

Elaboration d'une séquence d'apprentissage

La séquence propose de présenter le passage du retour à l'unité lors de résolution de problèmes de proportionnalité puis, à partir de cette situation, de retrouver les autres méthodes de résolution : la recherche d'un coefficient de proportionnalité ou l'utilisation d'un rapport de linéarité. Pour finir, l'enseignant amènera les élèves à choisir une procédure adaptée.

TITRE DE LA SEQUENCE : Résolution de problèmes relevant de la proportionnalité.	Niveau de classe : CM2
Compétence générale : savoir résoudre un problème relevant de la proportionnalité en choisissant la procédure la plus efficace, utilisant une ou plusieurs propriétés de la proportionnalité.	Domaine : mathématiques
<u>Progression de la séquence:</u> Activités préparatoires : <ul style="list-style-type: none">- Calcul mental : travail de la relation entre les nombres : le double, la moitié, le tiers...- Des activités de placement de nombres sur une droite partiellement graduée.- Résolution de situations problèmes simples en utilisant du vocabulaire spécifique : objets identiques, régulier, mêmes, x fois plus, x fois moins. Séance 1 : Découverte et recherche. Séance 2 : Entraînement et consolidation de la procédure. Séance 3 : A partir du passage à l'unité, retrouver les autres méthodes. Séance 4 : Entraînement et consolidation. Séance 5 : Institutionnalisation : les trois méthodes de résolution de problème de proportionnalité rencontrées. Séance 6 : Evaluation Séance 7 : Remédiation et réinvestissement.	

SÉANCE 1 : Découverte et recherche.

Compétence générale : Résoudre une situation de proportionnalité simple en recherchant la valeur de l'unité.

Connaissances :

Maîtriser les quatre opérations avec des nombres entiers.

Capacités :

Faire preuve d'esprit critique.
Savoir argumenter.

Attitudes :

Travailler en groupe.

Matériel : énoncé du problème, feuille ou cahier.

Durée	Forme de travail	Déroulement de la séance
5'	Collective	1. <u>Situation problème :</u> Lecture de l'énoncé écrit au tableau et vérification de sa compréhension par tous. Au cours de cette première séance, l'enseignant insistera oralement sur le fait que les livres sont identiques. « Un maître achète 3 livres identiques de poésie, il paie 18 euros. Combien paiera-t-il s'il achète 5 livres identiques ? 8 livres identiques? »
15'	<u>Individuelle puis</u> travail en binômes.	2. <u>Recherche :</u> Suivant l'objectif du maître, associer les élèves qui ont la même procédure pour une confrontation face au grand groupe ou ceux qui ont des procédures différentes pour une confrontation en petits groupes.
15'	Collective ou par groupe	3. <u>Mise en commun :</u> A gérer selon les habitudes de l'enseignant.

Le choix didactique de l'enseignant favorise le retour à l'unité.

Prendre appui sur les tables de multiplication : retrouver 18 dans la table de 3.

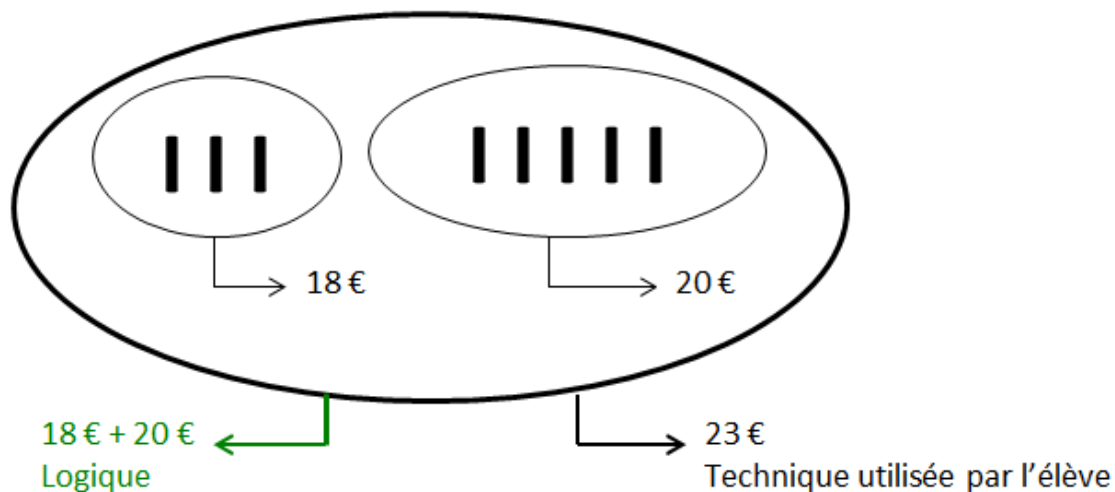
Réponses attendues :

