Synthèse du guide

150 pages, parution sur EDUSCOL en janvier 2022

Téléchargeable : https://eduscol.education.fr/251/mathematiques-cLisacle-3

Ce guide rappelle des éléments issus de la recherche permettant de nourrir la réflexion pour construire un enseignement de la résolution de problèmes plus efficace.

Il donne de nombreux exemples de problèmes (> 200) que les élèves de cours moyen doivent apprendre à résoudre, ainsi que des stratégies et procédures qu'ils doivent acquérir pour y parvenir.
Pour une exploitation en classe par les enseignants, je vous propose **dans des fichiers annexes une programmation et une progression avec les énoncés de problèmes extraits de ce guide.**
Ce travail a été réalisé avec les enseignants du département en stage filé cycle 3 en mars et avril 2022, que je remercie pour leur contribution.

Ce guide complète les ressources institutionnelles déjà à disposition des professeurs, à savoir le programme de mathématiques, les attendus de fin d'année, les repères annuels de progression du cycle 3 et les documents ressources pour le cycle 3.

https://eduscol.education.fr/87/j-enseigne-au-cycle-3

https://eduscol.education.fr/137/attendus-de-fin-d-annee-et-reperes-annuels-de-progression-du-cp-la-3e

Cette synthèse ne se substitue pas à une lecture complète du guide.
(à savoir que les chapitres du guide peuvent se lire de façon indépendante)

Pourquoi enseigner la résolution de problèmes ?

Savoir résoudre des problèmes est une finalité de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, mais aussi le vecteur principal d'acquisition des connaissances et des compétences visées.

La résolution de problèmes est une activité à fort enjeu dans le monde : les élèves français sont en difficultés (Voir résultats aux évaluations internationales PISA et TIMSS).

La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens.

Les compétences clés à développer :

- les connaissances mathématiques des élèves (nombres en jeu, sens des opérations)
- La mémoire des problèmes similaires préalablement résolus
- Des compétences et des aptitudes diverses (confiance, engagement, capacité à lire et comprendre le problème, capacité à organiser et à structurer le travail). On note dans le cadre de ces compétences transverses l'importance des quatre piliers de l'apprentissage[1]que sont l'attention, l'engagement actif, le retour sur les erreurs et la consolidation.

Le chapitre 1 propose une classification des problèmes, s'appuyant notamment sur des travaux de Catherine Houdement.

Le chapitre 2 propose une décomposition du processus de résolution de problèmes en quatre phases s'appuyant sur des travaux de Lieven Verschaffel et Erik de Corte.

Le chapitre 3 identifie les principaux éléments qui peuvent constituer une difficulté pour les élèves, lors de la résolution de problèmes

Le chapitre 4 donne des pistes et des outils concrets pour construire un enseignement permettant de développer et de renforcer les compétences des élèves en résolution de problèmes.

Le chapitre 5 est centré sur la liaison école-collège.

[1] Stanislas Dehaene, Apprendre ! Les talents du cerveau, le défi des machines, Odile Jacob, 2018.

Chapitre 1 : Quels problèmes apprendre à résoudre au CM ?

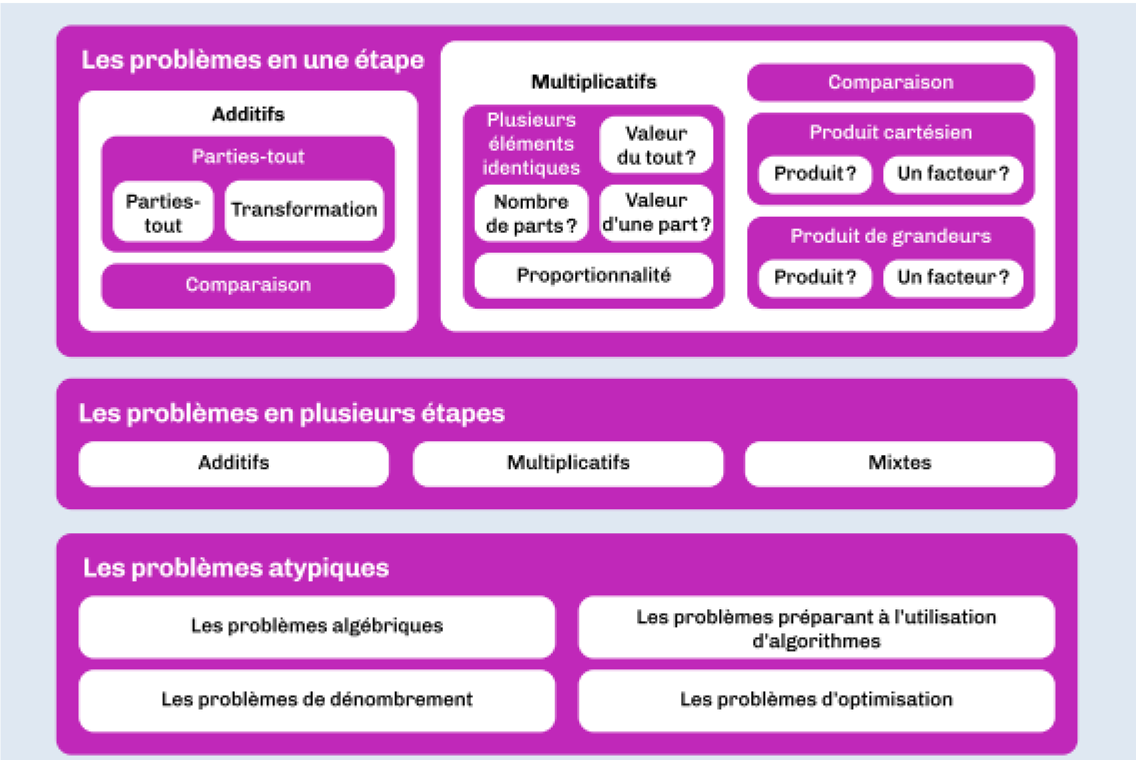
Ce guide propose une classification en trois catégories principales[2] qui doit permettre d'aider les professeurs à structurer l'enseignement de la résolution de problèmes dans leur classe :

