

## ENSEIGNER LE NOMBRE À L'ÉCOLE MATERNELLE, POURQUOI ?

La question du « comment » enseigner le nombre à l'école maternelle est souvent posée. Deux réponses arrivent alors fréquemment : « il faut manipuler » ; « il faut donner du sens aux apprentissages ».

La première est souvent posée comme méthode naturelle d'apprentissage du nombre et comme la plus compatible avec l'âge et le développement des enfants. Mais on s'interroge rarement sur la contradiction qu'il peut y avoir entre le concret des manipulations et le caractère abstrait du nombre. Peut-on envisager l'apprentissage du nombre, concept abstrait, construction de l'esprit humain en restant dans le registre de la manipulation d'objets matériels et ne convient-il pas de réfléchir aux formes de manipulations qui favorisent l'accès au concept de nombre et à celles qui peuvent y faire obstacle ?

La deuxième, dans sa formulation, peut laisser entendre que le sens est un supplément d'âme qu'il s'agit d'apporter au nombre lors de son apprentissage. Elle me semble refléter le fait que ce sens du concept de nombre n'est sans doute pas aussi transparent que certains l'imaginent pour les professeurs des écoles.

Afin de permettre aux enseignants de comprendre le sens du concept de nombre et de son apprentissage à l'école, nous proposons de laisser de côté le « comment » et de nous intéresser au « pourquoi » en ne s'arrêtant pas aux seules raisons institutionnelles du type « c'est au programme ».

La question dont nous proposons l'étude est donc : pourquoi enseigner le nombre aux enfants de l'école maternelle ? Et pour tenter d'y apporter une réponse quelque peu consistante, cette question semble en appeler une autre : pourquoi l'humanité a-t-elle construit le concept de nombre ?

Dans un premier temps nous expliciterons ce qui a conduit l'humanité à cette construction conceptuelle : le nombre ; nous utiliserons ensuite les réponses apportées pour formuler une réponse possible à la question du « pourquoi » enseigner le nombre à l'école maternelle. Ce détour épistémologique nous permettra de mieux comprendre le sens de l'apprentissage du nombre ; nous pourrons alors porter un autre regard sur la question du « comment » enseigner le nombre à l'école maternelle.

## POURQUOI L'HUMANITÉ A-T-ELLE CONSTRUIT LE CONCEPT DE NOMBRE ?

---

Lorsqu'on examine la naissance et le développement de l'utilisation des nombres dans les différentes civilisations, le nombre apparaît comme une construction intellectuelle pour faciliter la résolution de certains problèmes pratiques rencontrés.

### Conserver la mémoire de la quantité

Le premier de ces problèmes semble lié aux nombreuses situations dans lesquelles l'homme a éprouvé le besoin de vérifier la stabilité ou non dans le temps d'une quantité : moutons du berger lorsqu'il les fait rentrer à la bergerie (sont-ils tous là ? n'en a-t-il pas égaré durant la journée ? ...); effectifs d'une armée entre le début et la fin d'une bataille ; fortune dont on veut montrer l'importance à la tribu voisine sans pour autant courir le risque d'en perdre une partie au cours du déplacement ; ... ou bien à celles dans lesquelles il doit produire une quantité d'objets en lien avec une quantité déjà constituée : dans le commerce, adapter le paiement à la quantité livrée ; prévoir des hébergements suffisants pour une population donnée ; ...

Dans toutes ces situations, il s'agit soit d'être en mesure d'évoquer une quantité sans devoir exhiber la collection correspondante, soit de construire une collection dont le cardinal dépend d'une collection donnée et ce, y compris en l'absence de cette dernière.

On voit sur l'exemple de ce premier problème que **le nombre est inventé pour éviter la manipulation** lorsque celle-ci devient trop pénible : pour troquer des moutons contre des céréales, utiliser l'intermédiaire du nombre demandera moins de travail physique que la mise en correspondance effective d'une collection de sacs de grains avec les bêtes d'un troupeau. Le nombre apparaît comme une construction intellectuelle, une représentation de certaines caractéristiques des collections et le choix de ce détour par l'abstrait pour résoudre un problème pratique est motivé par le souci d'économie ; il s'agit de se rendre la vie meilleure en remplaçant des manipulations parfois difficiles par une opération intellectuelle.

