnalité

La proportionnalité - séance 1

Objectif d'apprentissage :

- Comprendre qu'agrandir, c'est respecter les proportions.

Activité et production attendue :

- Agrandissement d'un puzzle (coefficient 1,5x).

Différenciation :

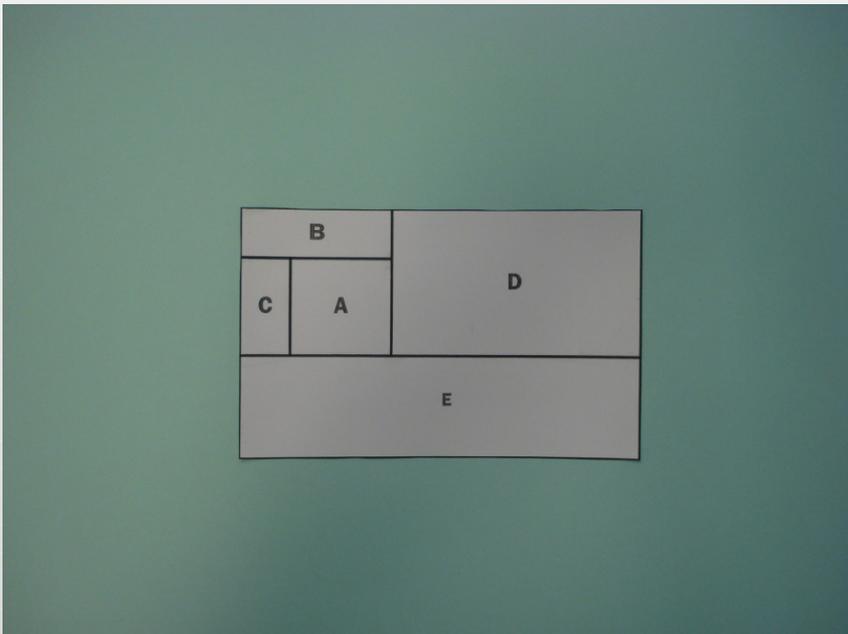
- Pièces de différentes formes selon le niveau des élèves.

Evaluation :

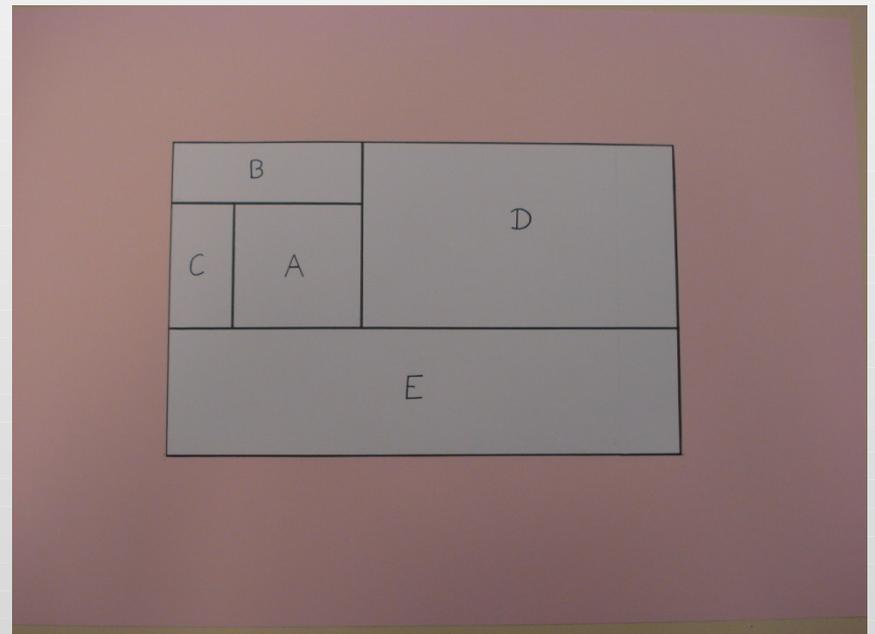
- Réussite de l'agrandissement du puzzle par les groupes.

