

FRACTIONS ET DECIMAUX

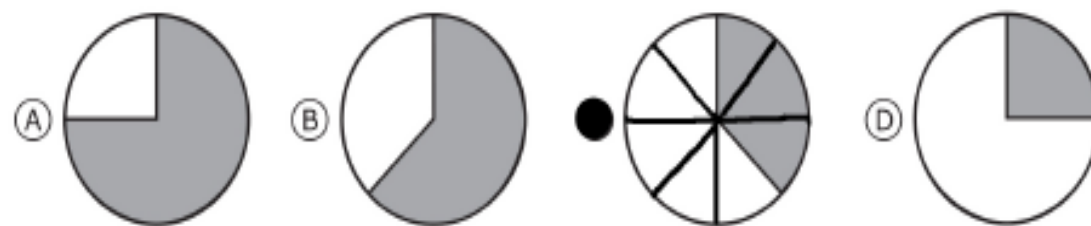
MODULE CYCLE 3 - 2018



POURQUOI CE MODULE ?

- BO n°10 du 9 mars 2017 (NOR:MENE1707568C – circulaire n°2017-045)
- Cycle 3 (3 années du cycle, continuité)
- Conférence de consensus CNESECO
- Enquêtes TIMSS 2015 :

A. Which of the circles below has $\frac{3}{8}$ of its area shaded?



B. Explain or show why your answer is correct.

There are 8 sections and 3 are shaded.

POURQUOI CE MODULE ?

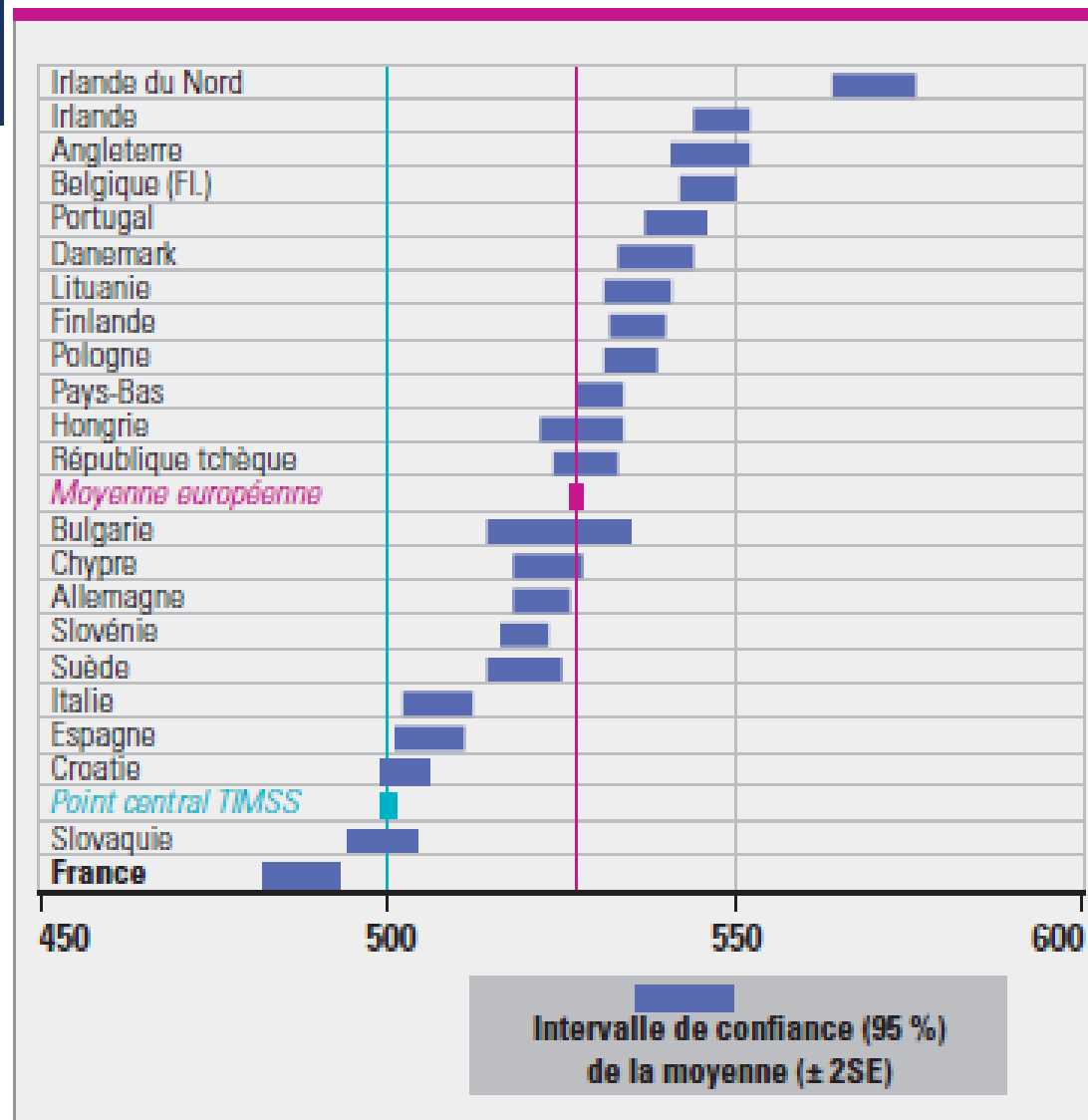
8 – Nombre d'heures annuelles d'enseignement selon les enseignants