### Garder la mémoire d'une position

Les hommes sont confrontés à un autre type de problème : conserver la mémoire d'une position. Il peut s'agir de reconstituer l'ordre dans lequel étaient rangés des objets ou des personnages, de repérer un lieu dans un espace, de situer un événement au cours de la lunaison ou de l'année... La particularité de toutes ces situations est qu'a priori, leur résolution passe par un gros travail de mémorisation : liste des objets rangés, image globale de l'espace, listes des jours, ... et plus on rencontrera de problèmes de ce type, plus on aura de listes à mémoriser et, si les collections sont importantes, ces listes peuvent être longues... rapidement, on est confronté aux limites de notre mémoire.

Le concept de nombre va s'avérer utile pour dépasser ces limites : au lieu de mémoriser autant de listes que de collections ordonnées, on va en mémoriser une seule, celle des nombres rangés par ordre croissant des quantités mesurées et on va mettre cette liste

ordonnée des nombres en correspondance terme à terme avec chacune de nos collections rangées. Ainsi repérer la position d'un objet dans la série passera par la mémorisation du nombre associé à cet objet. C'est la fonction ordinale des nombres.

Remarquons à ce sujet que nous disposons dans la langue française de mots spécifiques pour les nombres utilisés dans la résolution de ces problèmes de mémoire d'une position, les mots ordinaux (premier, deuxième, troisième, ...) mais que les mots cardinaux (un, deux, trois, ...) sont parfois utilisés dans une fonction ordinale, par exemple pour la date « nous sommes le jeudi 17 avril » (repérage par le nombre 17 de la position du jour dans le mois) ou pour le repérage d'un objet dans une collection ordonnée (on pourra dire « c'est le troisième » mais aussi « c'est le numéro 3 »<sup>1</sup>).

## Anticiper

Une troisième catégorie de problèmes va encourager l'humanité à développer le concept de nombre comme outil pour prendre pouvoir sur le monde. Le nombre va permettre d'anticiper certains résultats relatifs à des collections en l'absence de celles-ci : comparer des quantités sans avoir à manipuler les collections correspondantes ; prévoir le résultat d'une action sur une collection avant que celle-ci ait lieu (ajout, retrait, partage). Ainsi le concept de nombre permet de penser le monde avant d'agir sur le monde ; il donne la possibilité de renoncer à certaines actions après en avoir anticipé les conséquences.

Ici encore on perçoit comment le nombre se construit d'une certaine façon comme substitut de la manipulation matérielle : il doit servir à se libérer des actions matérielles et à les penser.

Ainsi enfermer l'apprentissage du nombre dans certaines formes de manipulation peut s'avérer un obstacle à l'accès au concept de nombre. Il s'agira donc plutôt de trouver des modalités d'apprentissage s'appuyant certes sur la manipulation mais aussi s'en détachant, de faire passer les élèves d'agir dans le monde à utiliser le concept de nombre pour penser leur action dans le monde.

## POURQUOI ENSEIGNER LE NOMBRE À L'ÉCOLE MATERNELLE ?

Dans la perspective d'une école destinée à permettre à tous les enfants de devenir des citoyens éclairés et libres, le détour épistémologique que nous venons d'effectuer permet d'apporter des réponses à cette question du sens de l'apprentissage du nombre à l'école maternelle.

En effet, nous avons repéré quatre problèmes pratiques : mémoriser une quantité, mémoriser une position, comparer des collections, anticiper le résultat d'une action sur une ou plusieurs collections. Les hommes sont confrontés sous des formes diverses à ces problèmes dans toutes les sociétés, c'est pourquoi nous les qualifierons de problèmes sociaux de référence. Le point commun à tous ces problèmes est le nombre comme outil

---

<sup>1</sup> Dans ce type d'expression, la notion d'ordre et même de nombre peut disparaître complètement et il ne reste plus qu'une désignation de l'objet comme par exemple, dans les numéros de téléphone.

facilitant leur résolution, la rendant moins coûteuse en libérant des manipulations longues et pénibles.