A. Réponses erronées possibles

a) Réponse erronée 1.

$3 + 15 = 18$ donc on ajoute 15. Il paiera $\rightarrow 5 + 15 = 20$ € pour 5 livres

$\rightarrow 8 + 15 = 23$ € pour 8 livres



or $23 \text{ €} \neq 18 \text{ €} + 20 \text{ €}$

Pour expliquer l'erreur de l'élève, il faudra travailler sur la décomposition de 8 livres, 5 livres + 3 livres et faire constater à l'élève que si on ajoute $20 + 18$, on obtient 38 euros pour 8 livres alors que la réponse proposée est de 23 € pour 8 livres. Les livres étant identiques, cela ne fonctionne pas.

5 livres + 3 livres = 8 livres

↓ ↓ ↓

20 euros + 18 euros \neq 23 euros (réponse proposée)

b) Réponse erronée 2.

$$3 + 2 = 5 \text{ donc on ajoute 2, il paiera } \rightarrow 18 + 2 = 20 \text{ € pour 5 livres}$$

$$3 + 5 = 8 \text{ donc on ajoute 5, il paiera } \rightarrow 18 + 5 = 23 \text{ € pour 8 livres}$$

Pour expliquer l'erreur de l'élève, il faudra travailler sur la décomposition de 8 livres , 5 livres + 3 livres et faire constater à l'élève que si on ajoute 20 + 18 , on obtient 38 euros pour 8 livres alors que la réponse proposée est de 23 € pour 8 livres. Les livres étant identiques, cela ne fonctionne pas.

$$5 \text{ livres} + 3 \text{ livres} = 8 \text{ livres}$$

↓ ↓ ↓

$$20 \text{ euros} + 18 \text{ euros} \neq 23 \text{ euros (réponse proposée)}$$

c) Réponse erronée 3.

$$18 \times 5 = 90 \text{ €}$$

Pour expliquer l'erreur, on peut schématiser l'énoncé, 18 €, c'est le prix de 3 livres et non pas le prix d'un livre.

Si on multiplie par 5, on calcule le prix de 15 livres et non pas 5 !

B. Réponses justes possibles

a) Réponse juste 1.

$$6 + 6 + 6 = 18 \text{ euros donc un livre coûte } 6 \text{ €}$$

$$18 + 6 + 6 = 30 \text{ €, c'est le prix de 5 livres}$$

b) Réponse juste 2.

$$6 \times 3 = 18 \text{ euros donc un livre coûte } 6 \text{ €}$$

$$18 + 18 - 6 = 30 \text{ €, c'est le prix de 5 livres}$$

SÉANCE 2 : Entraînement et consolidation de la procédure.

Compétence générale : Résoudre une situation de proportionnalité simple en recherchant la valeur de l'unité.

Connaissances :

Maîtriser les quatre opérations.
Effectuer des opérations sur des nombres décimaux et /ou convertir des euros en centimes.

Capacités :

Faire preuve d'esprit critique.
Utiliser un vocabulaire spécifique : identique, la valeur d'une unité, les trois valeurs connues.

Attitudes :

Travailler en groupe.

Matériel : énoncé du problème, feuille ou cahier.

