Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire

NOR : MENE1809042N
note de service n° 2018-051 du 25-4-2018
MEN - DGESCO A1

Texte adressé aux rectrices et recteurs d'académie ; aux inspectrices et inspecteurs d'académie-directrices et directeurs académiques des services de l'éducation nationale ; aux inspectrices et inspecteurs d'académie-inspectrices et inspecteurs pédagogiques régionaux ; aux inspectrices et inspecteurs de l'éducation nationale du premier degré ; aux chefs d'établissements publics et privés sous contrat ; aux professeurs des écoles et des collèges publics et privés sous contrat

Dans le rapport remis au ministre de l'Éducation nationale le 12 février 2018, le mathématicien Cédric Villani et l'inspecteur général de l'éducation nationale Charles Torossian ont souligné la nécessité de rééquilibrer et de clarifier l'enseignement des mathématiques, de lui donner une meilleure cohérence pour en augmenter l'efficacité.
Dans le cadre de cet enseignement, comme l'académie des sciences en 2007 puis le Conseil national d'évaluation du système scolaire (Cnesco) en 2015, le rapport accorde une place centrale au calcul. L'acquisition du sens des quatre opérations dès la classe de cours préparatoire, l'enseignement effectif des grandeurs et mesures pour soutenir le sens des nombres et des opérations, le développement des automatismes de calcul par des pratiques ritualisées qui en favorisent la mémorisation, libèrent l'esprit des élèves et facilitent la résolution de problèmes, sont recommandées dès les premières années de l'école primaire (mesures 11 et 12).
Les auteurs du rapport précisent toutefois : *« Il ne s'agit évidemment pas de se précipiter à poser les opérations, sans compréhension ou contexte, mais plutôt d'explorer des situations qui donnent du sens aux actions liées aux quatre opérations, de les mettre en action, puis d'évoluer progressivement vers les écritures mathématiques. [...] Cette mise en place est fondamentale et il faut prendre le temps nécessaire pour installer les quatre opérations en alternant le travail sur le sens (comprendre pourquoi on le fait, le mettre en actes puis en mots) et celui sur l'acquisition nécessaire des automatismes. »*
L'objet de la présente note de service est de préciser les orientations pédagogiques qui s'inscrivent dans la lignée des recommandations concernant l'enseignement du calcul. Il s'agit d'en clarifier les différentes composantes pour aider les professeurs des écoles à construire un enseignement rigoureux et progressif visant l'acquisition par tous les élèves du sens des opérations ainsi que de connaissances de faits numériques incontournables et de procédures de calcul efficaces.
Ce travail commencé à l'école se poursuivra au collège.

Qu'entend-t-on par : enseigner « les quatre opérations » ?

Les quatre opérations mathématiques enseignées à l'école élémentaire sont l'addition (symbole « + »), la soustraction (« - »), la multiplication (« x ») et la division (« : » ou « ÷ »).
Il convient de ne pas confondre :
- l'opération mathématique : par exemple, pour l'addition : j'ajoute 14 et 35, j'obtiens 49. Sur des tout petits nombres et sans aucun formalisme, l'addition est abordée dès la moyenne section de maternelle (j'ai 4 œufs j'en ajoute 2, maintenant j'en ai 6).
- la symbolisation : 14 + 35 = 49, qui relève du cours préparatoire
- l'algorithme opératoire

$$\begin{array}{rcc} & 1 & 4 \\ + & 3 & 5 \\ \hline & 4 & 9 \end{array}$$

, qui relève aussi du cours préparatoire.

L'apprentissage des quatre opérations à l'école primaire repose d'abord sur la compréhension du sens de ces opérations. L'apprentissage de l'usage du symbole mathématique associé et a fortiori celui d'un algorithme opératoire peuvent arriver dans un deuxième ou un troisième temps.