MATERIEL

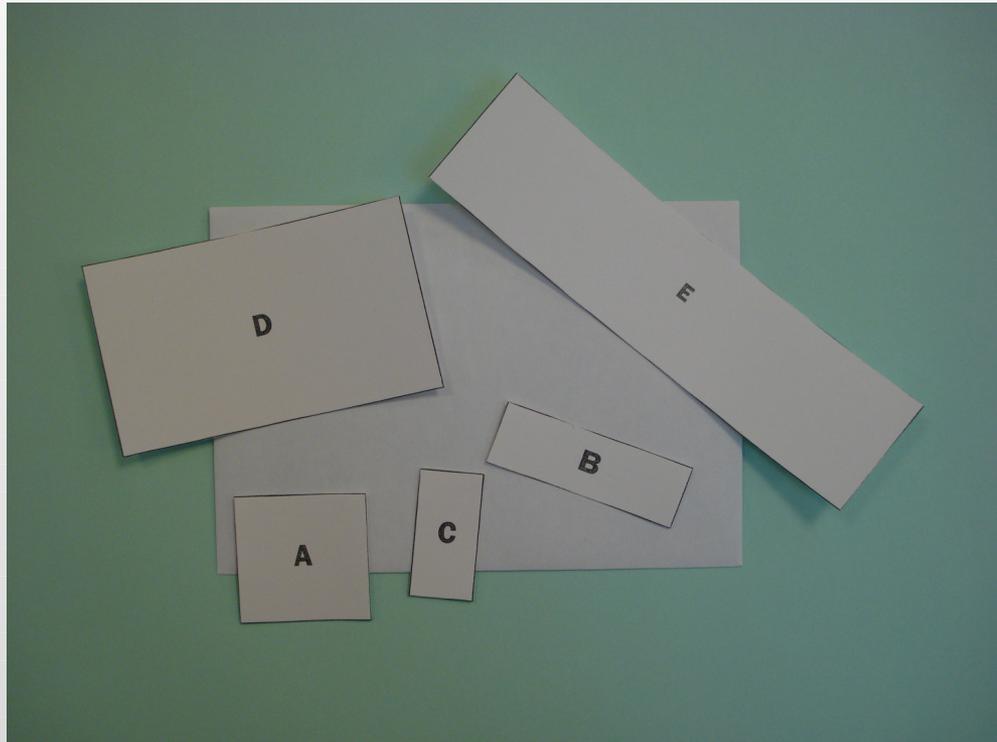
Un petit puzzle affiché au tableau



Un puzzle agrandi avec un coefficient 1.5 affiché au tableau



Un petit puzzle découpé par groupe dans une enveloppe

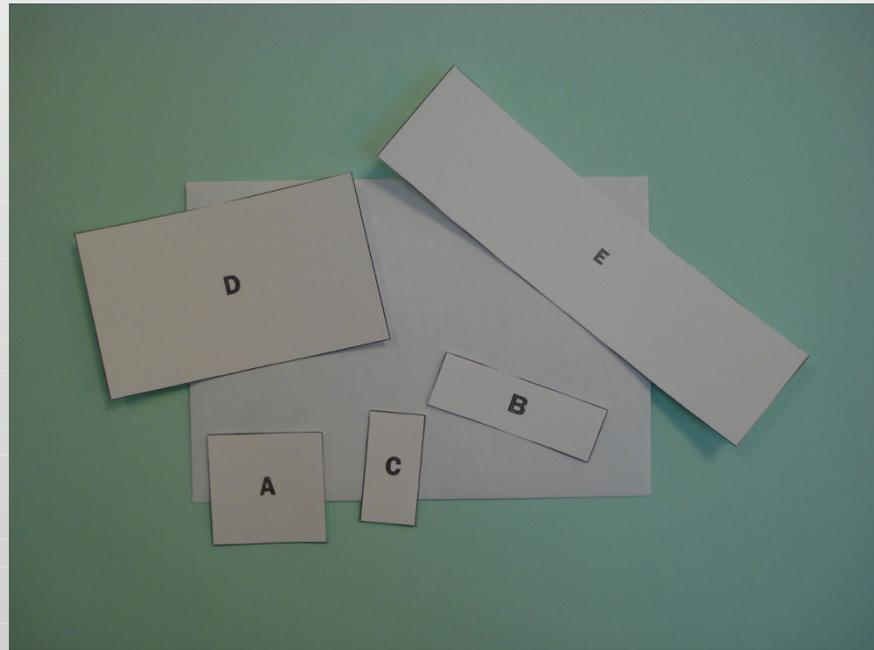


Du papier quadrillé ou du papier blanc,
une règle, un crayon de bois, une gomme par enfant

