



Proportionnalité

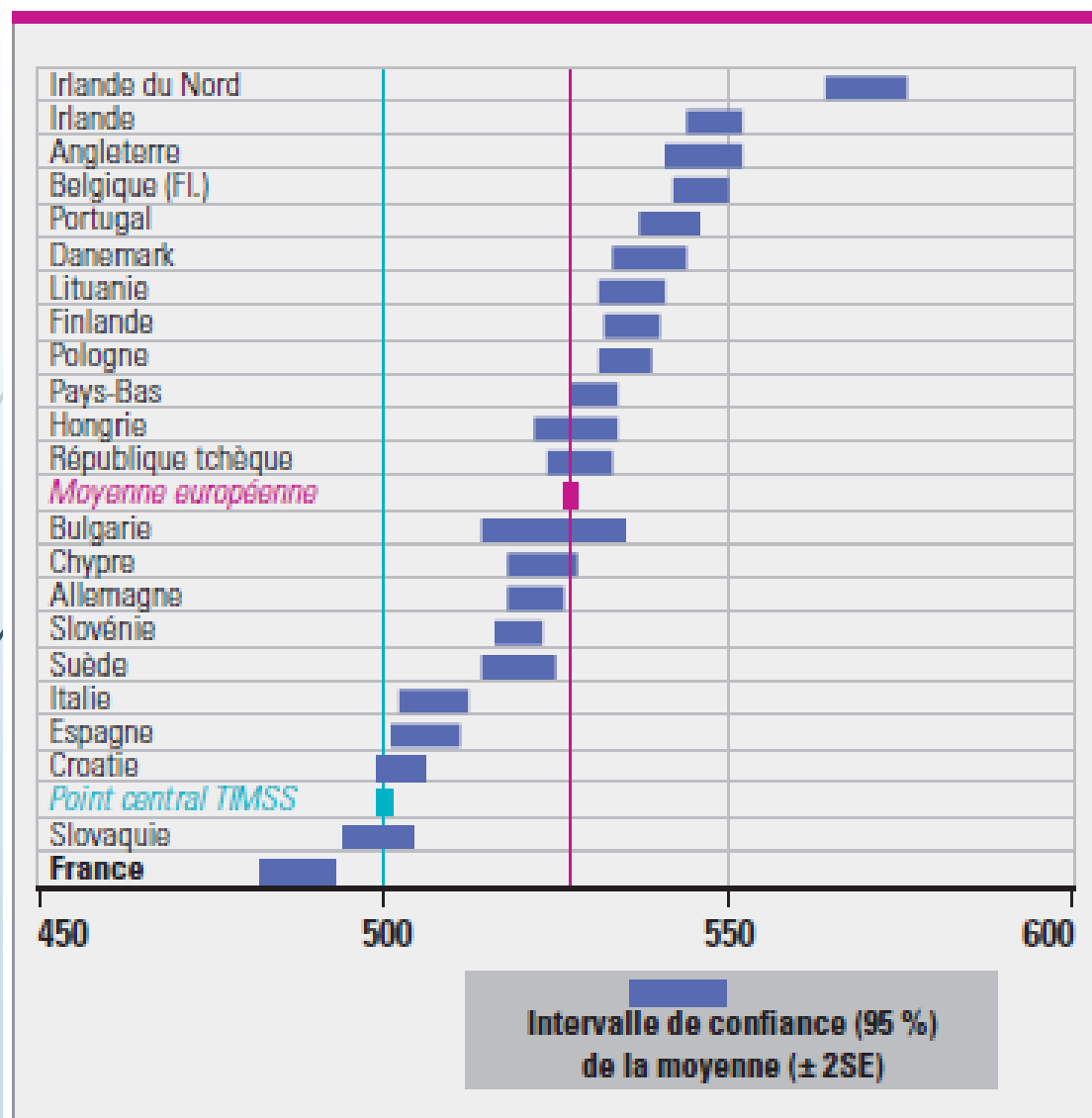
Module maths cycle 3 – mars 2018



Pourquoi ce module de maths ?