À l'école maternelle

Très tôt, l'enfant manifeste des compétences relatives aux quantités et à leur expression par des nombres (1). La capacité à dénombrer et l'acquisition de la suite orale des nombres sont complémentaires.
À leur arrivée en maternelle, les élèves distinguent en général les très petites quantités (un, deux ou trois), mais le sens qu'ils ont de la cardinalité est encore intuitif. Pour cela, des activités qui ont spécifiquement pour but la construction de l'aspect cardinal des nombres sont proposées quotidiennement dès la petite section de maternelle. Des jeux (par groupes de deux ou trois) ou la résolution de petits problèmes dont l'énoncé est oralisé par le maître en s'appuyant sur un support toujours concret et tangible, sont proposés : aller chercher une quantité donnée d'objets, aller chercher le nombre nécessaire d'objets pour compléter une boîte dont le nombre de cases est donné ou connu (*j'en veux 6 et pour l'instant j'en ai 2, il m'en manque donc 4*), déterminer le résultat d'un ajout fait derrière un écran noir (*j'en avais 4, j'en rajoute 2, combien en ai-je maintenant ?*), etc.
À travers ces jeux ou problèmes qui amènent des décompositions et recompositions, les élèves mettent en œuvre le processus d'itération de l'unité (9 c'est 8+1) qui donne du sens à la relation d'ordre entre les nombres (8 c'est plus petit que 9, ou 8 c'est moins que 9) et contribue à construire l'aspect ordinal des nombres.
Toutes les occasions doivent être saisies (ou provoquées) afin de faciliter la mémorisation de la suite orale, qui doit être connue jusqu'à 30 en fin de grande section. La récitation collective comme les récitations individuelles doivent être encouragées. La mémorisation de comptines (*« un, deux, trois, j'irai dans les bois ; quatre, cinq, six... »*) peut y contribuer.
D'autres activités, comme le repérage de la date sur un calendrier, permettent de se familiariser avec cette suite de nombres jusqu'à 30 et son écriture en chiffres. Mais à la maternelle, la suite des nombres est une simple liste ordonnée : le principe fondamental de la numération décimale de position n'apparaît pas encore à l'élève de grande section, qui ne perçoit pas que le nombre qui se lit « douze » s'écrit 12 car il est égal à 1x10+2x1.
Parallèlement à la découverte des nombres écrits dans les activités ordinaires de la vie de la classe ou dans les jeux, l'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres.

À l'école élémentaire

Mémorisation de faits numériques, calcul mental, calcul en ligne, calcul posé : toutes les formes de calcul mobilisent à la fois :
- **la connaissance de résultats mémorisés** tels les compléments à 10, les résultats des tables d'addition et de multiplication, les doubles et les moitiés, quelques décompositions remarquables (*100=25x4 par exemple*), une parfaite compréhension des règles de la numération (2) et des manipulations simples qu'elle permet (*305 c'est 300+5, aussi 205+100 ; etc.*) ;
- **le sens des opérations** : mentalement, en ligne ou en colonne, ajouter deux nombres à trois chiffres ne peut être réussi si par ailleurs on ne sait pas ce que signifie le verbe « ajouter » et il en est de même pour les autres opérations ;
- **des connaissances plus ou moins spécifiques du mode de calcul choisi** : pour du calcul mental ou en ligne, les propriétés de commutativité et d'associativité de l'addition et de la multiplication, la distributivité de la multiplication sur l'addition, sont indispensables ; pour du calcul posé, un algorithme propre à chaque opération doit être parfaitement maîtrisé.

Comme tous les apprentissages, celui du calcul demande du temps, pour découvrir, pour chercher, pour s'approprier, pour mémoriser, pour s'entraîner. Il s'agit donc d'y consacrer le temps nécessaire. Toutefois, pour que les élèves abordent le calcul avec confiance et succès, un enseignement explicite, construit en vue de l'atteinte d'objectifs précis à l'horizon d'une séquence, d'une année ou d'un cycle doit lui être consacré.

La mémorisation de faits numériques

La mémorisation de résultats est un processus lent qui s'étale sur plusieurs années. Des réactivations seront nécessaires au collège, pour consolider et éviter l'oubli, mais à la fin de l'école primaire les tables et les principaux résultats indiqués ci-dessus doivent déjà être parfaitement disponibles. Pour cela, **une programmation structurée,**

alliant rythme assez soutenu et réactivations très fréquentes est nécessaire.
L'apprentissage des tables, notamment, doit débuter dès le cours préparatoire avec les tables d'addition, en commençant à mémoriser très tôt, dans les deux sens, les sommes de deux nombres égales à 10 ou moins de 10 (7+3=? ou 6+?=9) et les tables des doubles de nombres inférieurs à 10, et se poursuivre au CE1 et au CE2 avec les tables de multiplication. Au cycle 3, des entraînements spécifiques mais surtout la mobilisation fréquente des résultats lors des activités de calcul mental, calcul en ligne et calcul posé, doivent en assurer la stabilisation.
L'apprentissage des faits numériques ne peut être simplement renvoyé aux familles dans le cadre des « leçons » ; il **doit faire l'objet d'un travail en classe.** Chaque résultat est d'abord exploré et construit en classe, récité et réinvesti, noté dans le cahier de référence en mathématiques. Dans un deuxième temps seulement un travail à la maison peut être demandé.
Par exemple, le résultat du produit 6x8 étant à apprendre, le maître demande d'abord à tous les élèves de chercher plusieurs façons de calculer 6x8 (6x4+6x4=24+24=48 ; 6+6+6+6+6+6+6+6=12, 18, 24...48 ; 8+8+8+8+8+8=16+16+16=32+16=48 ; 6x8=5x8+1x8 ; etc.), puis note au tableau toutes les procédures trouvées par les élèves, puis fait noter dans le cahier de référence le résultat et quelques procédures significatives, puis propose quelques calculs en ligne ou posés comme 616x8 ou 816x66, enfin demande aux élèves d'apprendre la table de 8 jusqu'à 6x8 sachant que les résultats 2x8, 3x8,4x8 et 5x8 ont déjà été travaillés.