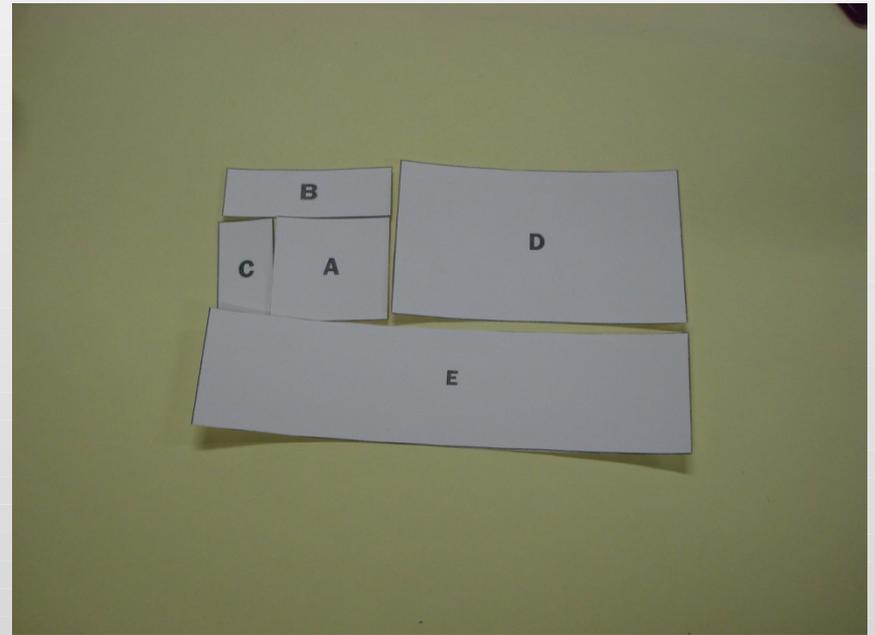
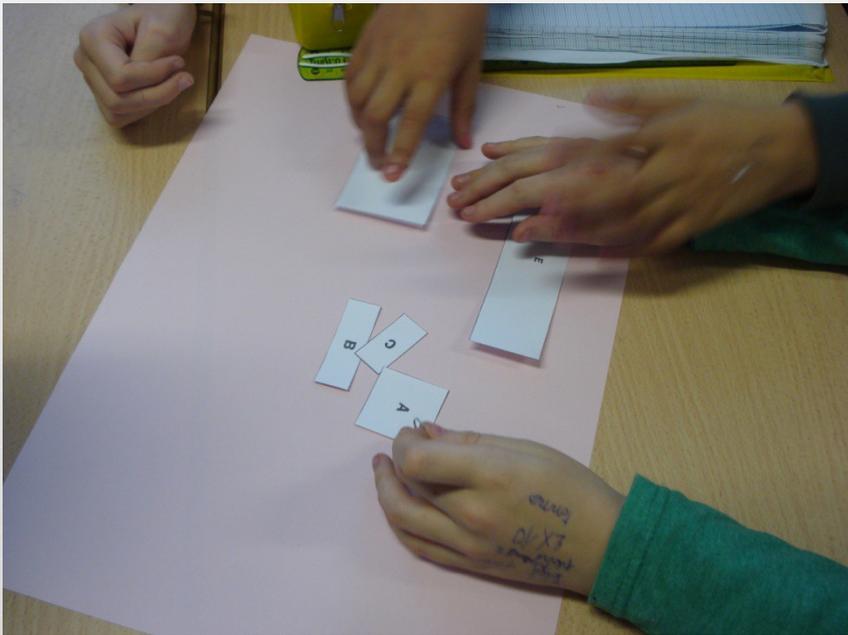


PHASE 1: présentation du puzzle

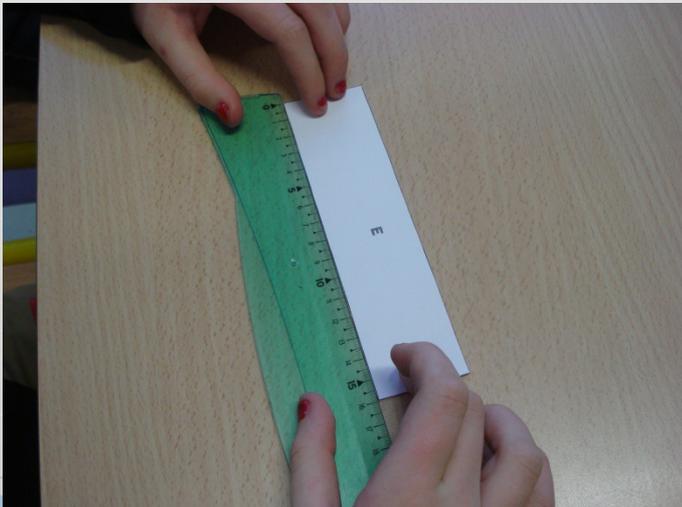
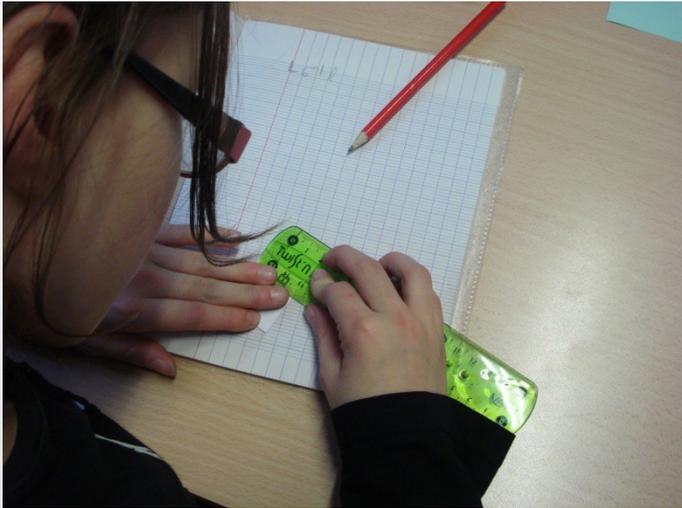
- Répartition homogène ou hétérogène des élèves par groupe de 4.
- Chaque groupe reçoit un puzzle découpé dans une enveloppe.