TIMSS 2015	Mathématiques	Sciences
France	193	56
Europe	158	67
International	157	76

Lecture : en France, selon les enseignants, 193 heures sont consacrées annuellement aux mathématiques en CM1.

Sources : IEA / MENESR-DEPP.

2 – Répartition des performances des pays de l'Union européenne en mathématiques



Sources : IEA / MENESR-DEPP.

QU'EST-CE QU'UN NOMBRE DÉCIMAL ?

QU'EST-CE QU'UN NOMBRE DÉCIMAL ?

$\sqrt{2}$

$\frac{9}{7}$

2,3

$\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{6}$

- 2,3

4

- 3

2

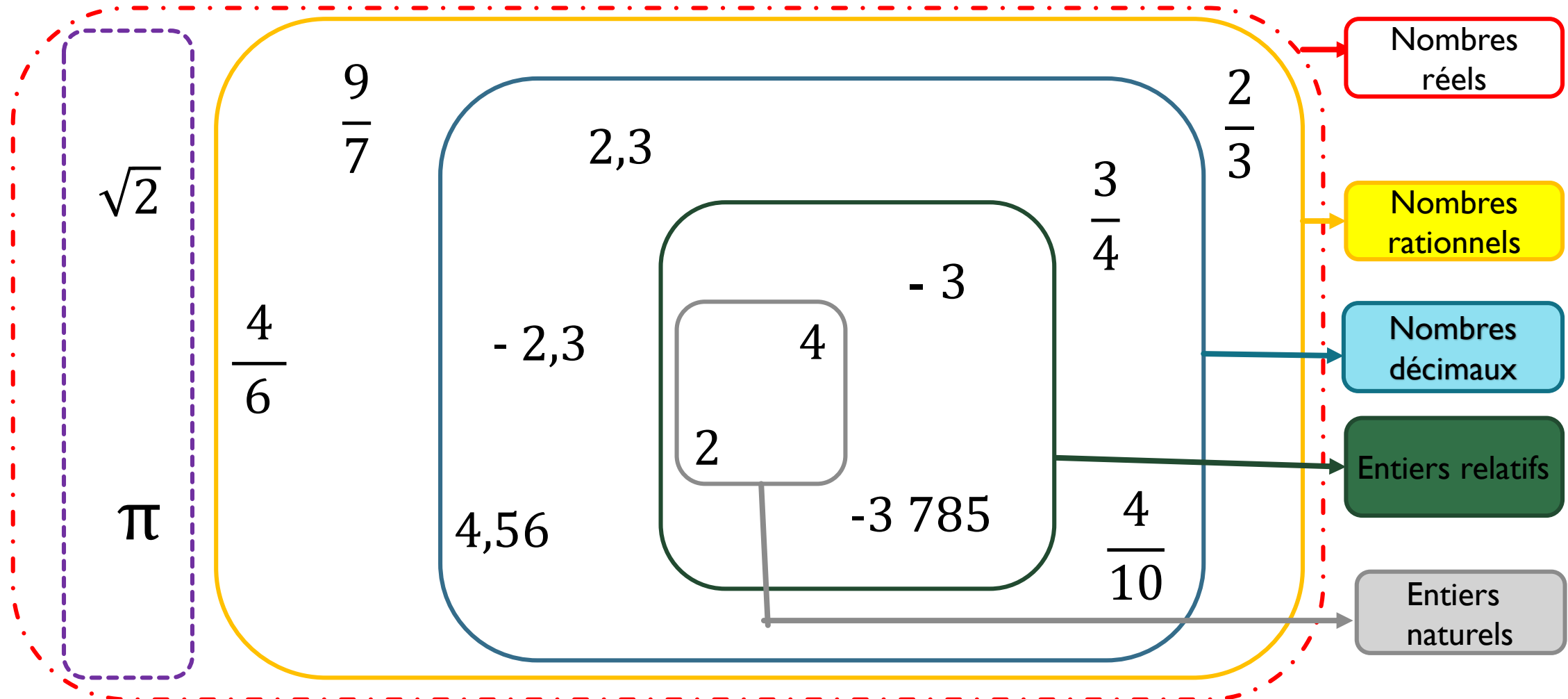
π

4,56

-3 785

$\frac{4}{10}$

QU'EST-CE QU'UN NOMBRE DECIMAL ?



QU'EST-CE QU'UN NOMBRE DÉCIMAL ?

- « Le nombre décimal, un nombre avec une partie entière et une partie décimale » ?
- « Le nombre décimal, un nombre à virgule » ?

DANS QUEL ORDRE ABORDER FRACTIONS ET DÉCIMAUX?