Le calcul mental

Que ce soit sous forme d'activité décrochée de la séance de mathématiques ou bien intégrée à celle-ci, oralement, sur l'ardoise, sur feuille ou sur le cahier de brouillon, avec un support oral (le maître dicte) ou écrit (tableau noir, TBI, tablettes, ordinateurs, fiches, etc.), le calcul mental **doit faire l'objet d'une pratique quotidienne moyenne d'au moins 15 minutes.** On privilégiera **l'alternance** de séries de **séances d'entraînement courtes** (10 à 15 minutes) avec des **séances longues** (30 à 45 minutes) **visant des apprentissages procéduraux spécifiques.**
La construction des faits numériques relève dans un premier temps du calcul mental, mais la pratique du calcul mental s'appuie aussi sur **une bonne compréhension et une bonne connaissance de propriétés des nombres et des opérations** qui doivent être enseignées et formalisées. Les noms savants des propriétés des opérations (commutativité, distributivité, etc.) ne relèvent pas de l'école élémentaire. Les propriétés peuvent être énoncées à partir d'exemples prototypiques ou à l'aide de phrases utilisant un vocabulaire simple. Ainsi, on ne parlera pas de la commutativité de l'addition mais, après plusieurs observations de cette propriété, on énoncera qu'*« on ne change pas le résultat d'une addition si on change l'ordre des nombres »* et on donnera quelques exemples. Ensuite, la phrase notée sur le cahier de référence sera à nouveau énoncée à l'identique chaque fois que la propriété sera utilisée.
D'autres connaissances procédurales, comme par exemple *« pour multiplier par 5, je peux multiplier par 10 et diviser par 2 »* relèvent du calcul mental et doivent aussi être enseignées et exercées.
Dès la fin du cycle 2 toutes les tables de multiplication doivent être sollicitées, ainsi que la commutativité et la distributivité de la multiplication sur l'addition et sur la soustraction, mais sur des petits nombres. Au cycle 3, les mêmes connaissances pourront s'appliquer à des nombres entiers un peu plus grands, et à des nombres décimaux.

Le calcul en ligne

Le calcul en ligne repose sur les mêmes principes que le calcul mental, mais le support de l'écrit permet d'alléger la mémoire de travail en notant des résultats intermédiaires et d'aborder ainsi des calculs sur des nombres un peu plus grands ou sur des nombres plus nombreux. Par exemple, ajouter trois nombres au lieu de deux ; ou multiplier un nombre décimal par un nombre entier au lieu de multiplier deux nombres entiers. Le calcul en ligne permet ainsi de soumettre aux élèves des calculs qui pourront être traités mentalement plus tard. Par exemple, le produit 6x48 peut être proposé dès la fin du cycle 2 comme calcul en ligne et au cours du cycle 3 comme calcul mental.
De nombreux compléments sur ces deux modes de calcul, mental et en ligne, sont disponibles sur Éduscol (3).

Le calcul posé

Le calcul posé repose sur la connaissance de faits numériques (tables) et sur celle d'algorithmes qui ne sont véritablement opératoires que s'ils sont parfaitement maîtrisés.
Ainsi, les quatre algorithmes opératoires (pour l'addition, la soustraction, la multiplication, la division) doivent faire

