

# Les ajustements de programmes en mathématiques

(BO n°25 du 21/06/2018)

Dans ce document, les éléments des programmes 2016 qui ont été supprimés lors des ajustements de programmes 2018 n'apparaissent pas. Les éléments rajoutés en 2018 ainsi que ceux qui ont remplacé d'autres données apparaissent en jaune.

Ce travail est inspiré du travail réalisé par l'inspection de Luxeuil.

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Si la modélisation algébrique relève avant tout du cycle 4 et du lycée, la résolution de problèmes permet déjà de montrer comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations.

Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont, le plus souvent, issues d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante. Les élèves rencontrent également des problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques. La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc...) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves. On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements.

Le cycle 3 vise à approfondir des notions mathématiques abordées au cycle 2, à en étendre le domaine d'étude, à consolider l'automatisation des techniques écrites de calcul introduites précédemment (addition, soustraction et multiplication) ainsi que les résultats et procédures de calcul mental du cycle 2, mais aussi à construire de nouvelles techniques de calcul écrites (division) et mentales, enfin à introduire des notions nouvelles comme les nombres décimaux, la proportionnalité ou l'étude de nouvelles grandeurs (aire, volume, angle notamment).

Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments. Elles sont aussi une occasion de fréquenter de nouvelles représentations de l'espace (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus...).

En complément de l'usage du papier, du crayon et de la manipulation d'objets concrets, les outils numériques sont progressivement introduits. Ainsi, l'usage de logiciels de calcul et de numération permet d'approfondir les connaissances des propriétés des nombres et des opérations comme d'accroître la maîtrise de certaines techniques de calculs. De même, des activités géométriques peuvent être l'occasion d'amener les élèves à utiliser différents supports de travail : papier et crayon, mais aussi logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ou logiciels de visualisation de cartes, de plans.

Les grandeurs font l'objet d'un enseignement structuré et explicite, une bonne connaissance des unités du système international de mesure étant visée. L'étude des préfixes des unités de mesures décimales, en lien avec les unités de numération, facilite la compréhension et l'apprentissage des unités de mesure de la plupart des grandeurs relevant du cycle 3.

Dans le prolongement du travail mené au cycle 2, l'institutionnalisation des savoirs dans un cahier de leçon est essentielle. L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction qui sera poursuivie au cycle 4. La verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés est encouragée et valorisée en toute situation et accompagne le recours à l'écrit.

# Nombres et calculs

Au cycle 3, l'étude des grands nombres permet d'enrichir la compréhension de notre système de numération (numération orale et numération écrite) et de mobiliser ses propriétés lors des calculs.

Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel. Avoir une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les prolonger aux dixièmes, centièmes... Les caractéristiques communes entre le système de numération et le système métrique sont mises en évidence. L'écriture à virgule est présentée comme une convention d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales. Cela permet de mettre à jour la nature des nombres décimaux et de justifier les règles de comparaison (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers) et de calcul.

Le calcul mental **ou en ligne**, le calcul posé et le calcul instrumenté sont à construire en interaction. Ainsi, le calcul mental est mobilisé dans le calcul posé et il peut être utilisé pour fournir un ordre de grandeur avant un calcul instrumenté. Réciproquement, le calcul instrumenté peut permettre de vérifier un résultat obtenu par le calcul mental ou par le calcul posé. Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres. Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances et des nombres en jeu. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et sur des procédures automatisées de calculs élémentaires. De même, si la maîtrise des techniques opératoires écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat de calcul, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes.

Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles. Les procédures de traitement de ces problèmes adaptées à leur structure peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu. L'organisation des calculs et leur réalisation contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre).

# Nombres et calcul

## Attendus de fin de cycle :

- Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux
- Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux
- Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul

## Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux

Connaître les unités de la numération décimale pour les nombres entiers (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et les relations qui les lient.

Composer, décomposer les grands nombres entiers, en utilisant des regroupements par milliers.

Comprendre et appliquer les règles de la numération décimale de position aux grands nombres entiers (jusqu'à 12 chiffres).

