

Synthèse du guide



153 pages, parution sur EDUSCOL en décembre 2020

<https://eduscol.education.fr/1486/apprentissages-au-cp-et-au-ce1>

Cette synthèse ne se substitue pas à une lecture complète du guide.

Vous trouverez les messages forts, les points de vigilance, une carte mentale et une progression pour chaque domaine d'apprentissage :

- ✓ numération,
- ✓ calcul,
- ✓ résolution de problèmes.

D'autres domaines des mathématiques sont fondamentaux comme la géométrie, les grandeurs et les mesures mais ne font pas l'objet d'études dans ce guide, ce qui n'indique aucunement une hiérarchie.

Ce guide complète les ressources institutionnelles déjà à disposition des professeurs, à savoir le programme de mathématiques, les attendus de fin de CP, les repères annuels de progression du cycle 2 et les documents ressources pour le cycle 2.

<https://eduscol.education.fr/84/j-enseigne-au-cycle-2>

LES RECOMMANDATIONS COMMUNES A CHAQUE DOMAINE

Le guide insiste sur les éléments suivants communs à chaque domaine d'apprentissage, à prendre en compte par le professeur.

- ✓ **Alterner des séances longues d'apprentissage (30-45 min) et des séances courtes d'entraînement (10-15 min)**

Dans le travail de cheminement cognitif vers l'abstraction, la tâche du professeur est de :

- ✓ Proposer une phase de **MANIPULATION*** pour cheminer vers l'**ABSTRACTION***.
- ✓ **Repérer les procédures des élèves dans l'action, les analyser et prévoir la manière de les prendre en compte et les traiter (gestion de l'hétérogénéité).**

Le but est de créer les conditions nécessaires à l'appropriation progressive par tous les élèves des procédures les plus efficaces et les plus adaptées, et de faire évoluer les procédures personnelles de chacun.

Pour se faire, lors des temps de recherche et de mise en commun :

- ✓ **Mettre en réseau les connaissances des élèves** en organisant l'apprentissage par une suite de situations permettant de ménager à la fois :
 - des moments où l'élève pourra franchir lui-même ou avec ses pairs des étapes correspondant à un passage plutôt « naturel »,
 - et des moments où l'enseignant intervient plus directement pour apporter de l'information ou justifier ce franchissement par un apport indispensable (enseignement explicite).

Le nombre limité de procédures proposées spontanément par les élèves peut amener le professeur à enrichir la palette des procédures produites afin de faciliter certains des passages explicités. Pour cela, il pourra introduire lui-même certaines procédures n'ayant pas été produites par les élèves de la classe, par exemple en évoquant les productions (orales ou écrites) d'autres élèves rencontrées dans une autre classe...

- ✓ **Organiser les moments de VERBALISATION*** où il identifie avec et pour tous les élèves les montées en abstraction. Ainsi, lors de la phase collective d'explicitation des productions des élèves, le professeur peut écrire au tableau l'ensemble des réponses des élèves et demander à la classe quelles sont les réponses qui ne sont pas acceptables ; les élèves doivent justifier leurs propositions en argumentant leurs choix. Cette modalité de travail qui donne **une place au traitement des erreurs** s'installe sur la durée (voir page 22).

Lors des phases d'institutionnalisation :

- ✓ **Importance d'un texte du savoir*** individuel (cahier de leçons) et collectif (affiches) dans tous les apprentissages : Il est important de développer, lors de phases d'explicitation, de synthèse et d'institutionnalisation, un texte du savoir pour tous (sous forme orale d'abord, faisant intervenir des représentations imagées, et dès que possible sous forme écrite). Ce texte explicite de ce qui a été appris, est ce qu'il faut retenir en vue d'un réinvestissement dans d'autres situations.

Programmer sa progression au CP :

- ✓ Au même moment de l'année, des nombres différents interviennent dans l'apprentissage des systèmes de numération, des calculs et de la résolution de problèmes arithmétiques. Pour autant, ces divers champs numériques ne sont pas indépendants les uns des autres. Il s'agit d'articuler, de mettre en réseau, systèmes de numération, calculs et résolution de problèmes arithmétiques. Mais il existe aussi une progression propre à ces trois domaines d'enseignement.
Voir **les tableaux de progression** ci-joints pour chaque domaine.

* Mesures 5, 6 des « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques » du rapport Villani-Torossian

CHAPITRE I - QUELS SYSTEMES DE NUMERATION ENSEIGNER, POURQUOI ET COMMENT ? (Pages 23 à 48)

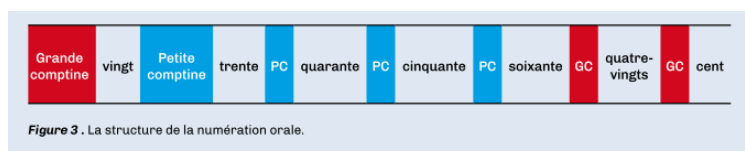
Il existe **deux systèmes de numération (orale et écrite)** dont il convient d'enseigner les principes propres à chacun. La forme écrite de l'oral « quarante-deux » (« 40 », « 2 ») n'est pas l'écriture chiffrée « 42 ».

Deux procédures jouent un rôle prépondérant dans l'enseignement des deux systèmes de numération :

- ✓ **la procédure « nom du nombre par comptage de 10 en 10 »** : l'obtention du nom du nombre se fait en mobilisant la comptine des dizaines (dix, vingt, trente, etc.). Le recours à l'écriture chiffrée n'est pas nécessaire.
- ✓ **la procédure « écriture chiffrée »** : on organise chaque collection en un maximum de dizaines, puis on la code à l'aide de l'écriture chiffrée.

La numération orale

Des REGULARITES dans le système oral peuvent devenir un levier pour l'enseignement de la numération. Dans la comptine numérique, nous pouvons repérer des régularités, en particulier du fait que certains mots sont répétés. Certaines dizaines seront appelées « **repérants** » : vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, quatre-vingts. Il s'agit de mettre en évidence deux types de comptine, la « **grande comptine** » (GC) de un à dix-neuf, et la « **petite comptine** » (PC) de un à neuf.



La numération orale essentiellement ordinale permet d'accéder à l'aspect cardinal : désigner le dernier objet dénombré par son nom apparaît d'abord comme le n-ième et indique également la quantité totale d'objets.