- les problèmes en une étape ;
- les problèmes en plusieurs étapes ;
- les problèmes atypiques.

Il existe une catégorie de problèmes particuliers, mentionnée explicitement dans le programme de cycle 3 : les problèmes de proportionnalité.

Dans ce guide, les problèmes de proportionnalité sont traités comme une catégorie à part et assez peu abordés mais néanmoins incontournables. Des documents ressources spécifiques sur le sujet sont déjà disponibles sur le site Éduscol.[3]

<u>Une classification des problèmes que les élèves doivent apprendre à résoudre au CM</u>



Voir annexes (fichiers Word et Excel) pour une proposition de programmation.

Les classifications des problèmes selon Vergnaud ne sont pas destinées aux élèves et ne doivent pas être enseignées. Leur fonction principale est de permettre aux professeurs de s'assurer qu'ils confrontent effectivement les élèves à l'ensemble des situations possibles.

- **<u>Les problèmes en une étape :</u>** on considère généralement deux catégories :

[2] Catégorisation de Catherine Houdement
[3] Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3 (dossier complet)

- **les problèmes additifs**, pour lesquels il va falloir additionner ou soustraire deux nombres, ou plus de l'énoncé. L'utilisation flexible de l'addition ou de la soustraction en fonction des nombres en jeu est un indicateur d'une bonne connaissance des opérations. L'élève indique sa compréhension du fait que l'addition et la soustraction sont deux opérations réciproques l'une de l'autre.
- **les problèmes multiplicatifs**, pour lesquels il va falloir multiplier ou diviser deux nombres de l'énoncé.
  Comme au cycle 2, certains élèves peuvent souvent trouver le résultat d'un problème relevant de la multiplication en effectuant une ou plusieurs additions. Les professeurs sont alors amenés à augmenter la valeur des nombres en jeu afin d'encourager l'utilisation de la multiplication.
  Il est important de travailler à la fois des problèmes de recherche de la valeur d'une part et des problèmes de recherche du nombre de parts.
  Il est recommandé de travailler conjointement le sens de la multiplication et le sens de la division.

➢ **<u>Les problèmes en plusieurs étapes</u>** sont les problèmes verbaux à données numériques nécessitant plusieurs calculs successifs (chaque calcul correspondant à une étape) pour obtenir le résultat cherché.

Les problèmes en plusieurs étapes sont un objectif majeur de l'enseignement de la résolution de problèmes verbaux à données numériques au cours moyen. Ils permettent de mieux s'assurer d'une compréhension satisfaisante par les élèves du sens des quatre opérations rencontrées à l'école élémentaire. En évitant de réduire la résolution de problèmes au fait de « trouver la bonne opération », ils renforcent la centration des élèves sur la compréhension de l'énoncé et la modélisation du problème. La résolution de problèmes en plusieurs étapes va permettre de renforcer les habiletés de résolution de problèmes en une etape. Les problèmes en plusieurs étapes permettent aussi au professeur de mieux évaluer les compétences développées par les élèves, en limitant les faux positifs.

➢ **<u>Les problèmes atypiques :</u>** outre les notions mathématiques en jeu, la résolution des problèmes atypiques doit permettre aux élèves de développer des compétences transversales, comme l'autonomie, la prise de décisions, la créativité, etc., qui leur seront utiles pour la suite de la scolarité et dans leur vie quotidienne. Elle doit aussi permettre aux élèves de rencontrer un certain nombre de stratégies et de types de raisonnements qu'ils pourront transposer, en les adaptant autant que nécessaire, dans la résolution d'autres problèmes atypiques. S'il n'est pas possible de faire une classification exhaustive des problèmes atypiques que peuvent rencontrer des élèves de cours moyen, il existe néanmoins des familles de situations classiques que les élèves doivent avoir rencontrées. La rencontre de ces différentes familles ne doit pas être le fruit du hasard mais doit, au contraire, être parfaitement organisée de façon à ce que les élèves puissent faire le lien entre un problème à résoudre et un problème proche déjà traité précédemment.