Comparer, ranger, encadrer des grands nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée.

Connaître diverses désignations des fractions (orales, écrites et décompositions additives et multiplicatives (ex : quatre-tiers :  $\frac{4}{3}$  ;  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$  ;  $1 + \frac{1}{3}$  ;  $4 \times \frac{1}{3}$ ).

Connaître et utiliser quelques fractions simples comme opérateur de partage en faisant le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (ex : faire le lien entre « la moitié de » et multiplier par  $\frac{1}{2}$ ).

Utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs.

Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.

Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.

Comparer deux fractions de même dénominateur.

Connaître les égalités entre les fractions usuelles (ex :  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$  ;  $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$  ;  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ )

Utiliser des fractions pour exprimer un quotient.

Connaître les unités de la numération décimale (unités simples, dixièmes, centièmes, millièmes) et les relations qui les lient.

Comprendre et appliquer aux nombres décimaux les règles de la numération décimale de position (valeurs des chiffres en fonction de leur rang).

Connaître et utiliser diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions additives et multiplicatives).

Utiliser les nombres décimaux pour rendre compte de mesures de grandeurs.

Connaître le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (par exemple : dixième  $\rightarrow$  dm / dg / dl, centième  $\rightarrow$  cm / cg / cl, centimes d'euro).

Comparer, ranger des nombres décimaux.

Repérer et placer des décimaux sur une demi-droite graduée adaptée.

Encadrer un nombre décimal par deux nombres entiers, par deux nombres décimaux.

Trouver des nombres décimaux à intercaler entre deux nombres donnés.

### Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux

Mémoriser des faits numériques mémorisés au cycle 2, notamment les tables de multiplication jusqu'à 9.

Connaître les multiples de 25 et de 50, les diviseurs de 100.

*Calcul mental ou en ligne*

Connaître des procédures élémentaires de calcul, notamment :

- Multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, par 100, par 1000
- Rechercher le complément à l'entier supérieur
- Multiplier par 5, par 25, par 50, par 0.1 par 0.5

Connaître les propriétés de l'addition, de la soustraction et de la multiplication, et notamment :

$$\begin{aligned}12 + 199 &= 199 + 12 \\27,9 + 1,2 + 0,8 &= 27,9 + 2 \\3,2 \times 25 \times 4 &= 3,2 \times 100 \\45 \times 21 &= 45 \times 20 + 45 \\6 \times 18 &= 6 \times 20 - 6 \times 2 \\23 \times 7 + 23 \times 3 &= 23 \times 10\end{aligned}$$

Connaître les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10

Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.

Utiliser ces propriétés et procédures pour élaborer et mettre en œuvre des stratégies de calcul.

Dans un calcul en ligne, utiliser des parenthèses pour indiquer ou respecter une chronologie dans les calculs.

### *Calcul posé*

Connaître et mettre en œuvre un algorithme de calcul pour effectuer :

- l'addition, la soustraction, la multiplication de nombres entiers ou décimaux,
- la division euclidienne d'un entier par un entier
- la division d'un nombre décimal (entier ou non) par un nombre entier.

### *Calcul instrumenté*

Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

### **Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul**

Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations.

- Sens des opérations.
- Problèmes à une ou plusieurs étapes relevant des structures additive et/ou multiplicative.

### *Organisation et gestion de données*

Prélever des données numériques à partir de supports variés. Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques.

Exploiter et communiquer des résultats de mesures.

Lire ou construire des représentations de données :

- tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée)
- diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires
- graphiques cartésiens.

Organiser des données issues d'autres enseignements (sciences et technologie, histoire et géographie, éducation physique et sportive...) en vue de les traiter.

### *Proportionnalité*

Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité.

Appliquer un pourcentage.

# Grandeurs et Mesures

Au cycle 3, les connaissances des grandeurs déjà rencontrées au cycle 2 (longueur, masse, contenance, durée, prix) sont complétées et structurées, en particulier à travers la maîtrise des unités légales du Système International d'unités (numération décimale ou sexagésimale, pour les durées) et leurs relations. Un des enjeux est d'enrichir le concept de grandeur notamment en abordant la notion d'aire d'une surface ainsi que celle de périmètre, en les distinguant clairement. Les élèves approchent la notion d'angle. Ils se familiarisent avec la notion de volume, en lien avec celle de contenance.