l'objet d'un enseignement précis, guidé et normalisé. Au début de l'apprentissage, le rythme doit être suffisamment soutenu afin que l'automaticité - et donc le confort et la sûreté pour l'élève - puissent s'installer. Ensuite, à partir du CE1, la plupart des séances de mathématiques donnent l'occasion aux élèves de poser une ou plusieurs opérations. Pour autant, une fois les principes de fonctionnement d'un algorithme d'une opération posée acquis par les élèves, le cadre privilégié pour l'entraînement à la mise en œuvre de cet algorithme est celui de la résolution de problèmes. Il faut ainsi éviter la pratique répétée d'exercices techniques sur des temps excessivement longs. Dans le même esprit, on évitera les exercices de calcul d'opérations posées trop longues comme par exemple la multiplication de nombres supérieurs à 1 000 ou la division par des grands nombres.
Pour la soustraction, le choix de l'algorithme (compensation ou cassage de l'unité de numération supérieure) relève de l'équipe d'école. On aura intérêt à conserver le même durant les quatre années concernées (du CE1 au CM2).
Pour la division, des étapes peuvent être envisagées, le nombre de calculs écrits (multiplications, soustractions, etc.) se réduisant progressivement.
La justification mathématique de la pertinence des algorithmes opératoires est d'une difficulté inégale selon l'opération :
- pour l'addition, la compréhension de l'algorithme relève *stricto sensu* de la compréhension de la numération décimale et à l'aide de matériel de numération (plaques, barres, cubes) puis par l'oralisation, le maître doit expliquer et justifier l'algorithme ;
- pour la soustraction, si c'est le choix du cassage de l'unité de numération supérieure qui est fait, comme pour l'addition le maître doit justifier l'algorithme par l'utilisation de matériel puis l'oralisation ; en revanche, si c'est le choix de la compensation qui est fait, une justification peut être donnée, basée sur des écritures en ligne (75-29 = (75**+10**) - (29**+10**), c'est pour cela que l'on dit « 9 ôtés de 5 je ne peux pas, donc je fais 9 ôtés de 15 (ce qui revient à ajouter une dizaine à 75), je pose 6 et je retiens **1** ; 2 et **1** de retenue (ce qui revient à ajouter **une dizaine** à 29) qui font 3, 3 ôtés de 7 font 4 ») sans qu'il soit demandé à tous les élèves de mémoriser cette explicitation ;
- pour la division, une explication orale appuyée sur une écriture en ligne est possible pour une situation où les nombres sont petits et bien choisis (par exemple 642 : 3), la généralisation étant admise.

Calcul mental, calcul en ligne ou calcul posé ?

Il n'y a pas lieu d'opposer les différents modes de calcul. Chacun doit faire l'objet d'un entraînement spécifique. L'élève, lorsqu'il doit produire un résultat, par exemple pour une résolution de problèmes, doit pouvoir choisir le mode de calcul qui lui paraît, à lui, dans cette situation, avec ses connaissances, le plus sûr et/ou le plus rapide et/ou le plus facile.

Conclusion

La place du calcul dans l'enseignement des mathématiques est aujourd'hui reconnue unanimement et la nécessité d'acquérir des automatismes ne fait plus débat. Si la résolution de problèmes est bien au centre de l'activité mathématique, la familiarité avec les nombres et leurs propriétés, ainsi qu'une maîtrise minimale du calcul sont indispensables aux élèves pour qu'ils puissent appréhender le problème et appliquer leur intelligence à la recherche et à la poursuite des voies de résolution qui s'offrent à eux. Par ailleurs, la majorité des élèves aiment manipuler les nombres, calculer, c'est pour eux une forme de jeu. Enseigner explicitement et intensivement le calcul aux élèves revient en fait à leur offrir à la fois des outils pour la résolution de problèmes et la suite de leurs études et le plaisir de jouer avec les nombres.

Le ministre de l'Éducation nationale,
Jean-Michel Blanquer

(1) Cours de Stanislas Dehaene, les fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire https://www.college-de-france.fr/media/stanislas-dehaene/UPL22033_dehaene_res0708.pdf
(2) La représentation chiffrée d'un nombre correspond à son développement décimal : le nombre douze se code « 12 » car 12 est égal à $1x10^1+2x10^0$, c'est-à-dire à 1x10+2x1 ; et le nombre qui se code « 305 » est égal à $3x10^2+0x10^1+5x10^0$, c'est-à-dire 3x100+0x10+5x1.
(3) http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/87/9/RA16_C2_MATHS_calcul_en_ligne_587879.pdf

La résolution de problèmes à l'école élémentaire

NOR : MENE1809043N
note de service n° 2018-052 du 25-4-2018
MEN - DGESCO A1

Texte adressé aux rectrices et recteurs d'académie ; aux inspectrices et inspecteurs d'académie-directrices et directeurs académiques des services de l'éducation nationale ; aux inspectrices et inspecteurs d'académie-inspectrices et inspecteurs pédagogiques régionaux ; aux inspectrices et inspecteurs de l'éducation nationale du premier degré ; aux chefs d'établissements publics et privés sous contrat ; aux professeurs des écoles et des collèges publics et privés sous contrat