Quatre familles de problèmes atypiques pour lesquelles les élèves doivent avoir bénéficié d'un enseignement leur permettant d'acquérir des stratégies et des outils pour les résoudre sont considérées dans ce qui suit :

- **les problèmes algébriques** ;

- **les problèmes de dénombrement ;**
- **les problèmes préparant à l'utilisation d'algorithmes ;**
- **les problèmes d'optimisation.**

Pour résoudre des problèmes, les enfants comme les adultes s'appuient en priorité sur leur mémoire de problèmes résolus. L'enseignement de la résolution de problèmes a donc pour objectif d'engager les élèves dans la résolution d'une grande diversité de problèmes et de leur donner les moyens de repérer, parmi les problèmes résolus antérieurement, ceux susceptibles de les aider dans la résolution de nouveaux problèmes.

Chapitre 2 : Qu'est-ce que résoudre un problème ?

Il y a quatre phases fondamentales pour la résolution de problèmes : **comprendre, modéliser, calculer et répondre**, modèle simplifié fortement inspiré du modèle de Lieven Verschaffel et d'Erik De Corte :

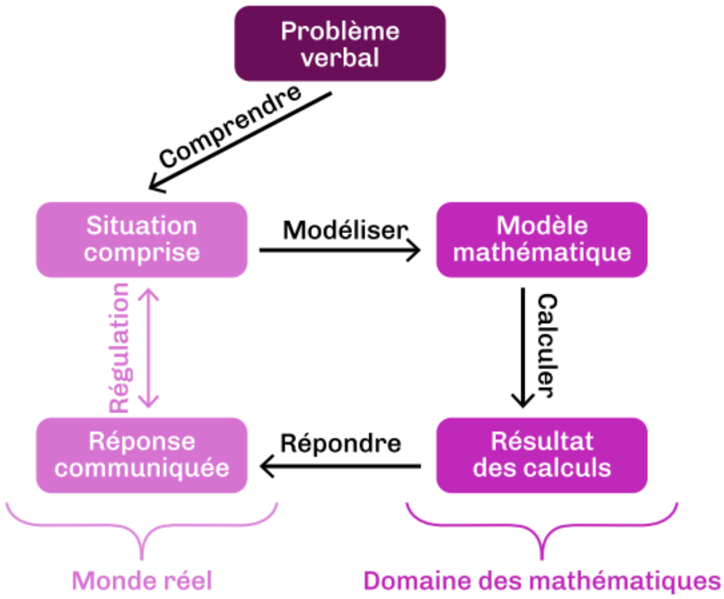


Figure 4. Modèle en quatre phases retenu pour la résolution de problèmes.

<u>**Comprendre**</u>

- Un problème est en premier lieu une histoire qu'il va falloir comprendre. La compréhension doit être fine.

Par exemple, en lisant les phrases « Ambre en a 3 de plus que Nour » ou « Ambre en a 3 fois plus que Nour », il faut comprendre précisément le sens des expressions « de plus que » ou « fois plus que » qui change drastiquement la nature de la relation entre les deux cardinaux.

- Il y a une question : qu'est-ce que l'on cherche ?

Rq : Les processus en jeu dans la compréhension de textes étudiés en français interviennent également pour la compréhension d'un problème en mathématiques.

Il faut comprendre comment les idées sont liées et se répondent d'une phrase à l'autre (cohérence locale) et comment les thèmes et sous-thèmes, les idées essentielles, s'organisent logiquement (cohérence globale).

Les capacités d'inférence sont également essentielles pour une bonne compréhension de l'énoncé.

<u>Modéliser</u>

La modélisation est le « processus par lequel l'individu convertit les données des situations réelles en problème mathématique ».

De façon générale, quatre des « six compétences majeures de l'activité mathématique » (chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer) mises en exergue dans les programmes des cycles 2, 3 et 4 sont mobilisées lors du passage de la situation comprise à partir de l'énoncé au modèle mathématique retenu pour résoudre le problème.

<u>Calculer</u>

Ces calculs peuvent être réalisés soit mentalement, soit en ligne, soit en posant les opérations.

La résolution de problèmes va contribuer à renforcer la bonne maîtrise des techniques de calculs attendues des élèves (calcul mental ou calcul posé).

<u>Répondre :</u>

Lors de l'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire, cette phase « répondre » est souvent réduite à la demande d'écriture d'une phrase respectant les canons usuels (une phrase complète, qui commence par une majuscule et qui finit par un point, comprenant le nombre solution associé à son unité). La réflexion sur la cohérence de la réponse est régulièrement négligée, alors qu'il s'agit d'une phase essentielle pour s'assurer que l'élève répond bien à la question posée et pour détecter d'éventuelles erreurs.

Cette régulation, qui s'inscrit dans le processus d'interprétation des calculs et de communication de la réponse, doit permettre de repérer d'éventuelles erreurs de modélisation ou de calculs, en faisant apparaître de possibles incohérences, notamment en termes d'ordre de grandeur.

Focus | Analyser les erreurs des élèves pour adapter l'aide à leur apporter voir pages 56 à 63

Un rapide regard sur les productions écrites permet au professeur de catégoriser les réponses des élèves (R : réussi, PR : partiellement réussi, NR : non réussi, NT : non traité) sur les 4 phases de résolution (compréhension/modélisation/Calculs/ Réponse) et d'organiser son action de différenciation par **la mise en place d'une table d'appui.**

Chapitre 3 : Identifier les obstacles à la résolution de problèmes pour les élèves

Plusieurs éléments du texte de l'énoncé peuvent ainsi constituer des obstacles à cette bonne compréhension :

- **le degré de familiarité de l'élève avec l'environnement du problème :** familiarité avec le contexte, familiarité avec le lexique lié à ce contexte, etc…

Il pourra souvent être intéressant de créer des problèmes directement en lien avec les activités des élèves et les événements vécus par la classe : activités pratiquées dans le cadre de l'EPS, sorties organisées, activités menées en sciences, etc.