Durée	Forme de travail	Déroulement de la séance
5'	Collective	1. <u>Situation problème :</u> Le prix de 3 baguettes identiques est 2,40 €, combien coûtent 5 baguettes ? Extrait de : « Le nombre au cycle 3, apprentissages numériques Sceren-Education Nationale-Ressources pour faire la classe » Prévoir deux niveaux d'exercice (ajouter une étape intermédiaire avec la question : « combien coûte une baguette » pour les enfants pour lesquels la compétence est en cours d'acquisition).
10'	Individuelle	2. <u>Recherche :</u>
10'	Collective	3. <u>Mise en commun :</u> Réponses attendues : Enoncé : 3 baguettes → 2,40 € 5 baguettes →? €

<p>10'</p> <p>5'</p>	<p>Collective</p> <p>Individuelle</p>	<p>Résolution :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>1^{ère} étape 3 baguettes → 2,40 €</p> <p>1 baguette → 2,40 € : 3 = 0,80 €</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>2^e étape 1 baguette → 0,80 €</p> <p>5 baguettes → 5 x 0,80 € = 4 €</p> </div> <p>Au cours de cette séance, le maître reprend toute la procédure et reste attentif à utiliser le vocabulaire spécifique comme « identique, la valeur d'une unité, les trois valeurs connues ».</p> <p>4. Institutionnalisation</p> <p>Objectif spécifique : Rédiger une trace écrite sur la résolution de situation de proportionnalité en utilisant le passage par l'unité.</p> <p><i>En fonction de l'attention des élèves, elle est faite dans la continuité de la séance 2 sinon elle fera l'objet d'une séance 2 bis.</i></p> <p>a) <i>Elaboration de la trace écrite avec les élèves.</i></p> <p>b) <i>Copie de la trace écrite.</i></p> <p>Dans cette trace écrite doivent apparaitre le passage à l'unité, la mise en évidence des 3 valeurs connues et la recherche de la quatrième proportionnelle, le vocabulaire comme identiques, mêmes...</p>
----------------------	---------------------------------------	---

Répertoire de procédures

pour résoudre un problème de proportionnalité

« Un maître achète 3 livres identiques de poésie, il paie 18 euros.

- **Combien paiera-t-il s'il achète 5 livres identiques ?**

Ce problème est une situation de **proportionnalité** car les livres sont **identiques** et le prix des livres augmente **régulièrement**.

→ Procédure 1 : (retour à l'unité)*

On recherche d'abord le prix d'un livre

$$18 \text{ €} : 3 = 6 \text{ €} \text{ ou } 6 \text{ €} \times 3 = 18 \text{ €}$$

Puis on cherche le prix de 5 livres $6 \text{ €} \times 5 = 30 \text{ €}$

1^{ère} étape 3 livres → 18 €

$$1 \text{ livre} \rightarrow 18 \text{ €} : 3 = 6 \text{ €}$$

2^e étape 1 livre → 6 €

$$5 \text{ livres} \rightarrow 5 \times 6 \text{ €} = 30 \text{ €}$$

SÉANCE 3 : A partir du passage à l'unité, retrouver les autres méthodes pour résoudre une situation de proportionnalité.

Compétence générale : A partir de la recherche de la valeur de l'unité lors de la résolution d'une situation de proportionnalité, retrouver la procédure utilisant le coefficient de proportionnalité ou la linéarité.

Connaissances :

Maîtriser les quatre opérations.
Effectuer des opérations sur des nombres décimaux et /ou convertir des euros en centimes.

Capacités :

Faire preuve d'esprit critique.
Utiliser un vocabulaire spécifique : identique, la valeur d'une unité, les trois valeurs connues.

Attitudes :

Travailler en groupe.