Les enquêtes nationales et internationales mettent régulièrement en lumière les difficultés des élèves français en résolution de problèmes en comparaison des élèves des pays économiquement comparables. Les problèmes pour lesquels ces difficultés apparaissent sont généralement des problèmes en deux ou trois étapes, comme l'exercice suivant qui a été proposé en 2015, dans le cadre de l'évaluation Timss (1), aux élèves de fin de CM1.
Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.
Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.
Julien a 4 zeds.
Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ?
A. 1,06 zeds B. 1,16 zeds C. 5,06 zeds D. 5,16 zeds
Pour ce problème, les élèves français ont obtenu le plus faible taux de réussite des pays de l'Union européenne participants, avec un score de 42 %, alors que le tiers des autres pays de l'Union européenne ont obtenu des scores de réussite moyens entre 62 % et 70 % et qu'un pays comme Singapour a même atteint 79 % (2).
Cet exemple met en lumière les difficultés qu'il convient de résorber. **La résolution de problèmes doit être au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire.** Elle participe du questionnement sur le monde et de l'acquisition d'une culture scientifique, et par là contribue à la formation des citoyens. Elle est une finalité de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, mais aussi le vecteur principal d'acquisition des connaissances et des compétences visées.
L'objet de la présente note de service est de contribuer à la mise en place d'un **enseignement construit** pour développer l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes. Cela nécessite de conduire, année après année, et dès le plus jeune âge, **un travail structuré et régulier** pour faire acquérir aux élèves les connaissances et compétences leur permettant :
- de comprendre le problème posé ;
- d'établir une stratégie pour le résoudre, en s'appuyant sur un schéma ou un tableau, en décomposant le problème en sous-problèmes, en faisant des essais, en partant de ce que l'on veut trouver, en faisant des analogies avec un modèle connu ;
- de mettre en œuvre la stratégie établie ;
- de prendre du recul sur leur travail, tant pour s'assurer de la pertinence de ce qui a été effectué et du résultat trouvé, que pour repérer ce qui a été efficace et ce qui ne l'a pas été afin de pouvoir en tirer profit pour faire des choix de stratégies lors de futures résolutions de problèmes.

1 - Un enseignement structuré et explicite de la résolution de problèmes

Enseigner la résolution de problèmes nécessite de **concevoir une progressivité pour les problèmes proposés**, en commençant par des problèmes additifs élémentaires en une étape, avant de proposer des problèmes plus complexes (multiplicatifs élémentaires) et d'augmenter progressivement le nombre d'étapes des problèmes proposés. **Au sein d'une même catégorie de problèmes, une progressivité doit être établie** : par exemple, au sein des problèmes additifs élémentaires en une étape, les nombres en jeu ou l'aspect dynamique ou non de la situation peuvent ajouter de la complexité pour les élèves. Les quatre problèmes suivants, bien que faisant tous appel à une soustraction et à des nombres inférieurs à 50, sont d'une difficulté inégale pour les élèves.
- Léo et Lucie ont 43 billes à eux deux. Léo a 6 billes. Combien Lucie a-t-elle de billes ?

- Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 6 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?
- Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 37 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?
- Lucie a gagné 6 billes à la récréation. Maintenant elle a 43 billes. Combien de billes avait-elle avant la récréation ?

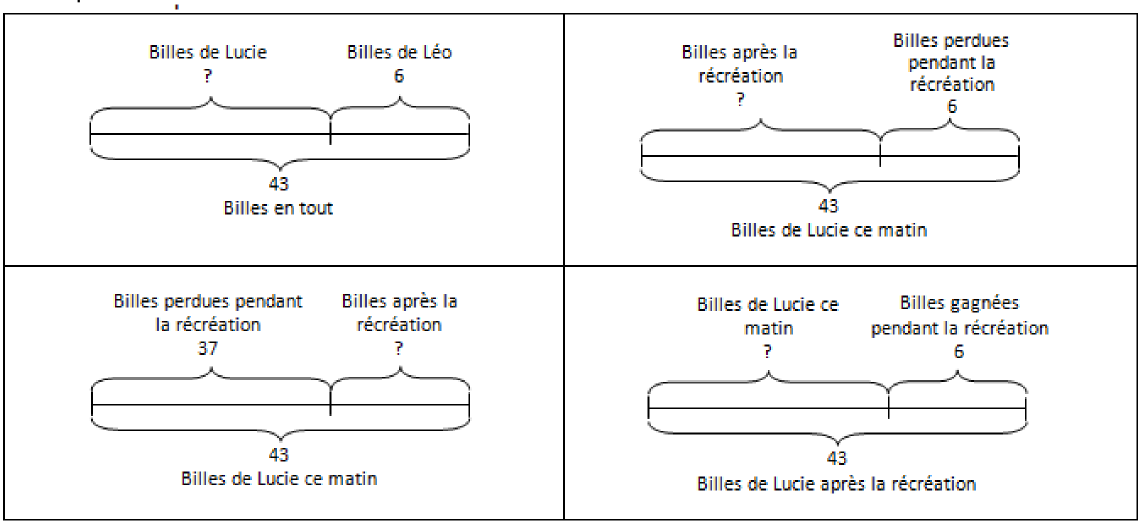
Les différents types de problèmes se résolvant par une même opération doivent être rencontrés et explicités aux élèves, selon une programmation réfléchie tenant compte des différents niveaux de difficulté et de l'impératif de ne pas laisser s'installer une vision réductrice du sens des opérations. La soustraction, par exemple, ne doit pas être assimilée à la seule situation de retrait.