- Fractions simples → fractions décimales → nombre décimal
- Recommandation Cnesco
- Dans l'histoire :
 - fractions unitaires chez les Egyptiens en 3000 av JC
 - fractions chez les Babyloniens en 2000 av JC
 - barre de fraction introduite par le système arabe
 - au XV^{ème} siècle, Jamshid Al Kashi définit les fractions décimales
 - au XVI^{ème} siècle, Simon Stevin invente les nombres décimaux

CONSTRUIRE DU SENS

- Penser l'enseignement des mathématiques comme un système cohérent, pérenne au fil des ans, s'appuyant sur ce que l'élève sait déjà
- Donner aux nouveaux savoirs une justification accessible à l'élève, mathématique, correcte

POINTS D'ATTENTION

- La verbalisation avant l'écriture mathématique

- Fractions : quatre-tiers ; $\frac{4}{3}$

- Décimaux :

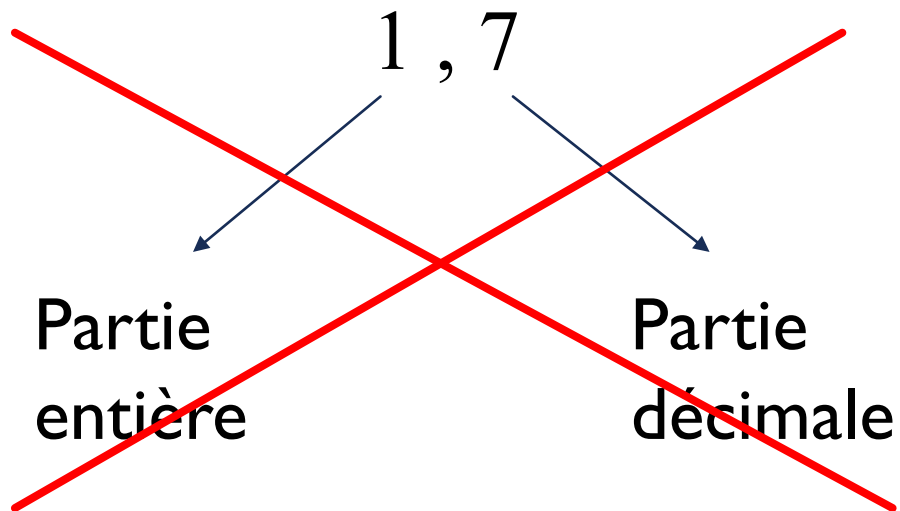
- passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture à virgule