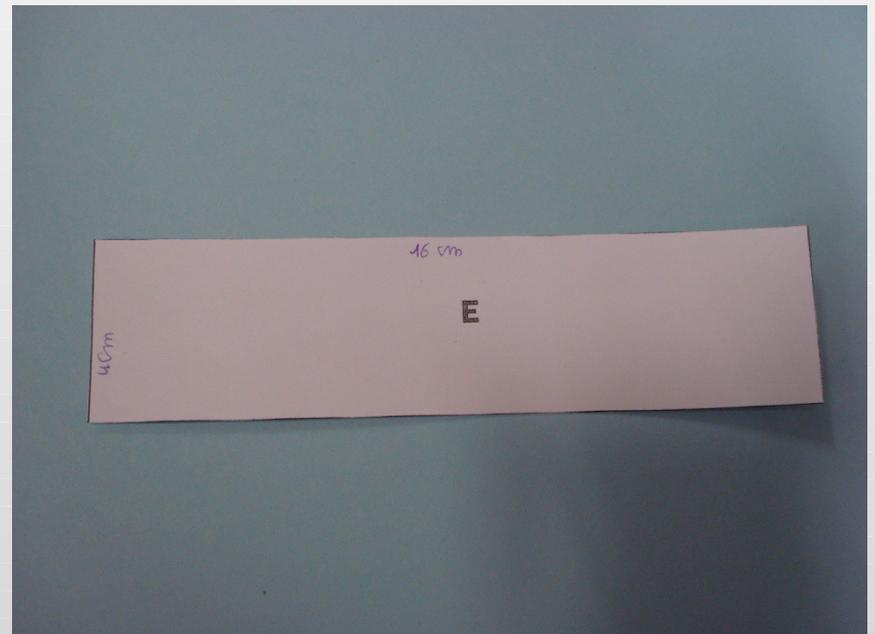
-
- Les élèves reconstituent le puzzle en observant celui affiché au tableau.



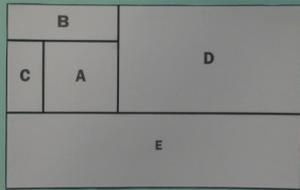
- Les élèves prennent chacun une pièce du puzzle et mesurent les dimensions exactes.
-



- Ils écrivent les dimensions en cm sur chaque pièce.



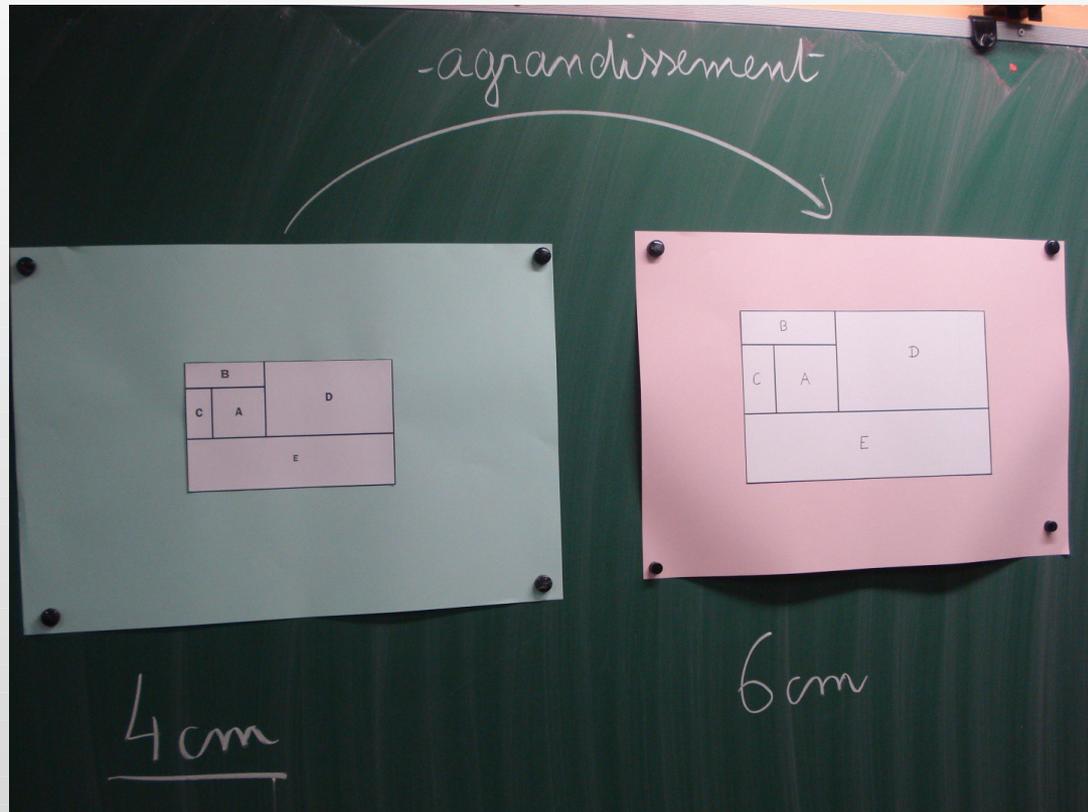
Les mesures sont vérifiées collectivement et notées au tableau



- ▶ **Pièce A** : 4 cm de côté
- ▶ **Pièce B** : longueur \rightarrow 2cm
largeur \rightarrow 6cm
- ▶ **Pièce C** : longueur \rightarrow 4cm
largeur \rightarrow 2 cm
- ▶ **Pièce D** : longueur \rightarrow 10 cm
largeur \rightarrow 6 cm
- ▶ **Pièce E** : longueur \rightarrow 16 cm
largeur \rightarrow 4 cm



PHASE 2: exposition de la situation problème et recherche.