Mesurer une grandeur consiste à déterminer, après avoir choisi une unité, combien d'unités ou de fractionnements de cette unité sont contenus dans cette grandeur, pour lui associer un nombre (entier ou non). Les opérations sur les grandeurs permettent de donner du sens aux opérations sur leurs mesures (par exemple, la somme  $30\text{cm} + 15\text{cm}$  peut être mise en relation avec la longueur de deux bâtons de  $30\text{cm}$  et  $15\text{cm}$ , mis bout à bout). Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant des problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer). Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes.

Dans la continuité du cycle 2, le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner du sens à ces grandeurs étudiées et à leur mesure (estimer en prenant appui sur des références déjà construites : longueurs et aire d'un terrain de basket, aire d'un timbre-poste, masse d'un trombone, masse et volume d'une bouteille de lait...).

# Grandeurs et mesures

## Attendus de fin de cycle

- Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle.
- Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs.
- Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

**Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle**

**Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs**

## Longueur et périmètre

Comparer des périmètres avec ou sans recours à la mesure (par exemple en utilisant une ficelle, ou en reportant les longueurs des côtés d'un polygone sur un segment de droite avec un compas):

- notion de longueur : cas particulier du périmètre
- unités relatives aux longueurs: relations entre les unités de longueur et les unités de numération.

Calculer le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés.

Calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle, la longueur d'un cercle, en utilisant une formule:

- Formule du périmètre d'un carré, d'un rectangle.
- Formule de la longueur d'un cercle.

## Aires

Comparer des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement.

Différencier aire et périmètre d'une figure

Estimer la mesure d'une aire et l'exprimer dans une unité adaptée.

Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule.

Estimer la mesure d'une aire par différentes procédures.

- Unités usuelles d'aire et leurs relations : multiples et sous-multiples du  $m^2$  et leurs relations.
- Formules de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque.

## Volumes et contenances

Relier les unités de volume et de contenance.

Estimer la mesure d'un volume ou d'une contenance par différentes procédures (transvasements, appréciation de l'ordre de grandeur) et l'exprimer dans une unité adaptée.

Déterminer le volume d'un pavé droit en se rapportant à un dénombrement d'unités (cubes de taille adaptée) ou en utilisant une formule:

- Unités usuelles de contenance (multiples et sous multiples du litre).
- Unités usuelles de volume (cm<sup>3</sup>, dm<sup>3</sup>, m<sup>3</sup>), relations entre les unités
- Formule du volume d'un cube, d'un pavé droit.

## Angles

Identifier des angles dans une figure géométrique.

Comparer des angles, en ayant recours ou non à leur mesure (par superposition, avec un calque).

Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit.

Estimer qu'un angle est droit, aigu ou obtus.

Utiliser l'équerre pour vérifier qu'un angle est droit, aigu ou obtus ou pour construire un angle droit.

Utiliser le rapporteur pour: déterminer la mesure en degré d'un angle ; construire un angle de mesure donnée en degrés.

- Notion d'angle.
- Lexique associé aux angles: angle droit, aigu, obtus.
- Mesure en degré d'un angle.

## Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux

Résoudre des problèmes de comparaison avec et sans recours à la mesure.

Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.

Calculer des périmètres, des aires ou des volumes, en mobilisant ou non, selon les cas, des formules.

Formules donnant :

- Le périmètre d'un carré, d'un rectangle, la longueur d'un cercle
- L'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque
- Le volume d'un cube, d'un pavé droit

Calculer la durée écoulée entre deux instants donnés.

Déterminer un instant à partir de la connaissance d'un instant et d'une durée.

Connaître et utiliser les unités de mesure des durées et leurs relations:

- Unités de mesures usuelles : jour, semaine, heure, minute, seconde, dixième de seconde, mois, année, siècle, millénaire.