- **la longueur et la forme de l'énoncé** : les textes peuvent devenir plus longs au cours moyen et les informations à prélever plus nombreuses.

Il est important de confronter les élèves dès le début du cours moyen à des énoncés de problèmes de plus de deux ou trois lignes sans complexité particulière au-delà de la longueur, afin de leur apprendre à ne pas être déstabilisés par de tels énoncés et à structurer les données pour pouvoir répondre à la question posée.

D'autres éléments peuvent être de nature à faciliter ou, au contraire, à rendre plus complexe la compréhension du problème. Par exemple, la position de la question en début d'énoncé peut être facilitatrice pour certains élèves, en les invitant dès la première lecture à se concentrer sur un objectif précis. Les problèmes dont les données sont organisées dans l'ordre où elles sont utiles sont aussi généralement plus aisés à résoudre.

- **la présence d'illustrations** qui généralement ne facilitent pas la tâche des élèves.

Dans le cas de l'illustration qualifiée d'aidante, les chercheurs n'ont pas constaté d'effet sur la réussite des élèves forts, mais ils ont constaté un effet négatif sur celle des élèves faibles en calcul. Ce résultat contre-intuitif laisse penser que, pour les élèves les plus fragiles, une illustration reprenant les informations de l'énoncé n'agit pas comme un élément facilitateur, mais au contraire, ajoute de la complexité en augmentant la charge cognitive, en multipliant les sources d'information.

- **le lexique spécifique aux mathématiques**

Les difficultés liées au lexique nécessitent une grande vigilance du professeur lors du choix des problèmes. Un temps de résolution de problèmes ne doit pas être vu comme une opportunité de faire acquérir de nouveaux mots aux élèves. Certaines séances de résolution de problèmes commencent parfois par de longues explications sur le texte de l'énoncé et le lexique qu'il contient. Cette pratique est généralement à éviter, car elle éloigne les élèves de l'objectif visé par les séances de résolution de problèmes. Elle est particulièrement ennuyeuse pour les élèves qui ont souvent perdu toute motivation à résoudre le problème.

  - **des mots-clés de l'énoncé concordants ou non avec la modélisation :** présence de mots comme « plus », « perdre », « fois », « partager » qui incitent fortement à effectuer une opération en particulier ;
  - **un scénario, évoqué par l'énoncé, facilitant ou non la perception des relations mathématiques en jeu :** relations entre les entités présentes dans l'énoncé, relations décrites au sein de l'énoncé ou à construire par l'élève, etc. ;
  - **l'inscription ou non dans le champ de validité de la conception intuitive des opérations :** par exemple des problèmes de gains pour lesquels il faut effectuer une soustraction ne sont pas inscrits dans ce champ de validité ;
- **la présence de données inutiles**

Proposer des problèmes avec des données inutiles est particulièrement intéressant pour repérer des difficultés d'élèves qui risqueraient de ne pas être décelées lors du traitement d'un problème en une étape avec deux données numériques. Cependant, il n'est sans doute pas souhaitable d'en faire une tâche technique, qui consisterait à repérer les données inutiles et les données utiles dans des énoncés de problèmes. En résolution de problèmes, la tâche dévolue aux élèves est et doit rester celle de résoudre des problèmes. Lors des temps de mise en commun, il est cependant intéressant de mettre la focale sur la présence de ces données numériques, écrites en chiffres ou en lettres, qui ne sont pas utiles pour répondre à la question posée.

Chapitre 4 : Comment délivrer un enseignement structuré de la résolution de problèmes ?

Construire un enseignement de la résolution de problèmes est complexe, car il faut mener de front des actions dans deux directions qui peuvent sembler difficiles à concilier :

— faire acquérir aux élèves **des stratégies efficaces** de résolution de problèmes, adaptées à des formes de problèmes bien identifiées rencontrées au cours moyen, et **des quasi-automatismes** permettant de mobiliser aisément et à bon escient ces stratégies **en s'appuyant sur la mémoire des problèmes résolus précédemment ;**

— apprendre aux élèves à ne pas être déstabilisés par des problèmes nouveaux, non rencontrés précédemment, et **développer chez eux des habilités** en résolution de problèmes : il s'agit de leur permettre d'aborder ces problèmes nouveaux en ayant confiance en leur aptitude à les résoudre, **en inhibant certains réflexes inadaptés** qui les conduiraient à une réponse erronée et en apprenant à tirer parti de l'ensemble des problèmes résolus antérieurement.

Aussi, il faut :

— fixer collectivement des objectifs sur le champ de la résolution de problèmes : continuum didactique inter cycles et inter degrés (Quels problèmes ? Quelles stratégies ? Quel niveau de maîtrise ?)

— construire une progression partagée indiquant :

- une liste d'exemples de problèmes en une ou plusieurs étapes que les élèves doivent savoir traiter ;
- des objectifs précis concernant les problèmes atypiques que les élèves doivent apprendre à résoudre ;
- des éléments sur ce qui est attendu des élèves concernant la compétence « représenter » (construction de schémas).