Consigne

« Faites le même agrandissement en suivant cette consigne:

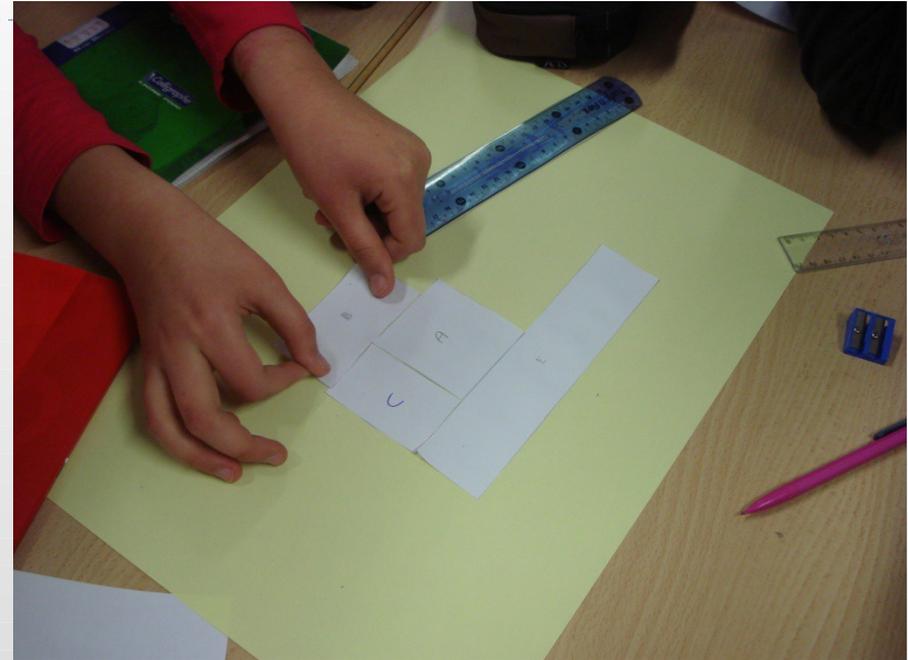
4 cm sur le petit puzzle correspondent à 6 cm sur le puzzle agrandi. »

Recherche : travail de groupe

1. Concertation au sein du groupe pour se mettre d'accord sur une manière de faire.
2. Réalisation individuelle de chaque pièce.



3. Essai de reconstitution du puzzle.



4. Echanges à l'intérieur du groupe sur le résultat obtenu et la méthode utilisée.



productions des élèves, argumentation, justification.

2 possibilités

Aucun groupe n'a réussi à agrandir le puzzle

Mise en commun pour mettre en évidence les méthodes qui ne fonctionnent pas.

Relance du travail de recherche

Certains groupes ont réussi à agrandir le puzzle.

Mise en commun pour comparer les différentes méthodes utilisées.

Phase d'institutionnalisation

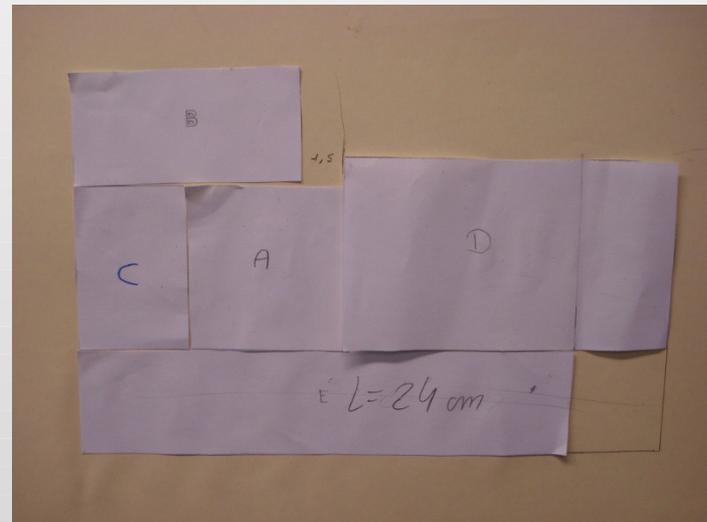
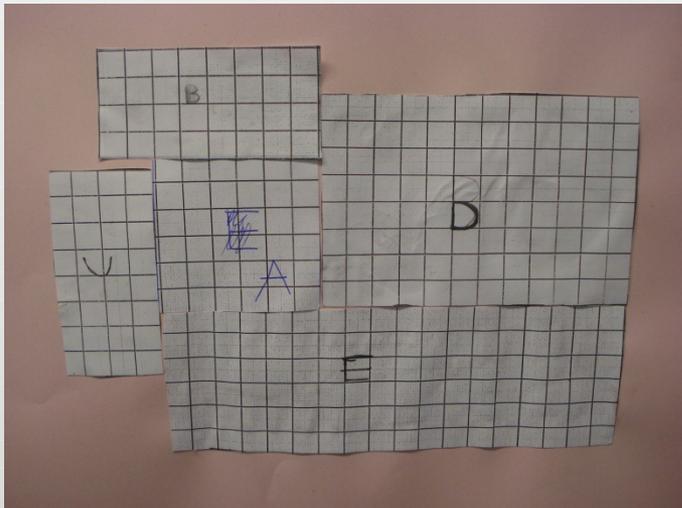


Première mise en commun : mettre en évidence les méthodes qui ne fonctionnent pas.