La numération écrite

Le système de numération écrit chiffré est un système de désignation des nombres qui utilise dix symboles : les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Une suite de chiffres alignés va désigner un nombre selon un principe décimal et un principe positionnel. La numération écrite chiffrée permet d'écrire n'importe quel nombre dès que ces principes ont été compris.

Apprendre et enseigner les systèmes de numération

Pour enseigner les systèmes de numération, il existe deux grands types d'itinéraires, selon qu'on construit la numération écrite chiffrée :

- ✓ à partir de la numération orale
- ✓ ou bien indépendamment pour ensuite faire des liens.

Dans les deux types d'itinéraires, il est nécessaire de travailler la notion de dizaine en amont de la construction de l'écriture chiffrée. La dizaine est à concevoir comme synonyme de « dix » et comme nouvelle unité de numération.

Points de vigilance pour le professeur :

- ✓ **varier les écritures des nombres en unités de numération (unités simples et dizaines)**

Exemples pour le nombre 56 : 5 dizaines 6 unités, 6 unités 5 dizaines (qui met en jeu l'aspect positionnel), 4 dizaines 16 unités (qui met en jeu l'aspect décimal), 16 unités 4 dizaines (qui met en jeu l'aspect positionnel et l'aspect décimal).

- ✓ **être vigilant au vocabulaire utilisé** (par exemple, les « unités isolées » ou les « unités en tout » : faire la différence entre nombre et chiffre).

**La numération au CP jusqu'à 100 :
deux systèmes de numération à enseigner**

Enseigner la numération orale

Deux itinéraires possibles pour enseigner la numération

Enseigner la numération écrite chiffrée

Enseigner les REGULARITES !

- Petite comptine de 1 à 9 (frise bleue)
- Grande comptine de 1 à 19 (frise rouge)
- Repérants : 20, 30, 40, 50, 60, 80
- Nom du nombre par comptage de 10 en 10

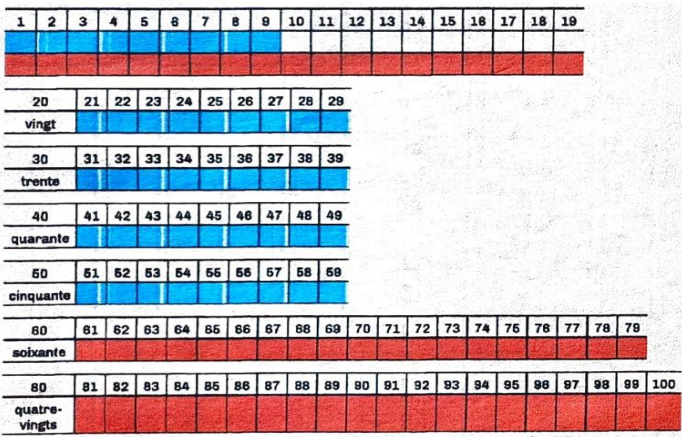
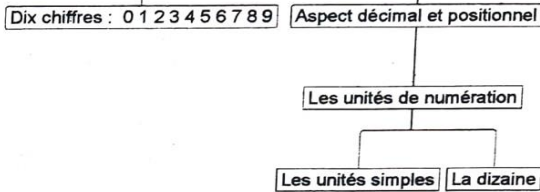
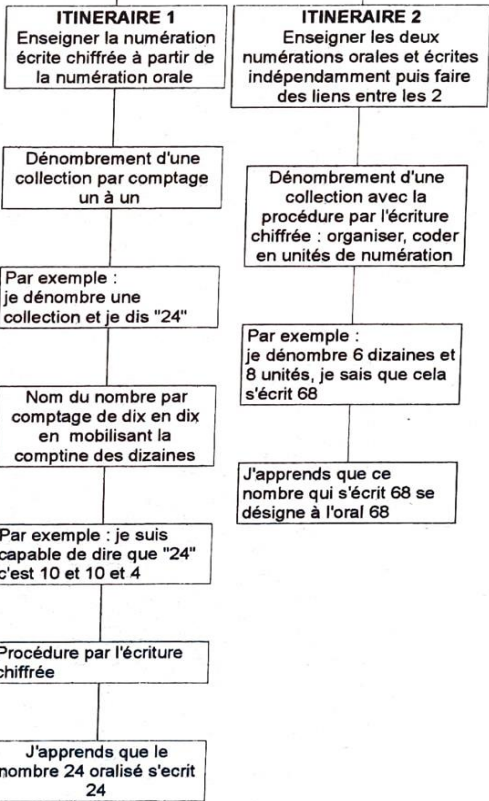


Figure 5. Exemple de frise numérique. Les sept sections, découvertes et assemblées au fur et à mesure de l'année, forment une unique file.

Enseigner la notion de dizaine en amont de la construction de l'écriture chiffrée, quelque soit l'itinéraire choisi



Proposer des activités de conversion avec des écritures variées

- 56
- 5d 6u
- 6u 5d
- 4d 16u
- 16u 4d

Attention au vocabulaire utilisé !

- 56
- 6 unités isolées (6 est le chiffre des unités)
- 56 unités en tout (nombre)

La numération pour

- représenter
- comparer (introduction des symboles >, < et =)
- ranger
- encadrer
- intercaler des nombres
- calculer

VOIR TABLEAU DE PROGRESSION PAR PERIODE selon l'itinéraire choisi

NUMERATION au CP jusqu'à 100 si l'on choisit l'itinéraire 1 : de la numération orale vers la numération écrite chiffrée							
		Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5	
Numération orale et numération écrite chiffrée à mener de front dès le début du CP	Numération orale	Explorer les petits nombres : Renforcement des connaissances de la Petite Comptine (PC de 1 à 9) et de la Grande Comptine (GC de 1 à 19) pour construire la frise numérique jusqu'à 30 voire au-delà de 30 (introduire les écritures chiffrées pour les nombres à partir de leur nom)		Reprise et poursuite de la structure de la comptine numérique avec la structure PC et GC pour construire progressivement la frise numérique jusqu'à 100 (jusqu'à 59 au plus tard fin de période 3)			
		Usages sociaux tels que la date		Comptine de 10 en 10			
		Dénombrement, estimation et comparaison de petites collections (jusqu'à 20)		Rencontre de l'écriture littérale en français des nombres progressivement jusqu'à 100			
		Comparaison de nombres selon leur nom (ordre d'arrivée dans la comptine) au moins jusqu'à 30		Dénombrement par la procédure « nom du nombre », estimation et comparaison progressivement jusqu'à 100			
		Calcul mental (jusqu'à 20) : techniques et explicitation, lien avec les problèmes arithmétiques		Comparaison, ordre et encadrement de nombres selon leur nom (ordre d'arrivée dans la comptine) progressivement jusqu'à 100			
				Calcul mental (jusqu'à 20) : techniques et explicitation, lien avec les problèmes arithmétiques			
	Numération écrite chiffrée	1^{er} temps obligatoire : travail sur la dizaine		Liens et dialogues entre les deux systèmes de numération au fur et à mesure de la découverte de la comptine numérique	Lire et écrire les nombres (jusqu'à 100)		
		2^{ème} temps : compréhension/construction des écritures chiffrées en termes de dizaines et unités pour les nombres dont les noms sont connus (mini 30) via des comparaisons, dénombrements et estimations de collections			Dénombrement, estimation et comparaison de quantités (jusqu'à 100) : deux procédures à enseigner, l'une privilégiant la numération orale (procédure « nom du nombre »), l'autre la numération écrite chiffrée (procédure « écriture chiffrée »)		
					Calcul mental, en ligne et posé		
					Comparaison, ordre et encadrement de nombres (jusqu'à 100)		
		Repérage d'un rang ou d'une position (jusqu'à 100).					
		Problèmes arithmétiques (jusqu'à 100)					