L'enjeu d'un apprentissage du nombre à l'école est donc de permettre à tous d'accéder à cet outil construit par l'homme pour se rendre la vie meilleure. Il va donc comporter deux aspects qui vont non pas se succéder mais être présents en parallèle et de façon dialectique : l'étude des nombres et la résolution des problèmes à l'aide des nombres.

## Nombre objet

Il s'agira d'acquérir progressivement les connaissances nécessaires sur les nombres afin de pouvoir les utiliser dans la résolution de problèmes.

Les connaissances sur les nombres sous leur aspect **objet** sont constituées par :

- Les mots nombres (*un, deux, trois* exprimés à l'oral).
- L'écriture des nombres (des chiffres pour écrire les nombres *1, 15, 23,...*).
- Les constellations du dé, les constellations des cartes à points ou d'autres représentations analogiques des nombres par des collections organisées.

Ces connaissances vont se construire à partir de supports variés dont principalement :

- La comptine numérique (égrenage des mots) qui aide à la mémorisation des mots nombres ;
- Les affichages de diverses représentations des premiers nombres afin de développer au-delà de trois des procédures de dénombrement sans recours au comptage un à un (reconnaissance directe du nombre d'éléments) ;
- Les étiquettes nombres qui fournissent des représentations écrites de nombres « isolés » à des enfants encore non scripteurs ;
- La bande numérique qui permet d'accéder à une présentation ordonnée des écritures des premiers nombres.

On ne vise ni un élargissement trop rapide du champ numérique des nombres connus par les élèves, ni l'accumulation de connaissances encyclopédiques sur les nombres. L'étude des nombres doit être motivée par le besoin ressenti de mieux les connaître afin de les utiliser de façon pertinente dans les problèmes.

## Nombre outil

Ce pouvoir sur le monde que l'humanité a acquis grâce à la construction du concept de nombre, il s'agit de le transmettre aux enfants par l'intermédiaire de l'école. À terme, il s'agit donc de rendre les élèves autonomes dans la résolution des problèmes sociaux de référence dans les situations où ils pourront les rencontrer. Outre l'acquisition de connaissances sur les nombres, il faudra leur faire découvrir puis maîtriser les techniques de résolution de ces problèmes à l'aide des nombres, mais aussi les conduire à être capable face à la diversité des situations qu'ils pourront rencontrer de discerner celles dans lesquelles l'utilisation des nombres sera pertinente.

On va donc transposer à l'école chacun des problèmes sociaux de référence pour construire une situation déclinable sous divers habillages qui devra d'une part permettre l'acquisition

des techniques de résolution et d'autre part construire cette capacité de discernement de la pertinence ou non de l'utilisation du nombre dans une situation.

### Situation fondamentale du nombre cardinal

*Aller chercher en une seule fois une collection équipotente à une collection de référence (qui n'est plus visible) sans que la consigne indique l'utilisation du nombre.*

Voilà comment on peut formuler de façon générique la transposition en situation d'apprentissage du premier problème social de référence, celui de la conservation de la mémoire d'une quantité. Cette situation sera évidemment déclinée à l'école dans des habillages divers<sup>2</sup> et des champs numériques adaptés aux connaissances des élèves sur le nombre.

### Quelques éléments d'analyse de cette situation

1. Cette situation met en jeu la maîtrise de deux types de tâches :
  - dénombrer une collection de  $n$  objets : passer de la collection de référence à un nombre mémoire de la quantité une fois cette collection non visible ;
  - construire une collection de  $n$  objets : utiliser le nombre mémorisé pour construire la nouvelle collection.
2. On retrouve bien derrière cette situation notre problème social de référence de mémoire de la quantité dans ces modalités les plus complexes comme prévoir des hébergements suffisants pour une population donnée pour reprendre un des exemple donnés plus haut.
3. La manipulation est bien présente dans la mesure où les deux collections vont être matériellement construites, mais une partie de la manipulation est empêchée : l'éloignement (dans l'espace ou dans le temps) de la collection de référence et de la collection à construire interdit une résolution pratique du problème par appariement des objets de la nouvelle collection à ceux de la première. Et c'est parce que cette partie de la manipulation est empêchée que l'utilisation du nombre va devenir incontournable. On a là un des éléments fondamentaux de la situation : la contrainte imposée à la manipulation va permettre à l'élève d'accéder à ce que l'homme a justement construit pour éviter cette résolution pratique du problème par la seule manipulation qui devenait trop coûteuse.
4. Dans l'apprentissage, le retour à l'appariement effectif des deux collections, une fois le problème résolu, va permettre aux élèves de valider par eux-mêmes la solution qu'ils auront proposée ; cela implique que cette mise en correspondance terme à terme de deux collections soit maîtrisée préalablement à la première rencontre de ces problèmes de mémoire de la quantité.
5. Enfin le dernier élément fondamental de cette situation réside dans l'absence d'indications relatives à l'utilisation du nombre dans la consigne donnée. C'est à cette