- BO n°10 du 9 mars 2017 (NOR:MENE1707568C – circulaire n°2017-045)
- Cycle 3 (3 années du cycle, continuité)
- Conférence de consensus CNESTCO
- Enquêtes TIMSS 2015

2 – Répartition des performances des pays de l'Union européenne en mathématiques



Sources : IEA / MENESR-DEPP.

8 – Nombre d'heures annuelles d'enseignement selon les enseignants

TIMSS 2015	Mathématiques	Sciences
France	193	56
Europe	158	67
International	157	76

Lecture : en France, selon les enseignants, 193 heures sont consacrées annuellement aux mathématiques en CM1.

Sources : IEA / MENESR-DEPP.



A dark blue arrow points to the right from the left edge of the slide. Several thin, curved lines in shades of blue and grey originate from the left side and sweep across the slide towards the text.

Mise en situation

Sachant que 4 stylos valent 2,42 €, combien valent 14 stylos ?

Utilisation des propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre:

► $14 = 4 + 4 + 4 + 2$

4 stylos valent 2,42 €, donc 2 stylos valent 1,21€

et donc 14 stylos valent : $3 \times 2,42 \text{ €} + 1,21 \text{ €} = 8,47 \text{ €}$.

► $14 = 7 \times 2$

2 stylos valent 1,21€

donc 14 stylos valent $7 \times 1,21 \text{ €} = 8,47\text{€}$.

Passage par l'unité (procédure parfois appelée règle de trois « nouvelle ») :

4 stylos valent 2,42 €, alors 1 stylo vaut 0,605 € et 14 stylos valent $14 \times 0,605 \text{ €} = 8,47 \text{ €}$.

Règle de trois « ancienne » :

4 stylos valent 2,42 €

alors 1 stylo vaut quatre fois moins, soit $\frac{2,42}{4} \text{ €}$

donc 14 stylos valent 14 fois plus, soit $\frac{2,42}{4} \times 14 = \frac{2,42 \times 14}{4} = 8,47 \text{ €}$.

Utilisation du coefficient de proportionnalité :

a	Nombre de stylos	4	14
	Prix à payer	2,42	?

- Il faut résoudre $4 \times a = 2,42$ pour trouver le coefficient de proportionnalité : $a = 0,605$.
- Le prix à payer est : $14 \times 0,605 \text{ €} = 8,47 \text{ €}$

► Utilisation du produit en croix :

Nombre de stylos	4	14
Prix à payer	2,42	8,47

$$\frac{14 \times 2,42}{4} = 8,47.$$

Le prix à payer est 8,47 €.

A dark blue vertical bar is on the left side of the slide. A black arrow points to the right from the top of this bar. Several thin, curved lines in shades of blue and grey originate from the left side and curve towards the right, creating a sense of movement and depth.

Relations entre les nombres

- Rapport interne
- Rapport externe

Analyse d'énoncés

Problème	Caractéristiques	Procédure(s) que privilégie le problème
Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 8 bonbons ?		
Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 8 bonbons ?		
Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 14 bonbons ?		
Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 14 bonbons ?		

Relations entre les nombres

Et si **4 bonbons** valent 2 euros, combien valent **8 bonbons** ?

Rapport interne **simple** (x 2)
Rapport externe **simple** (x 0,5)

Et si **4 bonbons** valent 2,42 euros, combien valent **8 bonbons** ?

Rapport interne **simple** (x 2)
Rapport externe **complexe** (x 0,605)



Et si **4 bonbons** valent 2
euros, combien valent **14**
bonbons ?

Rapport interne **complexe** (x 3,5)
Rapport externe **simple** (x 0,5)

Et si **4 bonbons** valent 2,42
euros, combien valent **14**
bonbons ?

Rapport interne **complexe** (x 3,5)
Rapport externe **complexe** (x
0,605)

Proportionnalité

- **Domaine « Nombres et calculs »**

8 fois 10 est égal à 80 et 8 fois 3 est égal à 24.
Comme 13 est égal à 10 plus 3, on en déduit
que 8 fois 13 est égal à 80 plus 24.

- **Domaine « Grandeurs et mesures »**

5 kg de pommes de terre coûtent 6,40 € et 3
kg coûtent 3,84 €.