NUMERATION au CP jusqu'à 100 si l'on choisit l'itinéraire 2 : enseigner indépendamment puis faire des liens entre les 2 numérations							
		Période 1	Période 2		Période 3	Période 4	Période 5
Numération orale et numération écrite chiffrée à mener de front dès le début du CP	Numération orale	Explorer les petits nombres : Renforcement des connaissances de la Petite Comptine (PC de 1 à 9) et de la Grande Comptine (GC de 1 à 19) pour construire la frise numérique jusqu'à 31 maximum		Liens et dialogues entre les deux systèmes de numération au fur et à mesure de la découverte de la comptine numérique	Lire et écrire les nombres (jusqu'à 100)		
		Usages sociaux tels que la date			Dénombrement, estimation et comparaison de quantités (jusqu'à 100) : deux procédures à enseigner, l'une privilégiant la numération orale (procédure « nom du nombre »), l'autre la numération écrite chiffrée (procédure « écriture chiffrée »)		
		Dénombrement, estimation et comparaison de petites collections (jusqu'à 20)			Calcul mental, en ligne et posé		
		Comparaison de nombres selon leur nom (ordre d'arrivée dans la comptine) au moins jusqu'à 30			Comparaison, ordre et encadrement de nombres (jusqu'à 100)		
		Calcul mental (jusqu'à 20) : techniques et explicitation, lien avec les problèmes arithmétiques			Repérage d'un rang ou d'une position (jusqu'à 100).		
					Problèmes arithmétiques (jusqu'à 100)		
	Numération écrite chiffrée	1er temps obligatoire : travail sur la dizaine		Si ce n'est pas encore fait, poursuivre jusqu'à 100 la construction de la numération écrite chiffrée durant la période 3			
				Dénombrement (procédure « écriture chiffrée »), estimation et comparaison de quantités (jusqu'à 100)			
				Travail de l'aspect positionnel et de l'aspect décimal en utilisant des collections partiellement organisées en dizaines			
		2^{ème} temps : compréhension/construction des écritures chiffrées en termes de dizaines et unités via des comparaisons, dénombrements et estimations de collections, pour les nombres jusqu'à 100, même si leur nom oral n'a pas encore été vu.		Exercices avec les unités de numération (jusqu'à 100)			
				Comparaison, ordre et encadrement de nombres (utilisation de la signification des chiffres) – jusqu'à 100			
				Addition posée et initiation au calcul de la soustraction (jusqu'à 100) : techniques et justification, lien avec les problèmes arithmétiques			

CHAPITRE II - CALCUL ET SENS DES OPERATIONS (pages 49 à 76)

L'ambition de l'enseignement du calcul au CP est de développer une pratique aisée du calcul sous ses différentes formes (calcul mental, en ligne, posé), s'appuyant sur des faits numériques à mémoriser et des procédures élémentaires à automatiser.

Le calcul mental et le calcul en ligne doivent faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes. On privilégiera, dans le cadre de plans de séquences, l'alternance de séries de séances courtes (10-15 minutes) avec des séances longues (30-45 minutes).

La **manipulation** et la **verbalisation** jouent des rôles essentiels dans le processus d'**abstraction**, notamment en favorisant la compréhension du sens de l'opération et l'introduction progressive du symbolisme (+, -, =).

L'**institutionnalisation** des apprentissages en calcul mental et calcul en ligne doit faire l'objet d'une attention particulière. Il est nécessaire de hiérarchiser les procédures mises en place par les élèves, de débattre et de statuer sur leur portée. Ces éléments constituent alors **une trace écrite** claire dans les cahiers des élèves et par des affichages.

Le calcul posé pour les additions, sera introduit au plus tard en période 4 du CP. Si les élèves peuvent calculer en ligne la plupart des sommes qui relèvent du domaine numérique du CP, l'apprentissage d'un algorithme de calcul posé se révélera très utile les années suivantes. Le calcul instrumenté sera introduit au cycle 3.

Comment passer du comptage au calcul ?

Un des enjeux du CP est de passer des procédures de comptage aux procédures de calcul, en prenant appui sur les apprentissages de maternelle. La situation de la boîte utilisée en maternelle est une situation de référence pour enseigner ce passage du comptage au calcul dès la première période du CP.

Quelles opérations enseigner au CP ?

Le rapport « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques de février 2018 » (mesures 11 et 12) engage les enseignants à **développer l'acquisition du sens des quatre opérations dès le CP.**

L'addition et la soustraction

Les opérations mathématiques, addition et soustraction, sont introduites simultanément via la résolution de problèmes. Les écritures symboliques « + » et « - » sont introduites dans un temps assez proche.

Lors de l'apprentissage des tables d'addition, la soustraction est une autre écriture possible à partir d'un triptyque de nombres : connaître les tables d'addition, c'est aussi connaître les différences associées.

Par exemple : le complément à 10 de 3 pourra être interrogé et entraîné par l'addition à trou $3 + ? = 10$ mais aussi par la différence associée $10 - 3 = ?$

Point de vigilance sur l'utilisation du signe « = » : à enseigner dans les deux sens

Par exemple : $5 + 3 = 8$ mais aussi $8 = 5 + 3$.

L'algorithme opératoire de l'addition relève du CP alors que celui de la soustraction relève du CE1.

