

La proportionnalité au cycle 3

Circonscription de Vandoeuvre – Animation 2

Année 2018 2019

Plan de formation

- Partie 1 : Lieu : IEN Vandoeuvre - Dates : 11/12 (G1) – 13/12 (G2)
 - Définir la notion de proportionnalité
- Partie 2 : A distance, dans les classes.
 - Des situations problèmes de proportionnalité.
- Partie 3: Lieu : IEN Vandoeuvre - Dates : 26/03 (G2) – 28/03 (G1)
 - Retours sur les situations problèmes « testées » en classe.
 - Quelles autres activités à envisager en classe ?

Animation 2 : Déroulement :

- Rappels de définitions, de progressions.
- Retours et analyses des situations problèmes réalisées en classe.
- Quelles autres activités sur la proportionnalité envisager ?

- Pour vous, qu'est-ce que la proportionnalité ?
- « *La proportionnalité est une liaison multiplicative constante (non nulle) entre deux grandeurs. »*

En fonction des données utilisées dans l'énoncé, la procédure sera :

- la linéarité additive ou multiplicative (relation interne)
- le retour à l'unité (relation externe)

Quelle progression ?

CYCLE 2

- Les élèves rencontrent des situations de proportionnalité dans des problèmes multiplicatifs.
Exemple : Un manuel de mathématiques pèse 340 g. Combien pèsent 5 manuels identiques ?
- Ces problèmes préparent les élèves à la reconnaissance de situation de proportionnalité et à leur résolution par une procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre.

CYCLE 3

- Les premiers travaux sur la proportionnalité sont **proposés dès la première année du cycle.**
 1. Procédures faisant appel à la **linéarité**
 2. Procédures faisant appel au **passage à l'unité**
 3. Progressivement, **combinaisons des deux**
- **CM2 : échelles, vitesses constantes**
- **Coefficient de proportionnalité :**
 - « Rencontres » au cours moyen
 - Institutionnalisation en fin de cycle 3

CYCLE 4

- Utilisation des procédures abordées au cycle 3
- **Recours réguliers aux tableaux de proportionnalité, qui facilitent l'utilisation du coefficient de proportionnalité**
- **Le produit en croix est introduit après** l'étude de l'égalité des fractions, il permet de calculer rapidement une quatrième proportionnelle, quand les nombres en jeu ne permettent pas d'utiliser facilement des procédures basées sur les propriétés de linéarité.
- En fin de cycle, les élèves font le lien entre les fonctions linéaires et la proportionnalité.

Quelle progression en CM1 – CM2 ?

- **CM1** : des situations de linéarité additives et multiplicatives faciles à identifier (avec des nombres entiers).
- **Début CM2** : des situations de linéarité de somme/différence/multiplication/division et mixte.
- **Fin de CM2** : toutes situations de linéarité ainsi que le passage à l'unité.

- **Début sixième** : situations de linéarité, passage à l'unité et coefficient de proportionnalité.
- **Fin sixième** : situations de linéarité, passage à l'unité, coefficient de proportionnalité et tableau de proportionnalité.

Quelques points de vigilance :

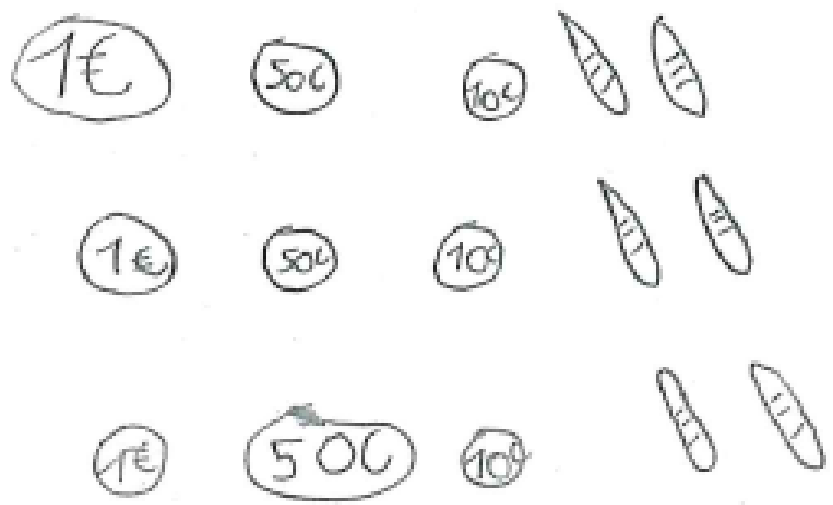
- Le sens de la proportionnalité (liaison entre les grandeurs) **ne doit pas se perdre au profit d'une représentation en tableau et d'une technique de calcul sur les lignes et les colonnes.**
- **Le produit en croix est réservé au cycle 4.**
- **Le sens de l'expression « pourcentage de... » peut apparaître en CM2** dans des situations simples comme 50%, 25%, 10%... En lien avec une fraction d'une quantité (demi...).