$$\frac{17}{10} = 1 + \frac{7}{10} = 1,7$$

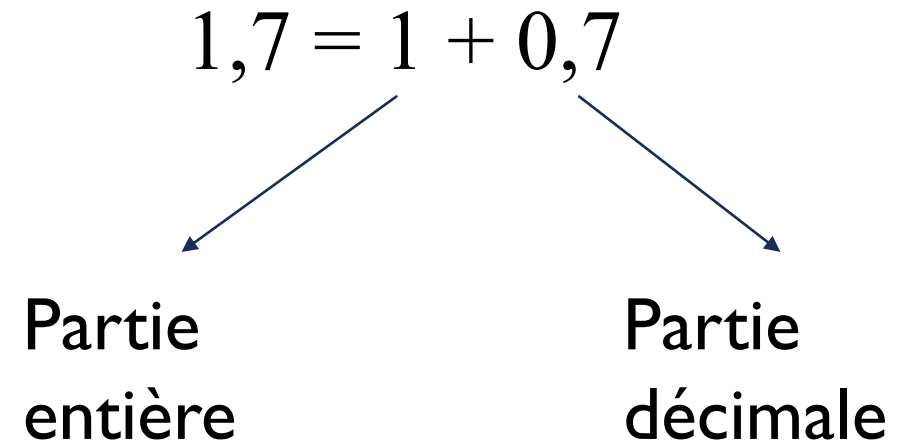
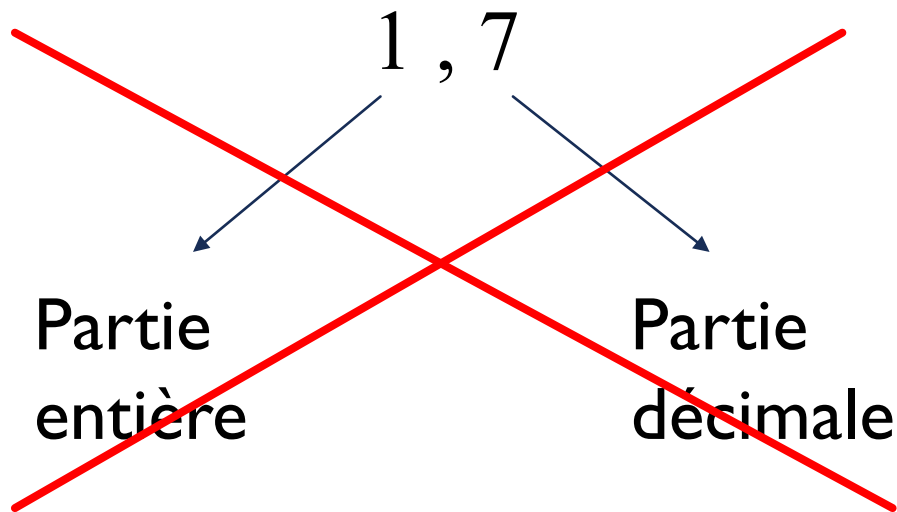
- la virgule

- 1,7 : « ~~un virgule sept~~ » → « une unité et sept-dixièmes » ; 1 et 0,7 ; $1 + \frac{7}{10}$; $\frac{17}{10}$; 170/100 ; dix-sept-dixièmes ...

POINTS D'ATTENTION



POINTS D'ATTENTION



POINTS D'ATTENTION

- **Comparer** des nombres :

1 234 .?. 432

31,7 .?. 31,28

- **Calculs** : multiplier, diviser
- « **Trucs** » : « ajouter un zéro inutile », ...

MISE EN ŒUVRE

- Manipulation, verbalisation
- **Fractions**

Voici un morceau de ficelle.

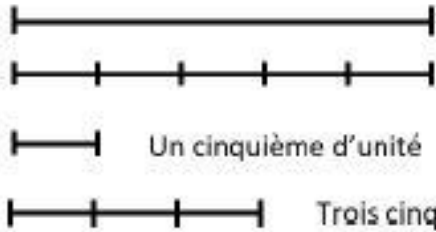
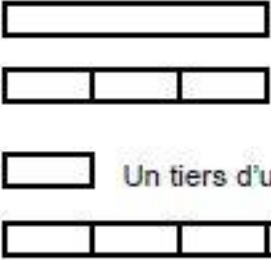
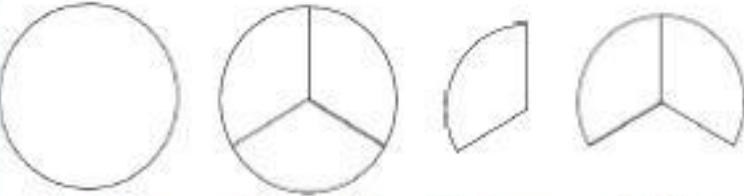


En prenant cette ficelle comme unité, estimez les dimensions de votre table (largeur, longueur, hauteur).