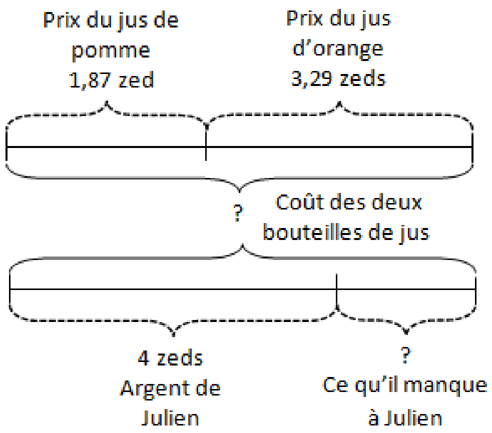
Un enseignement explicite de la résolution de problèmes doit s'appuyer sur des temps spécifiques qui structurent les savoirs et compétences travaillés : **des références construites avec les élèves et notées** dans les cahiers prévus à cet effet (cahiers de référence en mathématiques) permettent de garder traces de l'aboutissement du travail effectué. Ces références peuvent être des résolutions de problèmes types sur lesquelles les élèves pourront s'appuyer lors de séances ultérieures pour résoudre correctement d'autres problèmes proposés. Références « construites avec les élèves » ne signifie en rien qu'il s'agit de productions imparfaites ; bien au contraire, il s'agit de modèles dont les élèves pourront s'inspirer pour leurs propres travaux. Ces exemples-types doivent servir de références systématiques lors des résolutions de problèmes ultérieures (« c'est comme... »). Idéalement, ces références seront communes à l'école, voire au réseau d'écoles, pour permettre de les utiliser pendant plusieurs années.

La formalisation de ces exemples-types doit être l'occasion **d'introduire des représentations,** sous forme de schémas bien adaptés, permettant **la modélisation** des problèmes proposés. Ces représentations sont systématiquement utilisées lors des résolutions de problèmes menées face à la classe, afin de servir de référence aux élèves. Elles ne sont bien sûr jamais rendues obligatoires (en particulier pour les élèves en réussite qui n'en ont pas besoin), mais doivent servir de point d'appui, lors des séances d'enseignement, avec les élèves rencontrant des difficultés lors de la résolution d'un problème.

L'objectif n'est pas d'établir un catalogue détaillé de typologies de problèmes pouvant exister, dont l'usage serait inopérant pour les élèves, mais au contraire de **réunir les problèmes dans des catégories aussi larges que possible en faisant des analogies**, par exemple, entre les problèmes pouvant s'appuyer sur les mêmes représentations. Ainsi, les quatre exemples de problèmes proposés ci-dessus peuvent correspondre à un même « modèle » : indépendamment de l'aspect dynamique ou non de la situation, il s'agit en effet, à chaque fois, d'un ensemble partagé en deux parties. Le cardinal de l'ensemble et celui d'une partie sont connus et le problème a pour objet de déterminer le cardinal de la seconde partie.

Les représentations schématiques associées à ces quatre problèmes peuvent ainsi prendre la même forme et correspondre au même « modèle » :





Comme on peut le voir ci-dessus, la résolution du problème issu de l'évaluation Timss peut s'appuyer sur une représentation schématique similaire à celle utilisée dans les quatre problèmes donnés en exemples au point 1. La compréhension peut ainsi en être facilitée.
D'autres types de représentations pouvant aider les élèves à la modélisation des problèmes à résoudre peuvent être proposés : dessins, diagrammes, graphiques, etc.