Comme 5 kg moins 3 kg font 2 kg, on en
déduit que 2 kg de ces pommes de terre
coûtent 6,40 € moins 3,84 €, soit 2,56 €.

Proportionnalité au cycle 3

► **Nombres et calculs** / résoudre des problèmes ...

Reconnaitre et résoudre
des problèmes relevant de
la proportionnalité en
utilisant une procédure
adaptée

Situations permettant une
rencontre avec des
échelles, des taux de
pourcentage, ...

Mobiliser les propriétés de
linéarité, de
proportionnalité, de
passage à l'unité.

Utiliser des exemples de
tableaux de
proportionnalité.

Proportionnalité au cycle 3

► **Grandeurs et mesures** / résoudre des problèmes ...

Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs

Graphiques représentant des variations entre deux grandeurs

Comparer distance parcourue et temps écoulé, quantité d'essence consommée et distance parcourue, quantité de liquide écoulee et temps écoulé, etc

Proportionnalité au cycle 3

- **Grandeurs et mesures** / reconnaître et utiliser des relations géométriques

Reproduire une figure en respectant une échelle

Agrandissement ou réduction d'une figure

Reproduire une figure à partir d'un modèle (l'échelle pouvant être donnée par des éléments déjà tracés)



Compétences mathématiques

- **Chercher** : tester, essayer plusieurs pistes dans la résolution de problèmes
- **Modéliser** : apprendre à modéliser des situations concrètes et reconnaître si elles relèvent de la proportionnalité ou non
- **Représenter** : se questionner sur le caractère proportionnel d'une situation représentée graphiquement
- **Raisonner** : chacune des étapes de résolution d'un problème relevant de la proportionnalité fait appel au raisonnement
- **Calculer** : modalités de calcul variées
- **Communiquer** : explicitation ; différencier le vocabulaire



Reconnaitre des situations de proportionnalité

- En même temps que la résolution du problème
- Confronter à des situations de non-proportionnalité

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.

Quelles sera sa taille à 10 ans ?

- Constitution d'un répertoire de situations



Énoncés et point de vigilance

Difficulté du rapport entre réalité et modèle : les implicites des situations dites concrètes

*Sachant que 4 stylos valent 2,42 €, combien valent
14 stylos ?*

A dark blue arrow points to the right from the left edge of the slide. Below it, several thin, curved lines in shades of blue and grey sweep across the left side of the page.

Autres enjeux

- S'adapter face à un problème
- Pratiquer et maîtriser plusieurs procédures, passer de l'une à l'autre
- Faire le bon choix
- Percevoir les relations entre les nombres


Analyse de documents

Problème :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.

Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

1. Analyser les productions suivantes au regard des acquis et des erreurs des élèves.
2. Comment faire évoluer les procédures ?
3. Quelle synthèse dans la classe sur la base de ces productions d'élèves ?

- 
- Répertoires de procédures
 - Mises en commun
 - Explicitation et confrontation
 - Importance des traces écrites

A dark blue arrow points to the right from the left edge of the slide. Several thin, curved lines in shades of blue and grey originate from the left side and sweep across the slide towards the text.


Quelles variables ?

Sachant que 4 stylos valent 2,42 €, combien valent 14 stylos ?



Conclusion

- Il est important de **ne pas systématiser** la représentation sous forme de tableau de nombres
- **Progressivité** des apprentissages :
 1. Propriétés de linéarité pour l'addition et la multiplication
 2. Passage à l'unité
 3. Coefficient de proportionnalité
- Lister les **implicites**

- 
- **Confronter** les situations de proportionnalité et de non proportionnalité
 - Multiplier les **contextes**
 - Permettre à l'élève de disposer d'un **répertoire** de procédures
 - **Varié** les énoncés et jouer sur les **variables**
 - **Faire expliciter les procédures** aux élèves.



Suite du module

- Foad
- Appropriation des documents, consultation de ressources
- Mise en œuvre en classe (CM1 – CM2) -> recueil des productions des E -> analyse
- Analyse d'une vidéo
- Construction d'une programmation (situations, procédures, ...)