Erreur la plus fréquente : les élèves ajoutent 2 à chaque mesure.



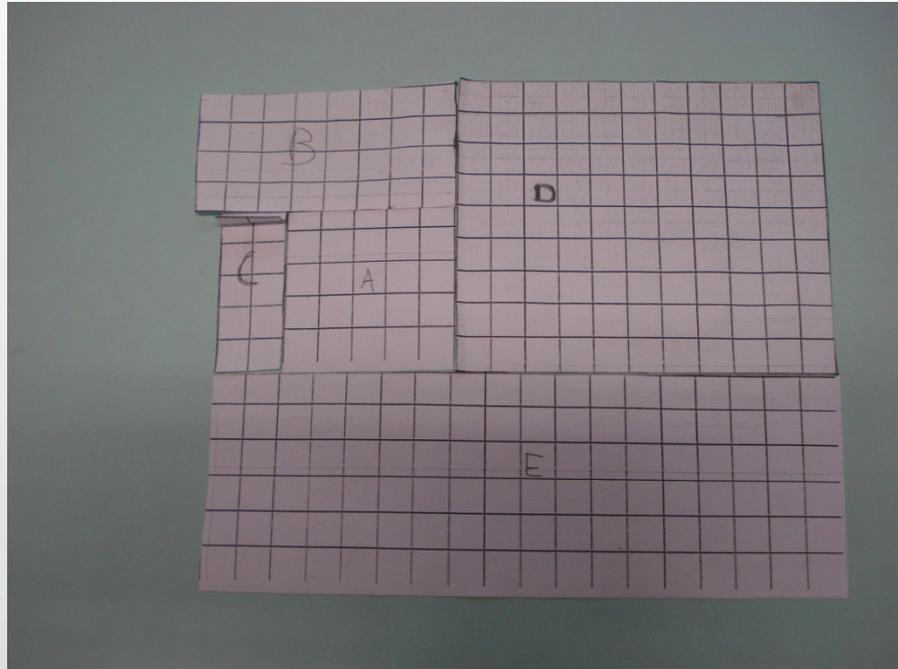
Blocage: la méthode ne fonctionne pas.



AJOUTER 2 A CHAQUE COTE NE PERMET PAS D'AGRANDIR

AGRANDIR, CE N'EST PAS AJOUTER LE MEME NOMBRE

Autre erreur observée:
ajouter des mesures différentes à chaque côté un peu au « hasard »



Autre erreur observée : **doubler les mesures**



Relance : phase collective

Agrandir, ce n'est pas ajouter le même nombre, il faut trouver une autre solution.

« N'y aurait-il pas une autre relation entre 4 et 6 que celle qui consiste à ajouter 2? »

L'enseignant peut proposer différentes aides à la recherche lors de la phase collective.

En comparant le rectangle initial et le rectangle agrandi lors d'une procédure erronée, les élèves font différentes remarques:

- Remarques sur la forme globale, le non respect des proportions.

- Remarques sur les rapports entre les dimensions (dans le petit rectangle, la longueur est double de la largeur, mais pas dans le grand).

- Remarques sur les rapports d'agrandissement différents pour largeur et longueur (la largeur est doublée –passage de 2 à 4-, mais pas la longueur – passage de 4 à 6)

- L'enseignant peut proposer un tableau collectif



| | |
|-------|-----|
| 4 cm | 6cm |
| 2 cm | |
| 6 cm | |
| 10 cm | |
| 16 cm | |

Recherche : travail de groupe

Les élèves se concertent à nouveau pour trouver une méthode différente qui fonctionne.



Deuxième mise en commun: comparaison des méthodes qui fonctionnent.

Première méthode:
Ajouter la moitié de la
longueur de chaque mesure.

on prend la moitié des
nombres puis on additionne la
moitié à la mesure

A = la moitié de 4 est 2.

B = la moitié de 10 est de 5.

C = la moitié de 6 est 3.

D = la moitié de 10 est 5.

E = la moitié de 16 est de 8

groupe 4.
Mathis, Jérôme, Valentin - compta K. avec Mikael?

On ajoute la moitié des (côtés) ou (mesure)

4 cm = 6 cm .

6 cm = 9 cm .

10 cm = 15 cm .

16 cm = 24 cm .