2 - Les problèmes à soumettre aux élèves

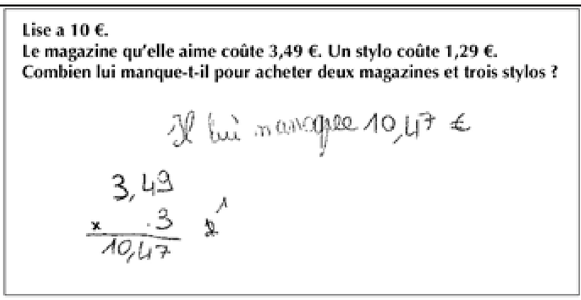
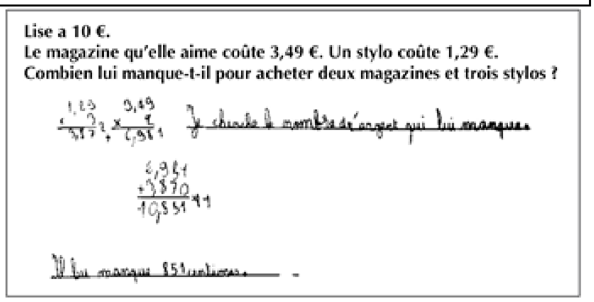
L'exemple du problème issu de l'évaluation Timss donné en introduction met en lumière les difficultés des élèves français à résoudre des problèmes numériques en plusieurs étapes. L'objectif prioritaire doit donc être de former les élèves, très tôt, à la résolution de problèmes élémentaires de cette nature.
Tout en ne négligeant pas le travail préalable sur les problèmes en une étape, briques élémentaires sur lesquelles pourront s'appuyer les élèves pour résoudre les problèmes en plusieurs étapes, **il est important de proposer des problèmes en deux étapes dès le début du cycle 2** (3) : l'objectif visé est de ne pas laisser les élèves penser que résoudre des problèmes se limite à « trouver la bonne opération » ou « avoir de la chance » en prenant les deux nombres de l'énoncé et en choisissant une opération au hasard.
Des problèmes qui ne sont ni additifs ni multiplicatifs peuvent également être proposés aux élèves, en particulier au cycle 3, comme, par exemple, des problèmes qu'il faut résoudre par la méthode essai-erreur (4)
Ces problèmes ne doivent pas apparaître de façon isolée, mais être inscrits dans des séquences d'apprentissage au sein desquelles plusieurs problèmes pouvant être résolus par la méthode visée sont proposés. Il convient d'assigner à chaque séquence un objectif d'apprentissage précis ; dans l'exemple de la méthode essai-erreur, il s'agit d'apprendre à chercher, en tâtonnant, en faisant des essais successifs. L'acquisition de la méthode enseignée ou de la démarche visée, dont les cahiers de référence gardent la mémoire, devra ensuite être renforcée par une rencontre régulière de problèmes permettant de la mettre en œuvre au cours des périodes et des années suivantes.

3 - La mise en œuvre dans la classe

L'enseignement de la résolution de problèmes peut s'appuyer sur des temps d'échanges collectifs, permettant d'émettre des hypothèses, d'élaborer collectivement des stratégies, de confronter des idées et d'en débattre, de proposer des méthodes de résolution ou encore de soumettre à la classe des problèmes créés par les élèves eux-mêmes. Ces temps collectifs permettent également de contribuer à développer une meilleure expression orale des élèves. Néanmoins, lors des séances de résolution de problèmes, **la priorité doit être donnée aux temps pendant lesquels les élèves résolvent effectivement eux-mêmes des problèmes.**
La recherche de solutions de problèmes peut être menée à plusieurs, en invitant les élèves à collaborer, par binôme ou par groupes de trois ou quatre élèves. Il est néanmoins nécessaire d'accorder d'abord aux élèves un temps de travail individuel en amont de la mise au travail par groupe, afin de leur permettre de s'approprier le problème chacun à leur rythme et ainsi faciliter l'engagement de tous les élèves dans la tâche de résolution.
Lors des temps de recherche individuelle ou par groupe, l'enseignant doit veiller à circuler dans les rangs pour consulter les productions de chacun des élèves afin de pouvoir :

- encourager leur mise en recherche ;
- relancer le travail des élèves bloqués, pour des raisons mathématiques ou non, en posant des questions pour les aider à s'approprier l'énoncé, en invitant à faire un dessin ou un schéma, en proposant du matériel ;
- inviter des élèves à utiliser les ressources à leur disposition (cahier de référence ou affichages) ;
- demander à des élèves ne trouvant pas la même chose de comparer leurs résultats et leurs procédures pour se mettre d'accord ;
- accompagner plus longuement des élèves ayant des besoins spécifiques ou des difficultés particulières ;
- etc.