La multiplication et la division

Les élèves rencontrent dès la maternelle des situations de partage équitable ou de produit, qui leur sont parfaitement naturelles. Celles-ci apparaissent d'ailleurs de manière implicite lors de l'apprentissage des faits numériques comme les doubles (la multiplication par 2), les moitiés (la division par 2) et plus généralement les nombres rectangles.

Confronter très tôt l'élève à l'existence de relations multiplicatives sur ces nombres permet d'appréhender naturellement les problèmes multiplicatifs et de donner un sens plus géométrique – donc plus naturel – à cette opération. Ainsi, manipuler des configurations rectangles permet de travailler le partage des nombres entiers mais aussi de visualiser la commutativité de la multiplication (par exemple : $12 = 3 \times 4 = 4 \times 3 = 2 \times 6 = 6 \times 2$)

Rq : Les algorithmes opératoires de ces opérations ne relèvent pas du CP. L'apprentissage de l'algorithme de la multiplication se fait en CE2 et celui de la division en CM1.

Comment enseigner le calcul mental et le calcul en ligne au CP ?

Des faits numériques sont à mémoriser pour soulager la mémoire de travail de l'élève.

FAITS NUMÉRIQUES	EXEMPLES
COMPLÉMENTS à 10	Combien faut-il ajouter à 7 pour avoir 10? $7 + \dots = 10$
DOUBLES des nombres ≤ 10, ainsi que des dizaines entières (jusqu'à 50)	$7 + 7 = ?$ $20 + 20 = ?$ Quel est le double de 7 ? de 20 ?
MOITIÉS des nombres pairs ≤ 20	Quelle est la moitié de 18 ?
LES DÉCOMPOSITIONS ADDITIVES des nombres ≤ 10	Donner 5 décompositions de 9
TABLES D'ADDITION des nombres ≤ 10	$6 + 3 = ?$ $3 + \dots = 9$ $9 - 3 = ?$

L'enseignant doit viser chez les élèves l'**automatisation de la restitution des faits numériques et des procédures élémentaires**, avec une capacité de calcul rapide et précis. Il s'agit ainsi de développer la **fluence en calcul**.

L'apprentissage des tables d'addition

Un découpage de la table d'addition de Pythagore propose un traitement par familles, afin de construire une progressivité des apprentissages qui prend appui sur l'ordre d'introduction qui va du clair vers le foncé.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	FAMILLES	EXEMPLES	FAITS NUMÉRIQUES OU PROCÉDURE ÉLÉMENTAIRE
1											1. Les suivants 2. Les règles de numération 3. Les doubles 4. Les compléments à 10 5. Les presque-doubles 6. Les sommes inférieures à 10 7. Le passage par 10	$3 + 1$ $5 + 1$ $10 + 5$ $10 + 7$ $2 + 2$ $3 + 3$ $2 + 8$ $4 + 6$ $4 + 5$ $6 + 7$ $3 + 6$ $7 + 2$ $7 + 5$ $6 + 8$	Procédure élémentaire Faits numériques Faits numériques Faits numériques Procédure élémentaire Faits numériques Procédure élémentaire
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													

Figure 13. Table d'addition de Pythagore, un outil pour l'enseignant. Figure 14. Les différentes familles de calculs.

L'apprentissage du calcul en ligne

Cette modalité de calcul entraîne la mise en œuvre souvent implicite des propriétés des nombres et des opérations en jeu. Parmi les propriétés des opérations, on trouve :

- ✓ **la commutativité** : $5 + 23 = 23 + 5$, qui pourra être verbalisée aux élèves de la manière suivante : « Dans une addition, on peut changer l'ordre des nombres » ;
- ✓ **l'associativité** : $23 + (7 + 2) = (23 + 7) + 2$, qui pourra, par exemple, être verbalisée par : « Dans une addition, on peut associer les nombres de différentes manières » ;
- ✓ **l'utilisation simultanée des deux propriétés de commutativité et associativité** : $43 + 27 = 40 + 20 + (7 + 3)$;
- ✓ **la distributivité de la multiplication sur l'addition**, propriété plus complexe, sera illustrée par du matériel et explicitée comme dans l'exemple : « Le double de 21 c'est le double de 20 plus le double de 1 ».

Comment enseigner l'addition posée ?

L'algorithme du calcul posé apparaîtra en période 3 ou 4, conformément aux repères de progression du cycle 2 (BOEN n° 22 du 29 mai 2019), à mettre en lien avec les principes de la numération écrite chiffrée (exemple de la retenue).

Le calcul au CP

Calcul mental

Développer la fluence
(calculer en un temps limité)

- Mémoriser des faits numériques
- Utiliser des procédures élémentaires automatisées
- Combiner les faits et les procédures élémentaires

- FAITS NUMÉRIQUES**
- COMPLÉMENTS À 10
 - DOUBLES des nombres ≤ 10 , ainsi que des dizaines entières (jusqu'à 50)
 - MOITIÉS des nombres pairs ≤ 20
 - LES DÉCOMPOSITIONS ADDITIVES des nombres ≤ 10
 - TABLES D'ADDITION des nombres ≤ 10

Par exemple : + 1,-1, +10,-10, +2, -2, presque-doubles

- FAMILLES**
1. Les suivants
 2. Les règles de numération
 3. Les doubles
 4. Les compléments à 10
 5. Les doubles de dizaines
 6. Les sommes inférieures à 10
 7. Le passage par 10

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Figure 13. Table d'addition de Pythagore, un outil pour l'enseignant.

Calcul en ligne

Utilisation des symboles : + - et =

Montrer la commutativité, l'associativité de l'addition, la distributivité de la multiplication sur l'addition

Enseigner la stratégie la plus efficace (importance de l'institutionnalisation)

Calcul posé

L'addition

Enseigner la multiplication et la division par la résolution de problèmes

Par exemple : On remplit 4 sacs avec 5 pommes chacun. Combien faut-il de pommes ?

Par exemple : 3 enfants se partagent une tablette de chocolat de 12 carreaux. Combien de carreaux de chocolat aura chaque enfant ?