Retour sur les situations problèmes
proposées en classe.

Chez le boulanger, j'ai payé 1 euro et 60 centimes d'euros pour deux baguettes de pain. Quel est le prix à payer pour 6 baguettes ?

Procédures des élèves en classe EN CAS DE REPONSES JUSTES			Obstacles, difficultés observées en classe
Linéarité additive ou multiplicative	65	prix de 2 baguettes x 3 = 4,80 €	Des élèves ont multiplié le prix de 2 baguettes par 6 et ont trouvé 9,60 €
	10	1,60 + 1,60 + 1,60 = 4,80 €	Des élèves ont utilisé le nombre 2 comme prix d'une baguette et l'ont additionné et trouvé 12 €
Passage à l'unité	6	80c x 6 = 480c = 4,80 €	On connaît pour 2 donc 1,60x4
Schématisation ou dessin	1		On ne peut pas répondre
Sans calculs ou dessins	3		Des difficultés avec les centimes à convertir en euros
			Des tentatives d'opérations (+ ou x) mal posées à cause de la présence de la virgule 1,60€ x 6

4 € 80c



$$\begin{array}{r} 1,60 \\ \times \quad 3 \\ \hline 4,80 \end{array}$$

Les procédures faisant appel à la linéarité sont prépondérantes pour ce problème chez les élèves du primaire. (37% tous niveaux confondus).

43% des élèves se trompent :

- $6 \times 1,6 = 9,6€$
- *Pour 4 baguettes on paye 4 euros de plus*

Au cinéma une place pour enfant coûte 5 euros et une place pour adulte coûte 7 euros. Quel est le prix à payer pour 8 personnes ?

Procédures des élèves en classe EN CAS DE REPONSES JUSTES			Obstacles, difficultés observées en classe
Linéarité additive ou multiplicative	0		Différents calculs avec les chiffres de l'énoncé : $12 \times 8 / 7 \times 8 / 7 \times 5 / 14 + 14 + 14 \dots$
	0		On ne sait pas combien d'adultes ou combien d'enfants.
Passage à l'unité	0		Des hypothèses calculées (4 enfants et 4 adultes, 8 enfants etc...).
Schématisation ou dessin	1		Toutes les décompositions de 8 avec la variable enfant / adulte et calculs des diverses solutions .
Sans calculs ou dessins	0		Difficulté avec le mot "personne" imprécis.
Sans réponses car impossible	117	On ne sait pas si c'est un (des) adulte(s) ou un (des) enfant(s)	

n°2

On ne peut pas répondre car
il nous précise pas s'il ya
des enfants ou des adultes.