« Modéliser » et « calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :
- difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;
- difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, la ou les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calcul utilisés.
On retrouve ces deux cas dans les exemples ci-dessous :

Difficultés à « modéliser »	Difficultés à « calculer »
	

Les actions de remédiation sont fondamentalement différentes dans les deux cas. Dans le premier cas, un travail important devra être mené pour s'assurer que les élèves concernés comprennent effectivement l'énoncé et soient en mesure de le reformuler. Ils peuvent être invités à effectuer une représentation de la situation ou même à reproduire la situation en utilisant un matériel approprié, comme des images représentant les articles achetés et de la monnaie factice. Dans le second cas, la modélisation est correcte, les élèves concernés peuvent simplement être invités à travailler avec d'autres élèves ayant également modélisé correctement la situation, pour vérifier si leurs résultats sont plausibles, comparer les calculs effectués et échanger afin de se mettre d'accord sur le résultat à trouver.
Lors des temps de recherche individuelle, il est important de veiller à ce qu'une sur-sollicitation de l'enseignant par les élèves ayant le plus d'appétence et de facilités pour les mathématiques ne le conduise pas à répartir ses interventions d'une façon qui ne correspondrait pas aux besoins des élèves.
Lors d'une séance de mathématiques, tous les problèmes traités n'ont pas nécessairement besoin de faire l'objet d'une mise en commun en fin de séance. En effet, si tous les élèves ont réussi à traiter de façon satisfaisante un problème donné, la validation de ces réponses dans les cahiers en circulant dans les rangs doit être suffisante. De même, si seuls un ou deux élèves n'ont pas réussi à traiter un problème donné, une action spécifique auprès de ces élèves peut être plus efficace qu'un échange en classe entière.
Si l'objectif fixé en donnant un problème à résoudre **est de faire émerger une procédure de résolution particulière ou une représentation-type** et qu'aucun élève ne fait ce qui est attendu, l'enseignant ne doit pas renoncer à ce modèle ou attendre qu'il émerge nécessairement d'un élève de la classe. Il peut le proposer lui-même, par exemple en le présentant comme une méthode utilisée par un élève l'année précédente, en invitant les élèves de la classe à discuter de la justesse et de la pertinence de la résolution proposée.
La présentation à la classe d'une proposition de résolution d'un problème peut se faire de façon très efficace grâce aux outils numériques, en projetant sur écran ou tableau numérique la proposition d'un élève et en invitant celui-ci à expliciter oralement sa solution. Ces outils peuvent aussi permettre de projeter plusieurs solutions pour les comparer et permettre à la classe d'évaluer à la fois la justesse des résolutions et leur efficacité. Si la salle de classe

n'est pas équipée de façon idéale, d'autres procédures de mises en commun peuvent être envisagées, comme la vidéo-projection d'une photo de la solution d'un élève ou, à défaut, la copie de tout ou partie de la résolution proposée.

4 - L'évaluation des acquis des élèves

Tout au long de la scolarité, des évaluations régulières doivent permettre de s'assurer de l'acquisition, par tous les élèves, des connaissances et compétences relatives à la résolution de problèmes visées par les séquences qui viennent de s'achever, mais aussi de s'assurer que les compétences et connaissances travaillées lors des périodes et années précédentes sont bien toujours présentes.

Conclusion

La résolution de problèmes, au centre de l'activité mathématique, engage les élèves à chercher, émettre des hypothèses, élaborer des stratégies, confronter des idées pour trouver un résultat. Qu'elle soit proposée individuellement ou collectivement en invitant les élèves à collaborer avec leurs pairs, la tâche de résolution de problèmes **permet aux élèves d'accéder au plaisir de faire des mathématiques.**

Le ministre de l'Éducation nationale,
Jean-Michel Blanquer

(1) Timss : Trends in international mathematics and science study ; cette enquête internationale mesure les résultats des élèves de CM1.
(2) Les résultats de l'enquête Timss sont consultables sur le site de l'IEN (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) : https://timssandpirls.bc.edu.
(3) Le lecteur pourra se référer au document « *Quelles compétences et quelles connaissances doit-on attendre d'un enfant à la fin de son CP ? Repères pour les mathématiques* » publié sur Éduscol en février 2018 (http://eduscol.education.fr/cid117919/100-de-reussite-en-cp.html) qui donne des exemples de problèmes en une ou deux étapes que les élèves doivent être en mesure de traiter en fin de CP.
(4) Par exemple : « *Tracer un rectangle ayant une aire de 90 cm² et un périmètre de 39 cm* ».