Enseigner l'estimation

$$\begin{array}{r} 17 + 4 = ? \\ \hline 20 \quad 30 \quad 40 \end{array}$$

- MANIPULER
- VERBALISER
- ABSTRAIRE
- TRACE ECRITE

Le calcul

Travailler les 4 opérations

LES CALCULS au CP (voir chapitre 2)

		Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Calcul mental	Les apprentissages se fondent sur une bonne connaissance de la comptine numérique (numération orale) jusqu'à 20, puis 30. Les calculs, les procédures et les réponses sont indiqués soit à l'oral soit par des écritures chiffrées.					
	Faits numériques	Tables d'addition : introduction de certains résultats		Tables d'addition (nombres jusqu'à 10) et compléments à 10		
		Doubles des nombres (nombres jusqu'à 5 puis jusqu'à 10)		Double des dizaines entières (résultats jusqu'à 100)		
		Compléments à dix (nombres jusqu'à 10)		Moitié des nombres pairs (nombres jusqu'à 20)		
		Somme de deux nombres (résultat inférieur à 10)				
		Décompositions additives des nombres (nombres jusqu'à 10)				
	Procédures élémentaires	Ajout de 1, retrait de 1 (nombres jusqu'à 30)		Ajouter 10, soustraire 10 (nombres jusqu'à 100)		
		Ajout de 2, retrait de 2 (nombres jusqu'à 30)		Dans le cadre de la construction des tables d'addition (suite et fin) – nombres jusqu'à 20 : presque-doubles : $6 + 5$; $8 + 7$, etc. ; appui sur 10 (par exemple, $7 + 5 = 10 + 2$ donc $7 + 5 = 12$)		
		Ajout de 10 (aux nombres jusqu'à 10)		Commutativité et associativité de l'addition ($5 + 3 = 3 + 5$; $7 + 18 + 3 = 18 + 10$) – nombres jusqu'à 100		
		Soustraire à 10 un nombre ≤ 5 (par exemple $10 - 3$)				
Commutativité de l'addition ($5 + 3 = 3 + 5$)						
Combinaison de procédures	Additions de deux nombres dont le résultat est ≤ 20 , sans franchissement de dizaine ($12 + 6$)		Addition et soustraction de dizaines entières ($40 + 30$; $45 - 30$) – nombres jusqu'à 100			
	Soustractions de type $a - b$ avec $a \leq 20$ et $b < 10$ ($9 - 3$, $15 - 5$, etc.)					
Symboles mathématiques	Utilisation progressive des symboles « = », « + »		« - »	Poursuite du travail sur les symboles « = », « + », « - »		
				Introduction éventuelle du symbole « x » (période 5 ou début de CE1)		
				Le calcul en ligne permet notamment de traduire mais aussi d'enrichir les calculs effectués mentalement, grâce à un recours à l'écrit et à l'introduction progressive et graduée d'un formalisme.		
Calcul en ligne	X		Addition de deux nombres sans franchissement de dizaine ($35 + 4$; $72 + 5$) puis avec franchissement de dizaine ($37 + 53$; $26 + 9$) – nombres jusqu'à 100			
			Soustraction de deux nombres sans retenue ($84 - 12$; $35 - 4$; $78 - 5$)			
			Soustraction de deux nombres avec franchissement d'une dizaine ($15 - 6$; $13 - 5$) type $a - b$ avec $b < 10$			
Calcul posé			Introduction de l'algorithme de l'addition posée (nombres jusqu'à 100)			
			Entraînements dans divers cas, notamment avec des sommes de trois termes générant des retenues de 1 ou 2 dizaines			

CHAPITRE III – RESOLUTION DE PROBLEMES ET

MODELISATION (pages 77 à 102)

La résolution de problèmes est au cœur de l'activité mathématique. Son enseignement doit débiter dès le début de l'année de CP à partir des jalons posés en maternelle et reposer sur un travail régulier et structuré. Il est important de ne pas le corréliser à l'autonomie en lecture des élèves. Cet enseignement explicite s'appuiera sur des temps d'institutionnalisation guidés par le professeur qui permettront de hiérarchiser les procédures en prenant en compte leur efficacité et leur économie. L'objectif n'est pas d'enseigner une typologie de problèmes mais d'enseigner des stratégies efficaces de résolution qui s'appuient sur des schémas en barres aidant les élèves à aboutir à l'écriture symbolique mathématique des opérations en jeu.

La modélisation (utilisation des schémas en barres) permet un continuum didactique du cycle 2 au cycle 3.

Les attendus de fin de CP à propos de la résolution de problèmes

CHAMP ADDITIF	CHAMP MULTIPLICATIF
<ul style="list-style-type: none">– Résoudre des problèmes additifs et soustractifs en une ou deux étapes ;– Modéliser ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques ;– Connaître le sens des signes « + » et « - ».	<ul style="list-style-type: none">– Résoudre des problèmes de multiplication ou de division, en une étape, sur des petits nombres, avec le recours à la manipulation.

De quels problèmes parle-t-on ?

Des recherches récentes en didactique ont permis de définir **trois types de problèmes** :

- ✓ **LES PROBLÈMES BASIQUES (ÉLÉMENTAIRES)** : Il s'agit essentiellement de problèmes arithmétiques à une étape.

Exemple de problème basique en CP : « Il y a 36 oiseaux dans l'arbre, 21 oiseaux s'envolent. Combien en reste-t-il ? »

- ✓ **LES PROBLÈMES COMPLEXES** : Ce sont des « agrégats de problèmes basiques ». La résolution des problèmes complexes va nécessiter plusieurs étapes.

Les programmes (BOEN n°3, 2018) précisent qu'il est important de proposer des problèmes à deux étapes dès le début du cycle 2.

Exemple de problème complexe en CP : « Dans la bibliothèque de la classe, il y a 84 livres. Il y a 35 albums jeunesse, 21 bandes dessinées. Les autres sont des livres documentaires. Combien y a-t-il de livres documentaires ? »

- ✓ **LES PROBLÈMES ATYPIQUES** : Ces problèmes, appelés aussi « pour apprendre à chercher », visent l'inventivité stratégique et la prise de risque.

Exemple de problème en CP : « On veut habiller des clowns avec des costumes constitués d'un chapeau et d'un pantalon. Les chapeaux peuvent être rouges, jaunes ou verts. Les pantalons peuvent être bleus, oranges, marrons ou noirs. Combien de costumes peut-on constituer ? »

Les frontières entre les 3 types de problèmes sont mouvantes et ne constituent pas des absolus bien définis ». Par exemple, un problème de partage, atypique en CP, peut devenir basique en CE2.

Les fondamentaux de la démarche d'enseignement de la résolution de problèmes

Il existe des étapes progressives de la manipulation vers la représentation symbolique pour arriver à l'abstraction. La verbalisation facilite l'accès à l'abstraction et indique au PE comment faire évoluer les procédures des élèves.