Les évaluations nationales de sixième qui comportent une évaluation sur la résolution de problèmes contribuent également à nourrir ces échanges. **Il peut, par exemple, être proposé une évaluation en résolution de problèmes, pour la période 3 de CM2, partagée par l'ensemble des écoles d'un même réseau.**

— rendre visibles les objectifs de la séquence dès la première séance :

Une séquence peut commencer par la proposition d'un premier problème à résoudre rapidement sur l'ardoise ou le cahier de brouillon, afin de faire émerger explicitement ce qui pose problème (et qui devrait ne plus en poser en fin de séquence), ainsi que des moyens que peuvent utiliser les élèves pour faire face à ce qui pose problème. L'utilisation de l'ardoise véhicule un message clair sur le fait que l'on est en train d'essayer, de chercher, de faire émerger un savoir nouveau.

Une fois que l'enseignant a explicité les connaissances ou savoir-faire utiles, les élèves doivent pouvoir les mettre en œuvre dans de nouveaux problèmes, **l'utilisation d'un cahier étant cette fois indispensable pour laisser des traces pour l'enseignant et pour l'élève.** Ces problèmes peuvent être très proches du problème initial dans un premier temps, mais il est important de ne pas se contenter de poser des problèmes d'entraînement dont le contexte est similaire à celui du problème initial : il faut aussi proposer des problèmes portant sur un contexte suffisamment éloigné du contexte initial.

Lors des temps d'enseignement consacrés à la résolution de problèmes, la priorité doit être donnée à la résolution de problèmes par les élèves. Une centration sur des sous-objectifs plus précis (compréhension, construction de schémas, modélisation, calculs, etc.) ne doit pas être proposée a priori.

LIMITER LES ÉCHANGES SUR LE PROBLÈME EN AMONT DE SA RÉSOLUTION

ÉVITER LES SÉANCES DE RÉSOLUTIONS DE PROBLÈMES CENTRÉES SUR DES SOUS-TÂCHES

ÉVITER D'ÊTRE SURMOBILISÉ PAR LES ÉLÈVES LES PLUS EN RÉUSSITE

ÉVITER LES PRISES DE PAROLE TROP FRÉQUENTES SUR LES TEMPS DÉDIÉS À LA RÉSOLUTION INDIVIDUELLE

ÉVITER LES TEMPS DE MISE EN COMMUN TROP LONGS : ces temps de correction et de mise en commun doivent être l'occasion de mettre en avant les éléments que les élèves doivent s'approprier et retenir. Il s'agit d'une tâche particulièrement délicate pour le professeur qui doit faire percevoir que toutes les méthodes ne se valent pas, que certaines sont moins efficaces et doivent être abandonnées alors que d'autres doivent au contraire être privilégiées. On pense ici à l'usage de représentations très coûteuses en temps et non pertinentes.

— tirer profit des outils numériques :

L'outil numérique «le visualiseur » permet un gain de temps, une meilleure efficacité en donnant à voir précisément aux élèves en difficulté ce qu'ont fait les élèves ayant réussi, un renforcement de la pratique de l'oral par les élèves au sein de la classe, une amélioration de la qualité des écrits des élèves qui savent que leur production est susceptible d'être montrée à la classe, etc.

L'outil numérique « diaporama » permet ici de traiter un nombre important de problèmes en un temps très court (un quart d'heure) qui serait impossible à tenir sans la vidéo projection. Ce traitement de nombreux problèmes avec les mêmes données numériques permet une focalisation renforcée sur la compréhension de l'énoncé (histoire et question) et la modélisation de la situation. La régulation entre chaque problème permet de rendre explicites les stratégies utilisées par certains élèves. La présentation en vidéo projection avec un temps de résolution limité permet une concentration renforcée des élèves sur la tâche qui leur est proposée.

Des exemples d'énoncés mobilisant les mêmes nombres :

Le fonctionnement prévu *a priori* pour la séance : Chaque problème contient les nombres 2, 6 et 20. L'objectif du professeur est de faire réaliser aux élèves l'importance de bien comprendre l'histoire et de repérer ce qui est demandé pour déterminer les calculs à réaliser pour répondre à la question posée. Le professeur a prévu de présenter chaque problème sous forme d'une diapositive d'un diaporama, puis de laisser entre trente secondes et une minute aux élèves pour traiter le problème. Il souhaite à l'issue de ce temps, demander aux élèves d'écrire la réponse sur leur ardoise sous forme d'un nombre seulement, avec l'unité qui convient, et de lever l'ardoise. Il souhaite ensuite mener une régulation entre chaque problème en demandant à un élève en réussite de justifier sa réponse, justification qu'il reprendra en l'améliorant si nécessaire.

Les problèmes proposés sont les suivants.