---

<sup>2</sup> Par exemple :

Le bus : aller chercher en un seul voyage juste ce qu'il faut de passagers pour en placer un à chacune des places libres d'un bus, sans laisser de place vide, ni de passager sans place.

Voitures et garages : une collection de garages étant donnée, aller chercher en un seul voyage juste ce qu'il faut de voitures pour en placer une dans chaque garage et que chaque voiture ait son garage.

Nourrir les animaux : une collection d'animaux étant donnée, aller chercher en un seul voyage juste ce qu'il faut de portions de nourriture pour que chaque animal reçoive une portion.

condition que l'autonomie des élèves face au premier problème social de référence pourra se construire ; ils doivent apprendre à discerner si l'utilisation des nombres est pertinente ou non.

### Situation fondamentale du nombre ordinal

*Une collection d'objets étant rangée dans une file (série de référence), replacer un objet choisi dans une file identique mais vide, à la même place que dans la série de référence (celle-ci n'étant plus visible).*

On peut formuler ainsi de façon générique la transposition en situation d'apprentissage du deuxième problème social de référence, celui de la conservation de la mémoire d'une position. Comme pour le premier problème, cette situation sera déclinée à l'école dans des habillages divers et des champs numériques adaptés aux connaissances des élèves sur le nombre. Un habillage possible est fourni par la situation du « Train des lapins »<sup>3</sup> : un lapin est posé dans un des wagons du « train modèle » (train d'environ 25 wagons). Après avoir observé leur « train modèle », les élèves doivent se déplacer jusqu'à leur « train personnel » et placer un lapin dans le même wagon que celui du « train modèle ». Le recours aux nombres pour déterminer une position apparaît ici comme une procédure particulièrement plus efficace que les tentatives pour mémoriser l'image du train modèle.

### Quelques éléments d'analyse de cette situation

1. Cette situation met en jeu la maîtrise de deux types de tâches :
  - repérer à l'aide d'un nombre le rang d'un objet dans une collection ordonnée : choix d'une origine et à partir de celle-ci mise en correspondance de la suite ordonnée des objets avec la suite des nombres entiers en démarrant à un (de l'objet au nombre) ;
  - placer un objet à un rang donné dans une file : choisir la même origine que sur le modèle et à partir du nombre indiquant son rang, retrouver la position de l'objet (du nombre à l'objet).
2. On retrouve l'importance d'une contrainte limitant la manipulation (ici éloignement du modèle) pour permettre le dépassement par les élèves d'une simple résolution pratique du problème qui consisterait à simplement imiter le positionnement des objets dans le modèle s'il était proche et visible.
3. Mais une fois la tâche effectuée, on peut encore revenir à la manipulation en rapprochant les deux files et permettre aux élèves de valider eux-mêmes la solution proposée.
4. L'absence d'indications relatives à l'utilisation du nombre dans la consigne donnée conditionne toujours l'acquisition d'une autonomie des élèves face à ces problèmes.

### Anticiper

Cet aspect de l'utilisation des nombres sera davantage développé à l'école élémentaire et débouchera en particulier sur le calcul et son utilisation dans la résolution de problèmes. Mais dès l'école maternelle, les élèves pourront commencer à découvrir ce pouvoir d'anticipation donné par l'utilisation des nombres.