La place de la manipulation

La manipulation consiste à agir sur des objets tangibles (par exemple des cubes) ou symboliques (par exemple des nombres). Cette étape passe par l'action. Pour l'élève qui n'a qu'une expérience encore limitée des objets mathématiques, il s'agit d'apprendre « par le faire » dans des situations qui mobilisent du matériel. En effet, la manipulation permet à l'élève de s'approprier la situation, de s'en faire une première représentation. La manipulation n'est donc pas une finalité mais une étape intermédiaire permettant d'engager un travail cognitif. Le matériel change progressivement de statut : de matériel pour constater, observer, il devient matériel pour valider ce qu'on est capable d'anticiper. Il permet de raisonner sur les procédures.

De la manipulation à la représentation symbolique

Cette étape est fondamentale dans la résolution de problèmes : elle convoque la représentation imagée qui amène à se représenter quelque chose sans l'avoir sous les yeux. Il peut s'agir de représenter par une image, un dessin, une photo, un pictogramme, un schéma, etc. L'action est transformée en image mentale.

Les représentations sont d'abord proches de la réalité du problème (représentation des objets tangibles), puis elles évoluent progressivement vers des représentations plus abstraites et génériques telles que les schémas ou l'écriture mathématique.

L'exemple suivant illustre la progressivité, au niveau de la maternelle et au CP :

« Au supermarché, j'ai acheté 4 pommes rouges et 2 pommes vertes. Combien ai-je de pommes dans mon panier ? »


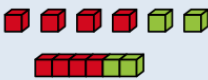



MODE SENSORI-MOTEUR³⁸	Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité : 	Manipulation d'objets tangibles figuratifs : 
MODE IMAGÉ	Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité : 	• Représentation avec un schéma :  • Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) : 
MODE SYMBOLIQUE	Écriture en langage mathématique : $4 + 2 = 6$	

Figure 19. Progression des représentations.

La place de la verbalisation dans l'accès à l'abstraction

- ✓ **Du point de vue du professeur :** Verbaliser correspond à une phase d'étayage très importante, notamment en CP. Le professeur s'applique à verbaliser les étapes de la démarche et ses propres procédures en passant par des exemples/contre-exemples et des analogies avec des situations déjà rencontrées. Il fait également des liens explicites avec les connaissances et compétences à mobiliser pour résoudre le problème (en calcul mental, ordre de grandeurs, procédure connue, etc.).
En s'appuyant sur les productions des élèves, il s'attache à formuler et reformuler le langage mathématique précis lors des phases de mise en commun et d'institutionnalisation. Il doit verbaliser ses procédures afin que les élèves soient capables de verbaliser leurs propres procédures.
- ✓ **Du point de vue de l'élève :** Il s'agit pour l'élève d'explicitier ses actions, sa démarche et ses solutions. La verbalisation est importante à trois niveaux pour l'élève :
 - pour lui-même : elle va lui permettre d'opérer un retour réflexif sur son propre raisonnement et de ne pas rester au stade de la simple manipulation.
 - en direction des autres élèves : elle permet de préciser l'argumentation pour la rendre compréhensible par les autres,

- en direction du professeur : elle doit être encouragée. La verbalisation permet au professeur de prendre de l'information et de proposer un étayage adapté.

Point de vigilance : Le professeur doit provoquer, par des questions ciblées, les verbalisations des élèves à toutes les étapes du processus.

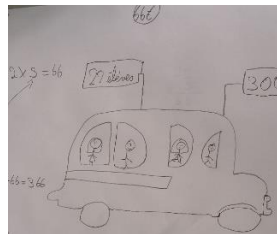
Faire évoluer les procédures

L'objectif de l'enseignement de la résolution de problèmes est d'arriver progressivement à des procédures relevant de la stratégie de (ou proche du) calcul : Cf. l'introduction du guide (pages 10 à 22) qui explique précisément la démarche pour faire évoluer les stratégies des élèves.

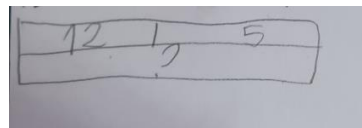
Problèmes arithmétiques au CP et au cycle 2 : la modélisation pour aider à résoudre des problèmes

La modélisation joue un rôle important. Cependant il convient de faire une distinction entre « représentation » et « modélisation ».

- ✓ **Représenter**, c'est traduire par un dessin ou un schéma la situation. Le fait de représenter la situation permet de l'appréhender et de favoriser l'entrée dans la résolution. Certaines représentations (souvent de type pictural) ne sont pas traduisibles par un calcul.



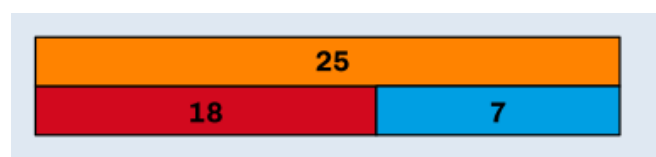
- ✓ **Modéliser**, c'est traduire mathématiquement la situation. La modélisation amène ensuite à la procédure et au calcul ; elle rend la réalité calculable. Il s'agit d'un processus qui peut prendre appui sur diverses représentations.



Il ne s'agit pas d'imposer en CP le schéma en barres. Par ailleurs ce n'est pas la seule représentation possible à mobiliser pour le professeur. **Toutefois, il est nécessaire que la progressivité de la construction de schémas soit pensée et harmonisée du cycle 2 au cycle 3.** Un grand avantage de cette modélisation par le schéma en barres réside dans le fait que les problèmes basiques peuvent ainsi prendre la même forme schématique et correspondre au même « modèle ».