— *« Elliot achète un ananas à 2 € et une pastèque à 6 €. Il donne un billet de 20 € au vendeur.*
Combien d'euros le vendeur doit-il rendre à Elliot ? »
— *« Emy achète un crayon à 2 €, un manga à 6 € et une bande dessinée à 20 €.*
Combien d'euros Emy a-t-elle dépensés ? »
— *« Margot a acheté 2 livres de poche coûtant 6 € chacun et une bande dessinée à 20 €.*
Combien d'euros Margot a-t-elle dépensés ? »
— *« Nour a acheté des mangas coûtant 6 € chacun. Elle a donné 20 € au vendeur qui lui a rendu 2 €.*
Combien de mangas Nour a-t-elle achetés ? »
— *« Isaac a acheté une bande dessinée à 20 €. Jeanne a acheté 2 mangas à 6 €.*
Combien d'euros Isaac a-t-il dépensés de plus que Jeanne ? »
— *« Au supermarché, Ali a donné 2 billets de 20 € à la caissière. La caissière lui a rendu 6 €.*
Combien d'euros Ali a-t-il dépensés au supermarché ? »
— *« Enzo achète un manga à 6 € et une bande dessinée à 20 €. Il n'a que des pièces de 2 € pour payer.*
Combien de pièces Enzo doit-il donner au caissier ? »
— *« Dans sa recette de thé à la menthe, Basile met 20 morceaux de sucre. Dans sa recette, Salomé en met 2 fois moins que Basile. Elle en met aussi 6 de moins que Victoire.*
Combien de morceaux de sucre met Victoire dans sa recette de thé à la menthe ? »

— **différencier** pour permettre à tous les élèves de progresser : à priori, le professeur différencie en amont de la séance, lors de sa préparation, les tâches qui seront confiées aux élèves, en prévoyant des problèmes spécifiques pour certains élèves ou certains groupes d'élèves ; les séances d'APC peuvent également être utilisées dans le cadre de la différenciation en ne les limitant pas à un travail de remédiation, mais en proposant, au contraire, un travail en amont pour permettre de s'assurer que les élèves les plus fragiles disposent effectivement de certaines clés utiles pour la séance collective à venir ; pendant la séance.

Ainsi en fonction de l'objectif principal de la séance, il est possible d'agir sur 3 curseurs qui ne dénaturent pas l'obstacle que constitue l'objectif : **structure mathématique, texte du problème, champ numérique.**

EXEMPLES D'ACTIONS SUR LES TROIS CURSEURS

On peut regarder ce que donne une action sur chacun des curseurs proposés au chapitre 3 pour un problème comme celui donné dans l'introduction de ce guide :

> *« Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.*
> *Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.*
> *Julien a 4 zeds.*
> *Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ? »*

Structure mathématique

— On peut demander à l'élève ce que l'on cherche. Puis lui demander ce que l'on pourrait chercher en premier.

— En cas d'absence de réponse, on peut lui demander ce que voudrait acheter Julien, puis comment trouver le prix de ce qu'il souhaite acheter. On peut aussi demander si Julien a ou non assez d'argent pour acheter les deux bouteilles.

— En cas de difficultés persistantes, le professeur peut demander à l'élève s'il saurait calculer, dans un premier temps, le prix des deux bouteilles que Julien souhaite acheter.

Texte du problème

— On peut remplacer les « zeds » par des « euros ».

— On peut aussi modifier la question en « Combien d'argent manque-t-il à Julien pour pouvoir acheter les deux bouteilles ? ».

— On peut aussi modifier le contexte du problème, par exemple en remplaçant ce problème d'argent par un problème de longueur : « *Pour se rendre au collège à vélo, Julien doit parcourir une première étape de 1,87 km jusqu'à un rond-point puis une autre de 3,29 km. Il a déjà parcouru 4 km. Quelle distance doit-il parcourir en plus pour arriver au collège ?* »

Champ numérique

On peut modifier les prix de deux façons : on peut convertir les prix en centimes de zeds ou remplacer le triplet de prix par un triplet plus facile d'accès (18 zeds, 33 zeds, 40 zeds) ou encore (2 zeds, 3 zeds, 4 zeds).

— s'appuyer sur **l'institutionnalisation** : **une trace écrite sous forme d'affichage** permet un accès immédiat et rapide en classe et donne l'occasion de faire des analogies entre des problèmes qui n'ont aucun trait de surface commun : « Ce problème, c'est comme… ». Ces analogies sont essentielles pour faire appel à la mémoire des problèmes résolus antérieurement lors de la résolution d'un nouveau problème. Une trace écrite dans le cahier est également incontournable et nécessaire.

— faire apparaître **des structures mathématiques partagées entre les problèmes** : l'usage des schémas renforce cette possibilité de mise en évidence des structures mathématiques communes au-delà des différences superficielles entre les énoncés.

— s'appuyer sur **l'évaluation pour renforcer les apprentissages** : l'effet positif sur les apprentissages de petites évaluations courtes mais fréquentes a été clairement mis en lumière par des travaux de recherche. Ces évaluations courtes, sous la forme d'un unique problème, permettent aux élèves de renforcer leur attention sur des outils particuliers ou des stratégies qui leur ont été enseignées. En complément des évaluations courtes, des évaluations plus longues sont utiles pour vérifier l'aptitude des élèves à réinvestir l'ensemble des acquis, à prendre des décisions sur les outils à utiliser ou les stratégies à mettre en œuvre. Ces évaluations ne doivent, bien entendu, pas être centrées sur un type de problèmes unique ni sur une opération ciblée afin de pouvoir cerner l'aptitude des élèves à prendre des décisions.