Matériel :

Durée	Forme de travail	Déroulement de la séance
5'	Collective	<p>1. Situation problème :</p> <p>Le prix de 3 baguettes identiques est 2,40 €, combien coûtent 6 baguettes ? 9 baguettes ?</p> <p>Réponses attendues :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Passage à l'unité - A partir de cet exemple, retrouver les autres procédures - Comparer les procédures - Mise en évidence de l'efficacité de chacune
15'	Par groupe	<p>2. Recherche :</p>
10'	Collective	<p>3. Mise en commun :</p>
10'	Individuelle	<p>4. Complément de l'institutionnalisation de la séance 2 ou 2 bis.</p>

- **Combien paiera-t-il s'il achète 8 livres identiques ?**

On peut utiliser la procédure 1.

→ Procédure 2 : (linéarité de l'addition)*

3 livres + 5 livres = 8 livres
↓ ↓ ↓
18 euros + 30 euros = 48 euros

On peut également utiliser les résultats que l'on vient de trouver :

On sait que 3 livres coûtent 18 € et que

5 livres coûtent 30 €

Donc 3 livres + 5 livres (8 livres) coûtent 18 € + 30 € (48 €)

- **Combien paiera-t-il s'il achète 7 livres ?**
- **Combien achètera-t-il de livres s'il paie 48 € ?**

On peut utiliser les procédures 1 et 2.

→ Procédure 3 : (utilisation du coefficient de proportionnalité)*

On peut aussi remarquer que 18 c'est 3 x 6.

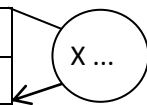
Il paiera 42 € car 42 € = 7 x 6 €.

Livres	3	7
Prix en €	18	?



S'il paie 48 € il achètera 8 livres car 8 livres x 6 = 48 €.

Livres	3	7	?
Prix en €	18	42	48



SÉANCE 4 : Entraînement et consolidation de la procédure.

Compétence générale : A partir de la recherche de la valeur de l'unité lors de la résolution d'une situation de proportionnalité, retrouver la procédure utilisant le coefficient de proportionnalité ou la linéarité.

Situation problème :

Problème 1 : Une tablette de chocolat de 48 carreaux pèse 240 g.

Niveau 1 : Combien pèsent 12 carreaux de chocolat ? 1 carreau ?

Niveau 2 : Combien pèsent 12 carreaux ? 7 carreaux ? 8 carreaux ? 15 carreaux ?

Vous devez résoudre ce problème en utilisant deux méthodes de résolution différentes.

Problème 2 : 8 briques identiques empilées les unes sur les autres ont une hauteur de 25 cm. Quelle hauteur obtiendra-t-on en empilant 4 briques ? 40 briques ? 12 briques ? Combien utilisera-t-on de briques pour obtenir une hauteur de 50m ?

Réponses attendues :

- Passage à l'unité.
- A partir de cet exemple, retrouver les autres procédures.
- Comparer les procédures.

Mise en évidence de l'efficacité de chacune.

SÉANCE 5 : Institutionnalisation.

Les trois méthodes de la résolution de problèmes de proportionnalité rencontrées.

Compétence générale : Rédiger une trace écrite sur la résolution de situation de proportionnalité en utilisant le passage à l'unité ou la procédure du coefficient de proportionnalité ou celle mettant en œuvre la linéarité. **(Voir « Trace écrite »)**

SÉANCE 6 : Evaluation.

Compétence générale : Résoudre une situation de proportionnalité simple et la traiter en choisissant un moyen adapté.

SÉANCE 7 : Remédiation, réinvestissement.

Compétence générale : Résoudre une situation de proportionnalité simple en recherchant la valeur de l'unité. A partir de cette procédure, retrouver la procédure du coefficient de proportionnalité ou celle mettant en œuvre la linéarité.

Deux groupes de travail :

- Les élèves ont acquis la compétence évaluée : en utilisant cette compétence, résoudre un problème mathématique du type défi maths n°5 « l'Economaths ».
(Voir « Remédiation »)
- Les élèves n'ont pas acquis la compétence : travail en groupe avec l'enseignant : proposer des activités de remédiation, chercher des jeux sur la proportionnalité.
(Voir « Remédiation »)