*75% des élèves reprennent
l'argument adulte – enfant.*

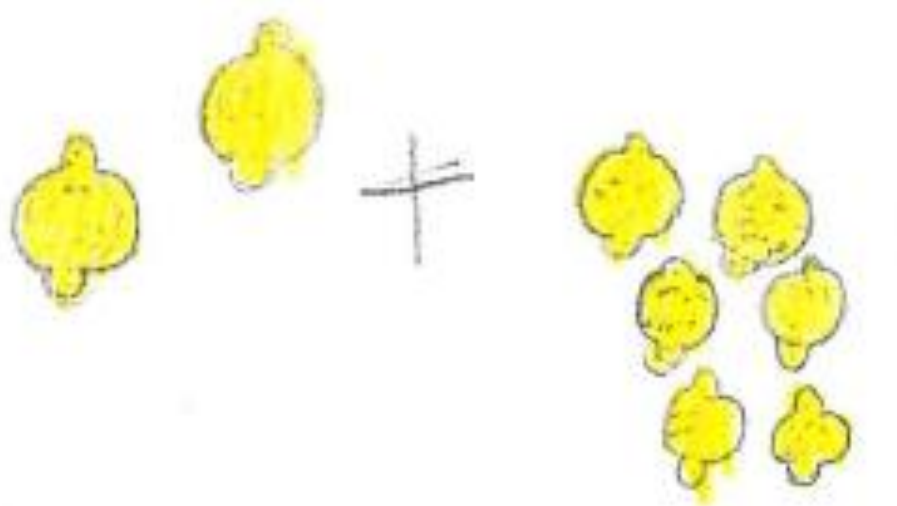
*Des situations facilement
reconnaissables par les élèves :
« une place coûte 5 euros,
combien coûtent 8 places? ».
Ce qui n'est pas le cas ici.*

*Une bonne représentation du
problème par les élèves. => un
problème lié au vécu ?*

*Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?*

Procédures des élèves en classe EN CAS DE REPONSES JUSTES			Obstacles, difficultés observées en classe
Linéarité additive ou multiplicative	63	$5 \times 4 = 20$ donc $2 \times 4 = 8$ citrons	$5 \times 2 = 10$ donc $2 \times 20 = 40$
	20	$5 \Rightarrow 2, 10 \Rightarrow 4, 15 \Rightarrow 6, 20 \Rightarrow 8$ OU $2 + 2 + 2 + 2$	$2 \text{ citrons/pers} = 40 \text{ citrons}$
Passage à l'unité	1	$2/5 = 0,4$, il faut <u>0,4 citron</u> <u>pour une personne</u> donc $0,4 \times 20 = 8$	$20 \times 4 = 80$ citrons
Schématisation ou dessin	8		Impossible car adultes ou enfants non précisé
Sans calculs ou dessins	6		Multiplie les données concernant les citrons et les personnes (2×5)
Organisation en tableau	5		Retour à l'unité difficile car nombre décimal

$5 \times 4 = 20$ $2 \times 4 = 8$
 $2 + 6 = 8$



The diagram shows two lemons on the left, followed by a plus sign, and six lemons on the right. This visualizes the equation $2 + 6 = 8$ and the multiplication $2 \times 4 = 8$ mentioned in the text above.