— **Le nombre de problèmes à traiter par semaine :** l'importance de la mémoire des problèmes résolus pour résoudre de nouveaux problèmes met en lumière la nécessité de nourrir cette mémoire en résolvant de nombreux problèmes chaque semaine. La séance de calcul mental présentée (« **Exemple 2 : Une séance de résolution de problèmes avec le procédé La Martinière », voir p. 97**) montre comment huit problèmes peuvent être proposés dans une séance d'une vingtaine de minutes. Le paragraphe sur la différenciation montre que le nombre de problèmes résolus n'est pas nécessairement le même pour tous les élèves au sein d'une classe.

S'il est clair qu'une dizaine de problèmes par semaine est un nombre plancher en-deçà duquel il semble déraisonnable de descendre, les élèves d'une classe travaillant régulièrement la résolution de problèmes et ayant développé de solides compétences peuvent certainement en traiter le double chaque semaine.

— **La création de problèmes** est une tâche particulièrement importante et utile pour les élèves. En les invitant à créer des problèmes, on les encourage à porter un autre regard sur les problèmes, à avoir une intention quand ils écrivent l'histoire de leur problème et quand ils posent la question du problème créé.

— **La manipulation** est sans doute moins centrale au cours moyen qu'au cycle 2. Certains élèves n'auront plus du tout besoin de manipuler d'objets matériels à ce stade de la scolarité et se contenteront aisément des schémas mis à leur disposition ou construits par leurs soins, mais pour d'autres elle peut rester encore essentielle. Cette manipulation peut concerner des outils spécifiques aux mathématiques, notamment pour mieux comprendre les nombres et les calculs en jeu (matériel multibase, réglettes Cuisenaire ©, glisse-nombre, etc.), mais aussi du matériel adapté pour jouer la situation-problème et ainsi mieux la comprendre (images, monnaie, cubes, jetons, bandelettes de papier, etc.).

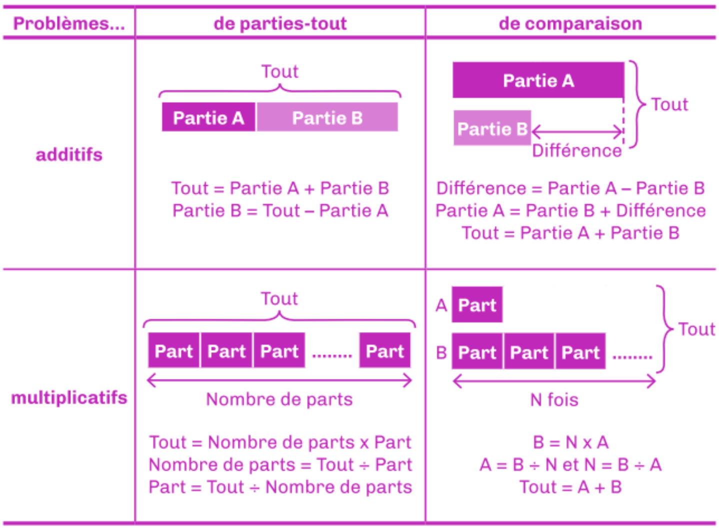
— **Enseigner explicitement des méthodes de représentation efficaces pour modéliser : l'enseignement des schémas doit être cohérent tout au long de l'année scolaire, mais devrait l'être aussi tout au long de la scolarité pour être d'autant plus efficace.**

L'enseignement de quatre types de schémas devant être connus des élèves de cours moyen. Les élèves doivent savoir les produire, mais aussi, et surtout, savoir quand il est pertinent de les utiliser :

- les schémas en barres ;
- les schémas proposant un déplacement sur une droite numérique ou une ligne du temps ;
- les tableaux ;
- les arbres pour les problèmes faisant intervenir des dénombrements de produits cartésiens de plus de deux ensembles.

L'enseignement de ces schémas à l'école élémentaire est important pour la suite de la scolarité, car ils seront réinvestis et utilisés au collège puis au lycée.

Les exemples de schémas en barre :

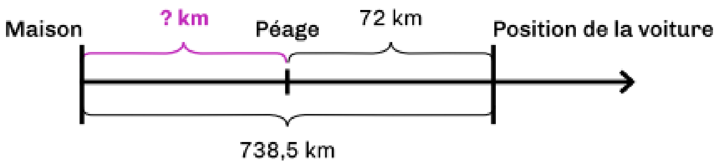


Les schémas en barres s'avèrent être un outil particulièrement efficace pour résoudre les problèmes algébriques; problèmes qui pourront être traités au collège en utilisant des mises en équations du premier degré.

Un exemple de schéma proposant un déplacement sur une droite numérique ou une ligne du temps : Les schémas en barres peuvent se montrer peu adaptés pour la résolution de certains problèmes de transformations, en particulier quand les différents états ne sont pas connus et que la réflexion porte sur la composition des transformations.

Le problème ci-dessous est un problème de déplacement dans l'espace.