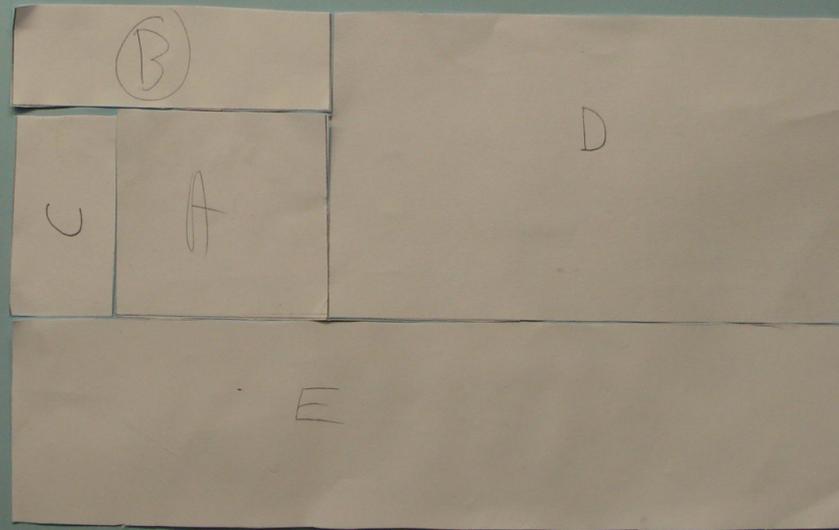
2 cm = 3 cm .

La notion de coefficient de proportionnalité peut ressortir:
Pour agrandir, on peut faire une fois et demie toutes les dimensions (fois 1,5).

①

1^{ère} solution : Nous avons pris la moitié de la mesure et
Nous l'avons additionné avec mesure du premier
puzzle.

②



2^{ème} solution : Nous avons pris 1,5 et Nous l'avons multiplié avec mesure du premier puzzle.

Deuxième méthode : utilisation des propriétés de linéarité.

- Rapports entre les dimensions d'une même pièce
« 2, c'est la moitié de 4, donc ce qui correspond à 2, c'est la moitié de 6. »
« 16, c'est 4 fois 4, donc ce qui correspond à 16, c'est 4 fois 6... »
- Respect des proportions

Le **tableau de proportionnalité** peut être complété.

The image shows a handwritten table of proportionality on a chalkboard. The table is organized into two main sections. The top section contains a table with 5 rows (B, C, D, E) and 4 columns (L, L2, l, l2). Above the columns, there are two curved arrows labeled 'x 1,5' pointing from L to L2 and from l to l2. The bottom section shows the calculation for piece A, with two curved arrows labeled 'x 1,5' pointing from C=4cm to C2=6cm.

| | L | L ₂ | l | l ₂ |
|---|-------|----------------|------|----------------|
| B | 6 cm | 9 cm | 2 cm | 3 cm |
| C | 4 cm | 6 cm | 2 cm | 3 cm |
| D | 10 cm | 15 cm | 6 cm | 9 cm |
| E | 16 cm | 24 cm | 4 cm | 6 cm |

| | | |
|---|------------|-----------------------|
| A | → C = 4 cm | C ₂ = 6 cm |
|---|------------|-----------------------|

Ce qui « doit rester » et être retenu en fin de séance.

Pour agrandir les figures, on n'ajoute pas le même nombre à toutes les dimensions.

Deux méthodes permettent d'agrandir:

1. L'utilisation des propriétés de linéarité.
2. L'utilisation d'un coefficient de proportionnalité.



La proportionnalité - séance 2

Objectifs d'apprentissage :

Faire apparaître le coefficient de proportionnalité.

Présenter ses résultats sous une forme organisée (vers le tableau de proportionnalité).

Activité et production attendue :

Agrandissement/ réduction d'un puzzle (coefficient $3x$ et $0,5x$ (ou $:2$))

Comparer différents agrandissements d'une même figure et retrouver ceux qui sont issus d'un agrandissement proportionnel.

Différenciation :

- Le groupe de besoin ne réalise que l'agrandissement (coefficient $3x$) en manipulant.

Evaluation :

Réussite de la présentation des résultats.

Réalisation de l'agrandissement et de la réduction demandés.

La proportionnalité - séance 3

Objectif d'apprentissage :

- Identifier différentes stratégies pour résoudre un problème de proportionnalité.

Activité et production attendue :

Première situation problème : Construction d'un tableau de proportionnalité pour un commerçant
: 6 pains au chocolat coûtent 5,40€, combien coûtent 2, 9, 12, 16 pains au chocolat

Situation 2 : Réécrire une recette pour un nombre de personnes différent. Présenter ses résultats sous la forme d'un tableau de proportionnalité.

Différenciation :

- Distribution du tableau de proportionnalité attendu et demander de le remplir.

Evaluation :

Validation des stratégies utilisées.

Présentation du tableau

La mousse au chocolat

Pour faire une mousse au chocolat Louis a trouvé une recette qui lui permet de réaliser quatre coupes. Il faut :

- 2 œufs
- 100 g de chocolat
- 30 g de sucre

Calculer la quantité des ingrédients pour faire 12 coupes, 10 coupes.

| | | | | | | |
|-----------------|--------------|--|--|--|-----------|-----------|
| coupes | 4 | | | | 10 | 12 |
| œufs | 2 | | | | | |
| chocolat | 100 g | | | | | |
| sucre | 30 g | | | | | |



La proportionnalité - séances 4 – 5 - 6

Objectif d'apprentissage :

- Utiliser différentes stratégies pour reconnaître et résoudre des problèmes de proportionnalité.

Activité et production attendue :

Résolution de problèmes :

Problèmes de proportionnalité divers (procédures de résolution variées) permettant aux élèves de s'approprier les procédures de résolution.