Résoudre des problèmes en exploitant des ressources variées (horaires de transport, horaires de marées, programmes de cinéma ou de télévision)

### Proportionnalité

Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation.

Résoudre un problème de proportionnalité impliquant des grandeurs.

# Espace et Géométrie

A l'articulation de l'école primaire et du collège, le cycle 3 constitue une étape importante dans l'approche des concepts géométriques. Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc...) et leurs propriétés sont **essentiellement** contrôlés par la perception à une géométrie où le recours à des instruments devient déterminant, pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation s'appuie sur le raisonnement et l'argumentation. Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion d'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure.

Les situations faisant appel à différents types de tâches (reconnaître, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter, construire) portant sur des objets géométriques sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques (caractérisations et propriétés des objets, relations entre les objets) et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances.

Les professeurs veillent à utiliser un langage précis et adapté pour décrire les actions et les gestes réalisés par les élèves (pliages, tracés à main levée ou avec utilisation de gabarits et d'instruments usuels ou lors de l'utilisation de logiciels). Ceux-ci sont progressivement encouragés à utiliser ce langage.

Les activités spatiales et géométriques sont à mettre en lien avec les deux autres thèmes : résoudre dans un autre cadre des problèmes relevant de la proportionnalité ; utiliser en situation les grandeurs (géométriques) et leur mesure. Par ailleurs, elles constituent des moments privilégiés pour une première initiation à la programmation notamment à travers la programmation de déplacements ou de construction de figures.

# ESPACE ET GEOMETRIE

## Attendus de fin de cycle

(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations.

Reconnaitre, nommer, décrire reproduire, représenter, construire des figures et solides usuels.

Reconnaitre et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, d'appartenance, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueurs, d'égalité d'angle, de distance entre deux points, de symétrie, d'agrandissement et de réduction).

## (Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations

Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte (école, quartier, ville, village)

Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers.

Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran en utilisant un logiciel de programmation

- Vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements (tourner à gauche, à droite, faire demi - tour, effectuer un quart de tour à droite, à gauche)
- Divers modes de représentation de l'espace: maquettes, plans, schémas.

## Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques

Reconnaitre, nommer, décrire des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) :

- Triangles, dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral)
- Quadrilatères, dont les quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, première approche du parallélogramme)
- Cercle (comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné), disque.

Reconnaitre, nommer, décrire des solides simples ou des assemblages de solides simples : cube, pavé droit, prisme droit, pyramide, cylindre, cône, boule

+ Vocabulaire associé à ces objets et à leurs propriétés : côté, sommet, angle, diagonale, polygone, centre, rayon, diamètre, milieu, hauteur, solide, face, arête.

*Reproduire, représenter, construire :*

- des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples)

- des solides simples ou des assemblages de solides simples sous forme de maquettes ou de dessins ou à partir d'un patron (donné, dans le cas d'un prisme ou d'une pyramide, ou à construire dans le cas d'un pavé droit).

Réaliser, compléter et rédiger un programme de construction d'une figure plane.

Réaliser une figure plane simple ou une figure composée de figures simples à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

### Reconnaitre et utiliser quelques relations géométriques

*Relations de perpendicularité et de parallélisme*

Tracer avec l'équerre la droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné.

Tracer avec la règle et l'équerre la droite parallèle à une droite donnée passant par un point donné.

Déterminer le plus court chemin entre un point et une droite.

- Alignement, appartenance
- Perpendicularité, parallélisme
- Distance entre deux points, entre un point et une droite.
- Segment de droite

*Symétrie axiale*

Compléter une figure par symétrie axiale.

Construire le symétrique d'une droite, d'un segment, d'un point par rapport à un axe donné.

Construire la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné

- Figure symétrique, axe de symétrie d'une figure, figures symétriques par rapport à un axe.
  - Propriétés de conservation de la symétrie axiale.
  - Médiatrice d'un segment :
- Définition : droite perpendiculaire au segment en son milieu
- Caractérisation : ensemble des points équidistants des extrémités du segment

*Proportionnalité*

Reproduire une figure en respectant une échelle donnée :

- Agrandissement ou réduction d'une figure