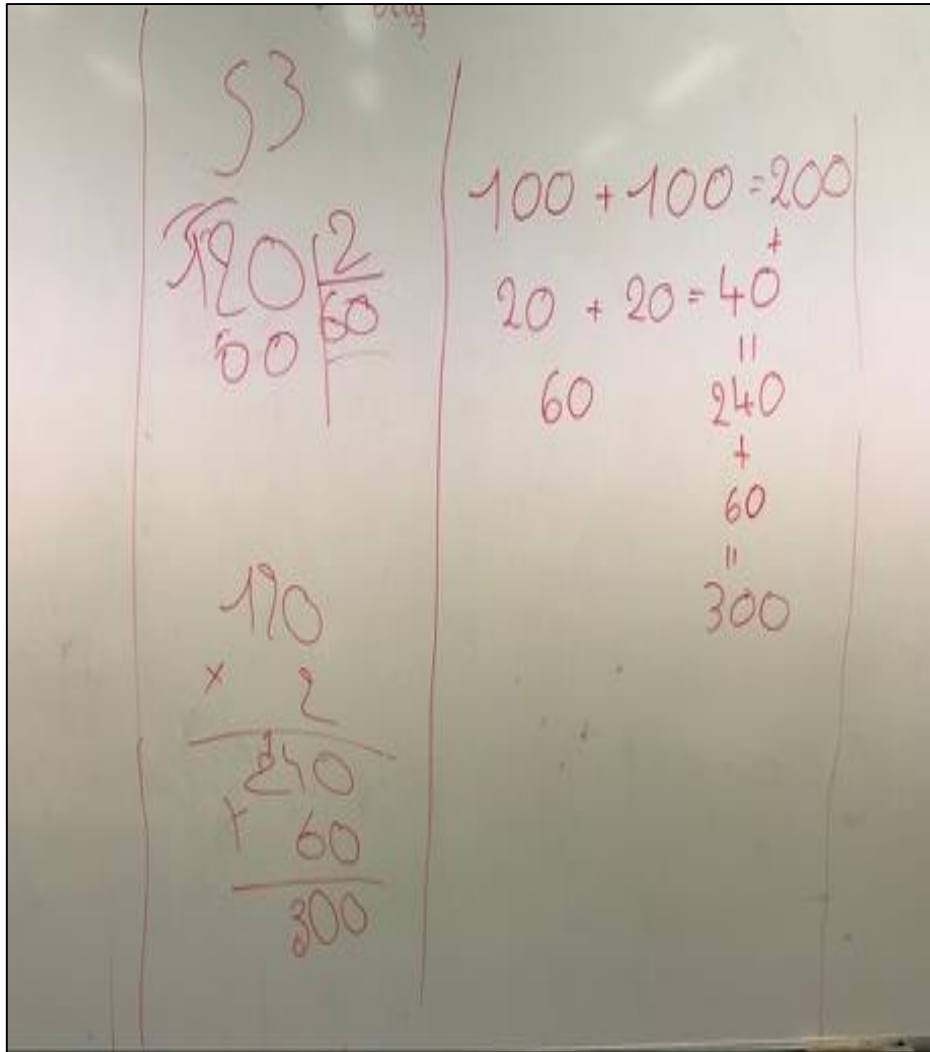
La linéarité est ici aussi privilégiée. Le retour à l'unité est bien plus complexe.

Un problème assez réussi : 55% des élèves.

Il semble naturel aux élèves qu'une recette fasse intervenir la notion de proportionnalité. => Une situation déjà vécue ?

Le train roule à la vitesse moyenne de 120 km par heure. Combien de kilomètres le train parcourt-il en deux heures et demie ?

Procédures des élèves en classe EN CAS DE REPONSES JUSTES			Obstacles, difficultés observées en classe
Linéarité additive ou multiplicative	54	120+120+60=300 OU 3h - 30min => 360 - 60 = 300	L'oubli de la demi-heure
	20	120x2 = 240 / 120:2=60 → 240+60=300 OU 120 x 2,5	120+120+30min=240,30 ou 270
Passage à l'unité			Manque le terme "constante"
Schématisation ou dessin	0		La notion de Km/heure
Sans calculs ou dessins	2		Calcul avec les deux données chiffrées de l'énoncé : 120 x 230
Organisation en tableau	1	1h/2h/3h/4h	Réponse éronnée : 300km/h



Une difficulté de représentation à ne pas négliger.

Une difficulté avec la dimension de « vitesse moyenne ».

Très peu de bonnes réponses avec les élèves du primaire.

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres. Quelle sera sa taille à 10 ans ?

Procédures des élèves en classe EN CAS DE REPONSES JUSTES			Obstacles, difficultés observées en classe
Linéarité additive ou multiplicative	0		$110 \times 10 = 1100 \text{ cm}$
	0		$110 + 10 = 120 \text{ cm}$
Passage à l'unité	0		$110 \text{ cm} \Rightarrow 5 \text{ ans}$ donc $220 \text{ cm} \Rightarrow 10 \text{ ans}$
Schématisation ou dessin	5		Autres réponses erronées : 130 cm ou 160 cm ou $110 \times 5 = 550 \text{ cm}$
Sans calculs ou dessins	0		On ne sait pas de combien de cm tous les ans
Sans réponses car impossible	57	Se réfère à leur taille	Obligation de trouver une réponse dans l'esprit des élèves malgré la consigne.

On ne sait pas car on ne sait pas de tout les ans combien il grandit

Une situation non proportionnelle : à la naissance (0 ans), un bébé ne mesure pas 0 cm !

Les élèves confrontent leur résultat à la réalité.