---

<sup>3</sup> Voir [http://python.espe-bretagne.fr/blog-gri-recherche/?page\\_id=201](http://python.espe-bretagne.fr/blog-gri-recherche/?page_id=201)

Cela se fera tout d'abord dans des situations mettant en jeu la comparaison de collections du point de vue de la quantité ; les élèves découvriront l'utilité des nombres pour comparer des collections, les ranger par effectifs croissants ou décroissants, intercaler une collection entre une d'effectif inférieur et une autre d'effectif supérieur, encadrer une collection entre deux collections l'une comportant moins d'éléments et l'autre plus que la collection donnée. Jouer à "La bataille" à deux joueurs ou plus, dans un champ numérique qui évoluera avec les connaissances des enfants sur les nombres, avec des cartes sur lesquelles on pourra trouver représentées des collections organisées ou non, des nombres donnés par leur écriture en chiffres ou par des constellations est un exemple d'habillage pour l'école maternelle du troisième problème social de référence pour l'utilisation du nombre : comparer des quantités sans avoir à manipuler les collections correspondantes.

Ensuite, sans introduire le symbolisme arithmétique, ils pourront découvrir dans un champ numérique restreint (nombres inférieurs à dix) l'efficacité des nombres pour prédire le résultat d'un ajout, d'un retrait ou d'un partage. Ce travail se poursuivra au cycle 2 avec l'introduction des symboles d'opération qui serviront à rendre compte d'actions sans avoir besoin de les effectuer. Dans ces situations comme pour celles relatives aux deux premiers problèmes sociaux de référence, la manipulation effective des collections devra être limitée pour passer de la résolution pratique des problèmes (par exemple pour un problème d'ajout, je fabrique la collection et je compte le nombre total d'objets) à une résolution utilisant le nombre (je prédis à l'aide des nombres et de mes connaissances sur les nombres le résultat de l'ajout et je peux ensuite réaliser l'action pour valider mon travail d'anticipation).

## COMMENT ENSEIGNER LE NOMBRE À L'ÉCOLE MATERNELLE?

---

L'enseignement du nombre à l'école maternelle est souvent perçu aujourd'hui comme évident et naturel. Nous avons fait le choix ici de réinterroger cette évidence et de chercher à expliciter ce qui peut motiver et justifier cet enseignement à l'école maternelle. Cette quête nous apporte un éclairage nouveau sur la question plus classique des modalités de l'apprentissage du nombre à l'école maternelle, sur la place de la manipulation et sur le sens des activités sur les nombres pour les jeunes enfants.

Enseigner le nombre aux enfants à l'école maternelle, ce n'est pas seulement leur transmettre des connaissances sur les nombres, c'est aussi les rendre capables de résoudre les problèmes qui ont conduit à cette construction de l'esprit humain chaque fois qu'ils y seront confrontés à l'école mais surtout hors de l'école. Sans pour autant délaisser l'étude de l'objet "nombre", c'est la résolution des problèmes qui va donc être au centre des apprentissages sur le nombre à l'école maternelle. Les élèves devront y acquérir des techniques de résolution mais aussi une attitude : discerner de façon autonome les situations nécessitant l'utilisation des nombres. Être compétent dans le domaine des nombres, ce n'est pas seulement réaliser des performances sous la houlette d'un adulte enseignant, c'est à terme être capable de se passer de l'enseignant heureusement devenu inutile pour utiliser le nombre à bon escient.

Dans ce processus la manipulation n'est pas une recette magique qui résoudrait toutes les difficultés des enfants dans les apprentissages relatifs au nombre. Elle est indispensable pour permettre aux élèves de s'appropriier et se représenter les problèmes ; elle joue aussi un rôle fondamental dans la validation par les élèves des solutions proposées ; mais le but reste de dépasser cette manipulation pour accéder au nombre qui est et restera un concept, une abstraction. Pour qu'elle soit un levier dans l'apprentissage, la manipulation devra toujours être contrainte et, à un moment donné, empêchée ; sans cela elle s'érigera en obstacle aux apprentissages, enfermant l'élève dans l'action alors que l'objectif est de le conduire à penser cette action.

Enfin la question du sens s'est dédoublée : l'apprentissage du nombre a du sens pour l'élève lorsqu'il comprend que l'utilisation du nombre est une clé qui lui donne de plus en plus de pouvoir sur le monde ; l'enseignement du nombre à l'école maternelle a du sens pour le professeur des écoles qui est en mesure de replacer celui-ci dans l'ensemble de l'éducation proposée aux enfants par l'école, mais aussi dans la dynamique intellectuelle de l'humanité.