Points de vigilance :

- ✓ Bien faire construire le schéma en barres à partir de la manipulation par les cubes emboîtables.
- ✓ Bien expliciter le lien entre le schéma en barres et l'écriture mathématique, notamment en soustraction.
- ✓ Le « tout » peut également être représenté par une grande barre à la place de l'arc et faire varier la place du point d'interrogation selon ce que l'on cherche :



TYPE DE PROBLEME	Enoncé	Schéma	Calcul
Problèmes additifs (soustractifs)	Léo et Lucie ont 43 billes à eux deux. Léo a 6 billes. Combien Lucie a-t-elle de billes ?	<p>Figure 32. Problème 1.</p>	$43 - 6 = 37$ ou $6 + 37 = 43$
Problèmes multiplicatifs (le tout), de partage et de quotition	Paul apporte 3 paquets de biscuits. Il y a 7 biscuits dans chaque paquet. Combien y a-t-il de biscuits en tout ?		$7 + 7 + 7 = 21$
	Trois enfants se partagent 18 images. Combien d'images aura chaque enfant ?		$6 + 6 + 6 = 18$
	Il y a 24 élèves dans la classe. Pour participer à un tournoi de sport, le professeur constitue des équipes de 4 élèves. Combien y aura-t-il d'équipes ?		$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$ 6 équipes
Problèmes de comparaison	Lucie a 37 billes. Léo a 6 billes de plus que Lucie. Combien de billes a Léo ?		$37 + 6 = 43$

Les écrits en résolution de problèmes et l'importance de l'institutionnalisation

Un travail progressif doit débuter dès le CP quant à la production d'une trace écrite attendue en résolution de problèmes : schéma éventuel, calcul en ligne ou posé, phrase d'explicitation ou de conclusion.

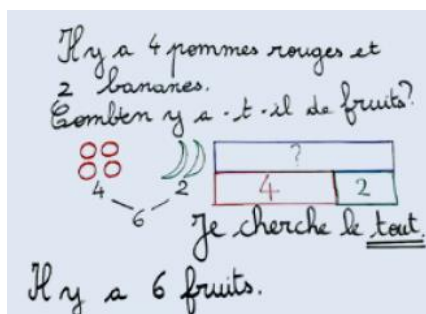
Les supports des élèves

- ✓ **CAHIER PERSONNEL** (cahier du jour, cahier spécifique aux mathématiques, etc.) : Il permet à l'élève de conserver la trace des résolutions avec ses essais-erreurs, ses procédures, ses modes de représentation. Il constitue également une mémoire des problèmes rencontrés. Il facilite la conduite d'entretiens avec l'élève.
- ✓ **CAHIER DE RÉFÉRENCE EN MATHÉMATIQUES** (cahier de leçons) : On y trouve les écrits formalisés par le professeur avec les élèves lors de la phase d'institutionnalisation.

Les outils collectifs

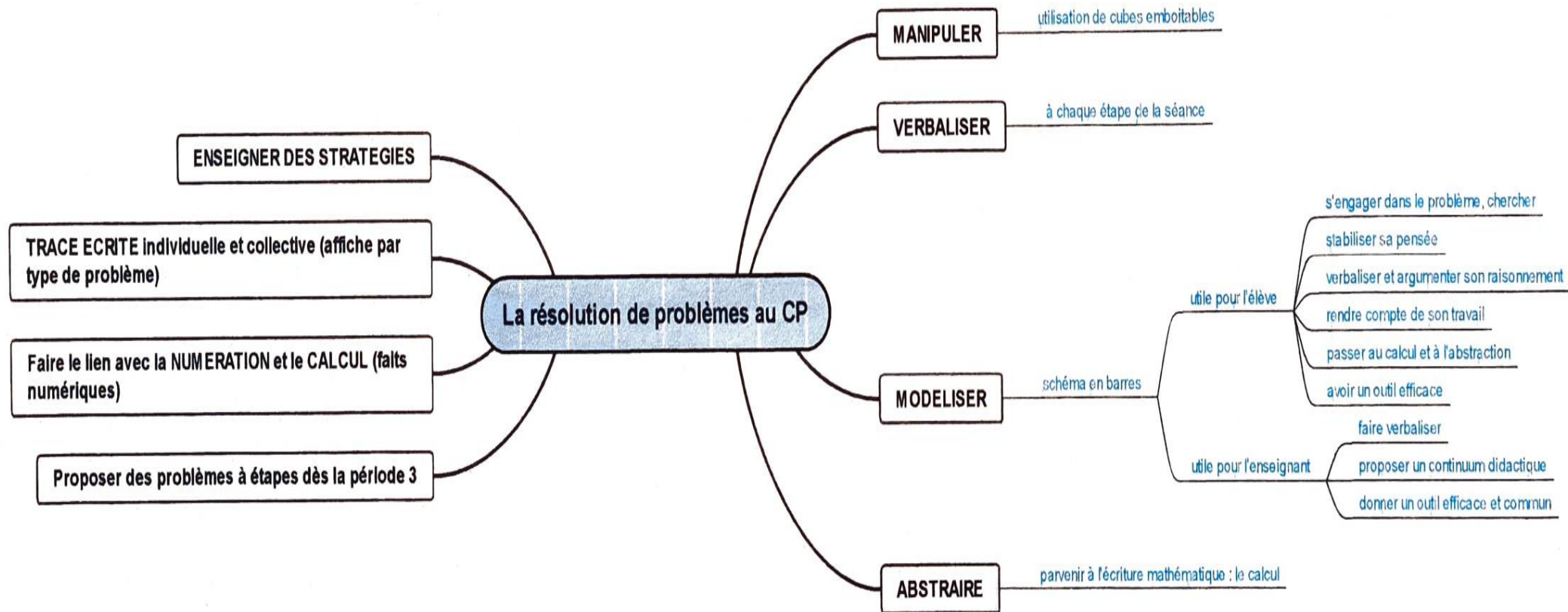
- ✓ L'**AFFICHE** constitue un écrit de référence.
 - **Pour l'élève** : un point d'appui, un aide-mémoire des procédures de raisonnement et un modèle.
 - **Pour le professeur** : un support pour formaliser, guider le raisonnement des élèves, et favoriser les analogies avec les problèmes antérieurs (« c'est comme le problème de... »).