A relever : la réponse la plus répandue est quand même : 220cm. => Interrogation sur ce que représentent 220cm pour les élèves ?

Au cours du dernier match Yuri a marqué 3 buts. Combien marquera-t-il de buts pendant les 5 prochains matches ?

Procédures des élèves en classe EN CAS DE REPONSES JUSTES			Obstacles, difficultés observées en classe
Linéarité additive ou multiplicative	0		$3 \times 5 = 15$ buts
	0		Sans réponses
Passage à l'unité	0		6 buts
Schématisation ou dessin	0		$1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 6$ $3 \rightarrow 9$ $4 \rightarrow 12$ $5 \rightarrow 15$ buts
Sans calculs ou dessins	0		$5 + 3 = 8$ buts
Sans réponses car impossible	129	On ne sait pas car c'est l'avenir !	Youri est une fille ou un garçon ?

On ne peut pas car il peut marquer 10 but
comme 1 but.

*Une situation vécue par
beaucoup d'élèves.*

On ne peut pas faire le problème parce
que on ne sait pas combien de but il
va marquer pendant les prochain match

*La majorité des élèves ont répondu
correctement à cet exercice.*

Un cycliste se chronomètre sur différentes distances. Il obtient le tableau suivant ; la durée est-elle proportionnelle à la distance parcourue ? Justifie ta réponse.

Procédures des élèves en classe EN CAS DE REPONSES JUSTES			Obstacles, difficultés observées en classe
Linéarité additive ou multiplicative	49	$90+90=180$ et non 210	$15+15=30$ $30+30=60$: il s'intéresse aux km seulement.
	4	$15 \times 3=45$, $30 \times 3=90$, $60 \times 3=180$ et non 210	Pas de réponse car manque de vocabulaire (proportionnalité).
Passage à l'unité	0		Lecture des données dans le tableau. Passer d'une colonne à l'autre ou passer d'une ligne à l'autre.
Schématisation ou dessin	0		$45 - 15 = 30$ $90 - 30 = 60$ $210 - 60 = 150$
Sans calculs ou dessins	0		C'est proportionnel car $45 > 15$ et $90 > 30$.
Sans réponses car impossible	0		Les deux premières colonnes sont proportionnelles mais pas la troisième.

Com me peut pas car $90 + 90 = 180$ et pas 210 .

Un exercice qui fait explicitement référence à la proportionnalité.

Très peu de réponses justes d'élèves de CM2.

Un troisième couple de données qui peut amener des difficultés supplémentaires.

Distance (en kilomètres)	15	30	60
Durée (en minutes)	45	90	210

En conclusion :

- La multiplicité des procédures de résolution (additive, multiplicative, retour à l'unité, dessin, tableau...) => un enjeu pour l'enseignant : les aider à choisir les procédures pertinentes.
- Les élèves de 6^{ème} de l'étude utilisent très souvent le tableau de proportionnalité et n'ont pas de meilleurs résultats que les CM. => l'utilisation prématurée et trop structurante du tableau.

En conclusion :

- De nombreux élèves n'ont pas de regard critique sur leur résultat (220cm).
- Pour justifier la non proportionnalité, les élèves utilisent des arguments basés sur le réel (âge, taille, buts, matchs...). Ils ne mettent pas en avant la valeur invariante et reproductible qui fait qu'une situation est proportionnelle. => C'est ici l'un des principaux enjeux de l'enseignement de la notion de proportionnalité.

Les ateliers...



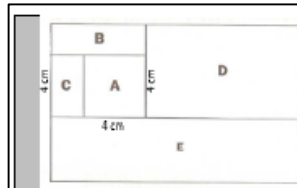
Echelle

Fiche activité
adulte



Etalonner son pas :

Une situation d'étalonnage de pas pour mesurer des distances



Puzzle



LA MOUCHE



LA TIGE FILETÉE

Les ressources sur le site de circonscription.



IEN-VANDOEUVRE



ACCUEIL

LA CIRCONSCRIPTION

VIE DE LA CIRCONSCRIPTION

RESSOURCES PÉDAGOGIQUES

vous êtes ici: [Accueil](#) > [Ressources pédagogiques](#)

 **Ressources pédagogiques**