> *« Léa a parcouru 72 km depuis le péage de l'autoroute. Elle a maintenant parcouru 738,5 km depuis qu'elle a quitté sa maison.*
> *Quelle distance y a-t-il entre sa maison et le péage de l'autoroute ? »*



Chapitre 5 De l'école au collège : la résolution de problèmes dans le cadre de la liaison CM2-6ème

Ce chapitre donne des exemples d'énoncés de 6ème qui peuvent être résolus grâce aux stratégies acquises et aux outils que les élèves ont appris à utiliser à l'école élémentaire, notamment pour effectuer des représentations permettant de soutenir la résolution de problèmes algébriques.

Un exemple proposé dans le guide d'évaluation commune en fin de période 3 en CM1

Modalité : Évaluation à l'écrit de 40 minutes. Les énoncés des problèmes sont distribués sur une feuille au format A5 qui ne sera pas collée afin que les élèves puissent toujours avoir les énoncés sous les yeux. Les élèves résolvent les problèmes sur une feuille de classeur. Les élèves travaillent individuellement. La calculatrice n'est pas autorisée.

Objectifs : Faire le point sur ce qui a été travaillé au cours des périodes 2 et 3 :

— problèmes en une étape sans difficulté particulière portant sur les entiers (nombres supérieurs à 10 000), les fractions et les nombres décimaux avec appui possible sur un schéma en barres ou une ligne numérique ;

— problèmes en plusieurs étapes à l'énoncé épuré (contexte familier ou facile à se représenter, phrases simples et courtes, pas de données inutiles, etc.) faisant intervenir des nombres décimaux ;

— problèmes en plusieurs étapes faisant intervenir des nombres entiers inférieurs à 1 000.

Le 6ème problème ne fait pas véritablement partie de l'évaluation, c'est un problème présenté comme « supplémentaire » pour les élèves ayant terminé avant la fin du temps imparti.

Pour la correction, le professeur complète le tableau suivant avec les informations (R : réussi, PR : partiellement réussi, NR : non réussi, NT : non traité). Ceci peut éventuellement être complété d'informations plus précises, par exemple sur la présence d'un schéma pertinent ou non, sur des indices d'une modélisation, sur des éléments de réussite partielle, etc.

		Élève 1	Élève 2	Élève 3	....			Bilan
Problème 1	Compréhension et modélisation							
	Calculs							
	Réponse							
Problème 2	Compréhension et modélisation							
	Calculs							
	Réponse							
...								
Bilan								

Evaluation fin de période 3 CM1

Compétences visées :

- Résoudre des problèmes en une étape portant sur les entiers (nombres supérieurs à 10 000), les fractions et les nombres décimaux

- Résoudre des problèmes en plusieurs étapes faisant intervenir des nombres décimaux, des nombres entiers inférieurs à 1 000.

Problème 1 : En 2021, la population française était de 67 700 000 habitants et la région Île-de-France comptait 12 300 000 habitants. Combien de personnes vivant en France habitaient en dehors de la région Île-de-France en 2021 ?

Problème 2 : Margaux a ramassé 1,7 kg de fraises et Pablo en a ramassé 1,3 kg. Quelle masse de fraises ont-ils ramassée à eux deux ?

Problème 3 : Margaux a ramassé 1,7 kg de fraises et Pablo en a ramassé 1,3 kg de plus que Margaux. Quelle masse de fraises ont-ils ramassée à eux deux ?

Problème 4 : Wassim a économisé 20 €. Il veut utiliser les 3/10 de cet argent pour acheter un manga. Combien coûte le manga ?

Problème 5 : Clara a acheté 7 crayons coûtant chacun 2 € et 3 mangas. Les 3 mangas sont tous au même prix. Elle a donné 50 € au caissier qui lui a rendu 15 €. Quel est le prix d'un manga ? »

Problème bonus : Le nombre de billes de Robin est égal au quart du nombre de billes de sa sœur Aya. À eux deux, Robin et Aya ont 40 billes. Combien de billes ont chacun des enfants ?

Evaluation fin de période 3 CM1

Compétences visées :

- Résoudre des problèmes en une étape portant sur les entiers (nombres supérieurs à 10 000), les fractions et les nombres décimaux

- Résoudre des problèmes en plusieurs étapes faisant intervenir des nombres décimaux, des nombres entiers inférieurs à 1 000.

Problème 1 : En 2021, la population française était de 67 700 000 habitants et la région Île-de-France comptait 12 300 000 habitants. Combien de personnes vivant en France habitaient en dehors de la région Île-de-France en 2021 ?

Problème 2 : Margaux a ramassé 1,7 kg de fraises et Pablo en a ramassé 1,3 kg. Quelle masse de fraises ont-ils ramassée à eux deux ?

Problème 3 : Margaux a ramassé 1,7 kg de fraises et Pablo en a ramassé 1,3 kg de plus que Margaux. Quelle masse de fraises ont-ils ramassée à eux deux ?

Problème 4 : Wassim a économisé 20 €. Il veut utiliser les 3/10 de cet argent pour acheter un manga. Combien coûte le manga ?

Problème 5 : Clara a acheté 7 crayons coûtant chacun 2 € et 3 mangas. Les 3 mangas sont tous au même prix. Elle a donné 50 € au caissier qui lui a rendu 15 €. Quel est le prix d'un manga ? »

Problème bonus : Le nombre de billes de Robin est égal au quart du nombre de billes de sa sœur Aya. À eux deux, Robin et Aya ont 40 billes. Combien de billes ont chacun des enfants ?