Différenciation :

Selon les problèmes donnés.

Evaluation :

En séance 6, évaluation sommative (étape 1) (résolution individuelle) afin de s'assurer que des stratégies de résolution sont acquises

Le responsable de la cantine commande 10 pains pour 40 élèves.
Combien doit-il commander de pains pour 200 élèves ?

| Nombre de pains | Nombre d'élèves |
|-----------------|-----------------|
| 10 | 40 |
| ? | 200 |

Stéphane achète 8 tartelettes aux fraises.
Il paye 14,00 €.
Combien coûtent 9 tartelettes aux fraises ?

5 Pour une séance de peinture, il faut 5 grandes feuilles de papier à dessin pour un groupe de 4 élèves. La classe compte 28 élèves.
Combien l'enseignante doit-elle prévoir de feuilles de papier à dessin ?

La proportionnalité - séance 7

Objectif d'apprentissage :

- Résoudre un problème de proportionnalité impliquant l'utilisation des pourcentages.

Activité et production attendue :

- Calculer le prix d'un panier d'articles soldés à des taux de réduction différents. Proposer une procédure adéquate.

Différenciation :

- Variables : Taux de réduction simples (50%, 25%, 75%).

Evaluation :

- Validation du résultat obtenu (prix des articles soldés)

Un commerçant propose 25 % de remise sur tout son magasin. Indique le montant de la réduction puis les prix des articles après déduction de la remise

| | montant de la remise | Nouveau prix |
|-------------------------|----------------------|--------------|
| pullover à capuche 80 € | | |
| Blouson 120 € | | |
| Jean 60 € | | |
| Pantalon 44 € | | |



La proportionnalité - séance 8

Objectif d'apprentissage :

Utiliser différentes stratégies pour résoudre un problème de proportionnalité impliquant des pourcentages.

Faire un lien avec des fractions simples ($50\%=1/2$, $25\%=1/4$, $75\%=3/4$...)

Activité et production attendue :

Résolution de problèmes :

Problèmes de proportionnalité impliquant des pourcentages, permettant aux élèves de s'appropriier les procédures de résolution.

Différenciation :

Selon les problèmes donnés.

Evaluation :

En séance 9, évaluation sommative (résolution individuelle)

La proportionnalité - séance 9

Objectif d'apprentissage :

Utiliser différentes stratégies pour résoudre un problème de proportionnalité relevant de la compréhension des échelles.

Activité et production attendue :

Résolution de problèmes :

Problèmes de proportionnalité impliquant l'utilisation d'une échelle donnée. (exemple, réaliser un plan de la classe avec son mobilier ou de la cour...). Après avoir donné l'échelle (ex : 1cm sur le plan = 10 cm en réalité).

Différenciation :

Selon les problèmes donnés, on peut faciliter ou complexifier en donnant des échelles avec un rapport différent (ex 1 cm = 50 cm)

Sur un plan à l'échelle, une longueur réelle de 6 m est représentée par une longueur de 9 cm.

Par quelle longueur sur le plan est représentée une longueur réelle de 4,8 m ?

Un randonneur prépare son itinéraire sur une carte à l'échelle 1/25 000. Il mesure pour le 1^{er} jour 35 cm et 43 cm pour le 2^{ème} jour.

Quelle distance réelle va-t-il parcourir pour sa randonnée ?

PROBLÈME Un pirate a caché son butin sur l'île de la Réunion. Il a laissé le message suivant pour indiquer l'endroit où est caché son trésor :

En partant du point le plus haut de l'île, marche 15 km vers le nord, puis 10 km vers l'ouest. Parcours ensuite 30 km vers le sud et enfin 5 km vers l'ouest.

Utilise un calque et la carte ci-contre pour trouver le village où est caché le trésor.



La proportionnalité - séance 10

Objectif d'apprentissage :

Utiliser différentes stratégies pour résoudre un problème de proportionnalité impliquant un calcul de vitesse moyenne.

Activité et production attendue :

Résolution de problèmes :

Problèmes de proportionnalité dans lequel les élèves devront calculer une vitesse en km/h en se basant sur une distance parcourue en un certain nombre de minutes (possibilité de liaison avec l'EPS : course longue : Donner une distance à parcourir, chronométrer, puis en retour-classe, demander de calculer la vitesse en km/h).

Evaluation :

En séance 11, évaluation sommative (résolution individuelle) afin de s'assurer que des stratégies de résolution sont acquises.

Proposer aux élèves de résoudre les problèmes de proportionnalité, mais aussi de savoir reconnaître une situation de proportionnalité (tri d'énoncés)

Une bicyclette roule à la vitesse moyenne de 18 km à l'heure. Calcule combien de kilomètres il fera dans les cas suivants :

| Durée | 1h | 30 min | 3h | 15min |
|--------------------|----|--------|----|-------|
| Distance parcourue | | | | |

- 4** Un escargot parcourt 4 m en 10 min.
Sa vitesse est toujours la même.
- 1)** Quelle distance va-t-il parcourir en :
a) 5 min ? **b)** 15 min ? **c)** 45 min ?
- 2)** Quelle est sa vitesse moyenne exprimée en mètres par heure ?