Exemple :



Le rôle essentiel de l'institutionnalisation

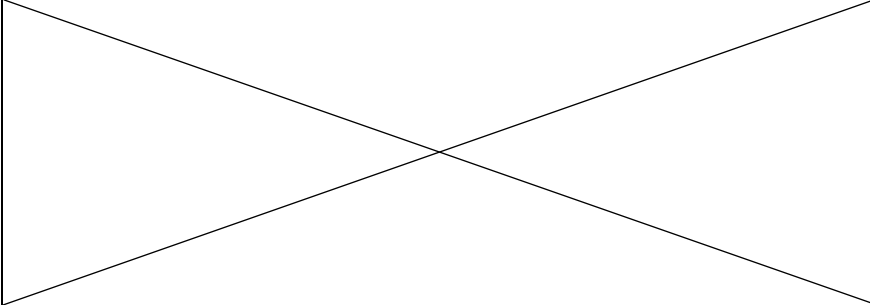
Les exemples-types vus en classe doivent servir de références systématiques lors des résolutions de problèmes ultérieures (« c'est comme... »). **Idéalement, ces références seront communes à l'école, voire au réseau d'écoles, pour permettre de les utiliser pendant plusieurs années.**



LA RESOLUTION DE PROBLEMES ARITHMETIQUES au CP (voir chapitre 3)

		Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Problèmes additifs	Stratégies	Dans les types de problèmes traités ici, les stratégies élémentaires de dénombrement du début d'année évoluent progressivement vers des stratégies de dénombrement en appui sur des représentations figuratives ou schématiques des collections. Certains élèves commenceront à mobiliser des stratégies de calcul (utilisation de résultats mémorisés).		Les stratégies élémentaires de dénombrement évoluent progressivement vers des stratégies de dénombrement en appui sur des représentations figuratives ou schématiques des collections. Les élèves seront incités à mobiliser des stratégies de calcul (mental, en ligne et posé) selon l'avancée des apprentissages dans ce domaine (cf. la programmation des calculs).		
	Ecritures mathématiques	Les écritures mathématiques avec les symboles « + », « - » et « = » sont proposées par le professeur et discutées avec les élèves après que ceux-ci ont résolu le problème. Elles ne sont pas exigées des élèves lors de cette résolution. Afin qu'ils prennent du sens, il est nécessaire de proposer dès que possible des séances où l'un et l'autre des signes « + » et « - » sont mobilisés.	Les écritures mathématiques avec les symboles « + », « - » et « = » sont encouragées à partir de la période 2.	L'utilisation des écritures mathématiques avec les symboles « + », « - » et « = » est progressivement attendue pour les problèmes introduits en périodes 3 à 5.		
	Problèmes de Parties-tout	Problèmes de parties-tout avec recherche du tout (nombres inférieurs à 10 pour chacune des parties)		Reprise des catégories de problèmes vues en périodes 1 et 2 sur un champ numérique plus étendu – valeurs numériques selon la progression en calcul (mental, en ligne et posé) : Problèmes de parties-tout avec recherche du tout, avec éventuellement 3 parties		
			Problèmes de parties-tout avec recherche d'une des parties (nombres inférieurs à 10)	Problèmes de parties-tout avec recherche d'une des parties		
	Problèmes de transformation	Problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de la quantité finale (nombres inférieurs à 10 pour chacune des parties)		Problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de la quantité finale		
Problèmes complexes			Introduction de nouveaux types de problèmes : Problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de la transformation			
			Certains problèmes complexes pourront être proposés pour préparer le CE1 (en commençant par travailler avec des nombres inférieurs à 20), par exemple :			
			Problèmes de parties-tout mettant en jeu trois collections avec recherche d'une des parties (2 étapes)			
			Problèmes de transformation mettant en jeu deux transformations successives avec recherche de l'état final (2 étapes)			
					Problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de l'état initial (périodes 4 ou 5)	
					Problèmes de comparaison, le critère de comparaison étant connu (périodes 4 ou 5)	

LA RESOLUTION DE PROBLEMES ARITHMETIQUES au CP (voir chapitre 3)

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
		Principalement en périodes 3, 4, 5			Problèmes multiplicatifs avec trois nombres en jeu <30
Problèmes multiplicatifs	Les stratégies de résolution s'appuient sur du matériel de manipulation faisant intervenir la nature multiplicative des nombres en jeu, des représentations figuratives ou avec des schémas. L'enjeu est de construire le sens des opérations sans difficulté liée au calcul.				
				Recherche du produit	
				Recherche du nombre de parts (partage égal)	
				Recherche de la valeur d'une part	

CHAPITRE IV - Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ? (pages 103 à 114)

En lien avec la mesure 4 du rapport Villani-Torossian, 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques.

Choix du matériel

L'utilisation de matériel doit être régulière et constante sur une longue période. Le matériel doit être le plus transparent possible, il ne doit pas ressembler à des objets de la vie courante et le lien qui le lie avec le concept qu'il représente doit être explicité par l'enseignant.

Les outils et les logiciels du numérique

En plus de leur dimension pédagogique, ils doivent être utilisés pour leur dimension didactique.

Le TBI par exemple permet de garder en mémoire les procédures des élèves.

Les tablettes numériques et les ordinateurs permettent un travail plus individualisé ou plus coopératif.

Des jeux numériques peuvent être proposés comme Calcul@tice, L'Attrape-nombres et la Course aux nombres.

Matériels incontournables : Les cubes emboîtables sécables, la frise numérique ainsi que le tableau des nombres sont considérés comme des matériels incontournables devant être mis à la disposition de chaque élève pour qu'il les utilise de façon individuelle.

D'autres matériels : des compteurs, le matériel « multibase », la monnaie ou encore des tableaux de numération peuvent aussi être proposés aux élèves, en complément des matériels cités précédemment.

CHAPITRE V - Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques (pages 115 à 128)

Des jeux pour s'entraîner au calcul

Voir les exemples : le jeu du Lucky Luke, le bon débarras, les cartes recto verso, le Yams.

Le jeu, nécessaire... mais pas suffisant !

Par l'analyse de trois jeux (le jeu dit « du saladier », un jeu de déplacement sur une piste, le chiffroscope), le guide explique aux professeurs comment analyser les différents jeux qu'ils exploitent dans leur classe.

Focus | Analyse des jeux mathématiques (page 126)

Voir page 126, les critères permettant d'analyser le potentiel didactique d'un jeu au sens d'une activité ludique.

CHAPITRE VI - Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques pour le CP ? (pages 119 à 138)

Dans le cadre du travail de conception de l'enseignement, le manuel est un appui très largement exploité.

En mathématiques, son choix pourra être encadré par les points essentiels suivants :

- ✓ **la programmation proposée**, au regard de l'organisation générale du manuel et de sa conformité aux instructions officielles ;
- ✓ **la construction du nombre avec la présence d'un travail articulé autour des deux systèmes de numération orale et écrite chiffrée (chapitre 1) ;**
- ✓ **la progression en calcul mental** (séquences : mémorisation des faits numériques, développement et automatisation de procédures de calcul) **et l'approche du calcul posé (chapitre 2) ;**
- ✓ **la régularité de la résolution de problèmes dans tous les domaines (chapitre 3) ;**
- ✓ **la structure globale des séances d'apprentissage proposées, en termes de manipulation, d'institutionnalisation, d'entraînement, de différenciation, d'évaluation**