MISE EN ŒUVRE

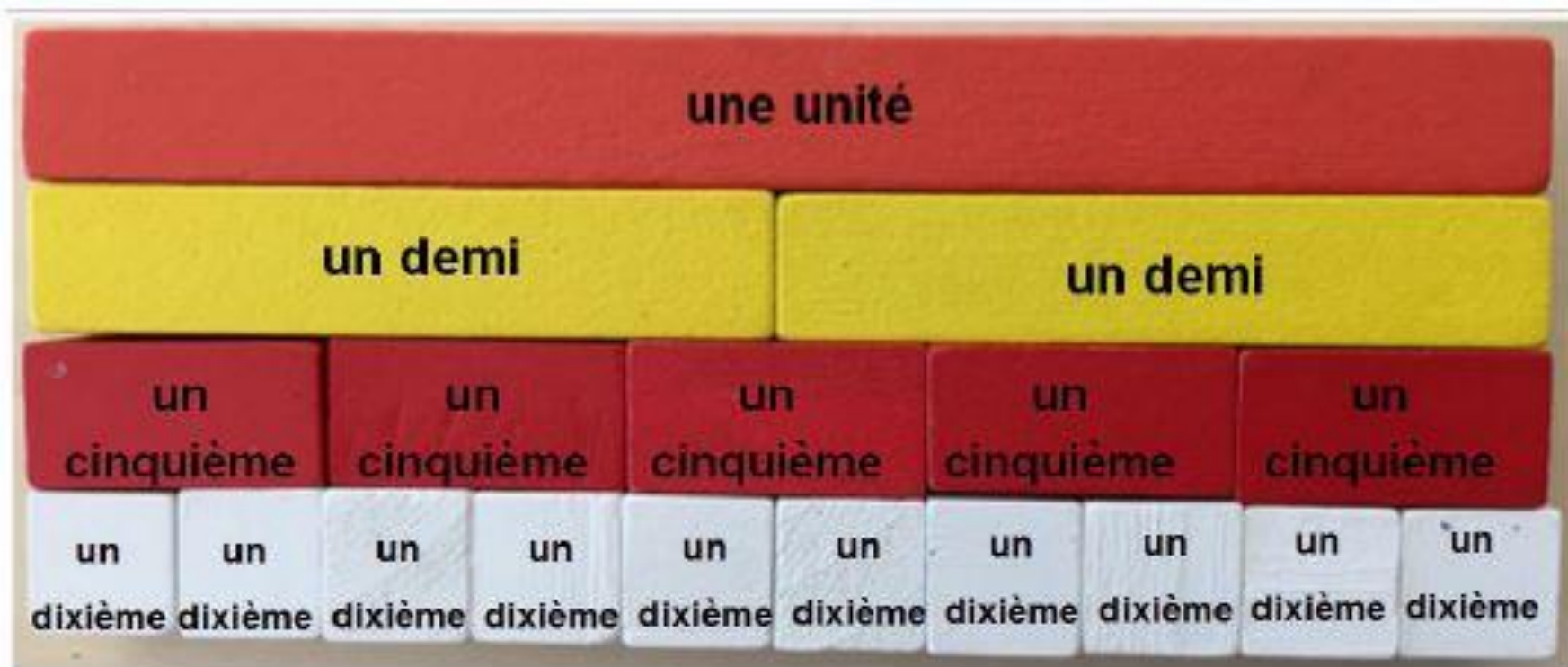
- Manipulation ,
représentation des
fractions : segment,
bande, rectangle,
disque

Exemples de fractions simples

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
<p>Trois cinquièmes</p> <p>On partage l'unité en cinq parts égales et on prend trois parts. On obtient une quantité égale à trois cinquièmes de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>	<p><i>L'unité est la longueur d'un segment.</i></p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en cinq parts égales</p> <p>Un cinquième d'unité</p> <p>Trois cinquièmes d'unité</p>	$\frac{3}{5}$
<p>Quatre tiers</p> <p>On partage l'unité en trois parts égales et on prend quatre parts : on obtient une quantité égale à quatre tiers de l'unité. Cette quantité est plus grande que l'unité.</p>	<p><i>L'unité est la longueur d'une bande (ou son aire).</i></p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en trois parts égales</p> <p>Un tiers d'unité</p> <p>Quatre tiers d'unité</p>	$\frac{4}{3}$
<p>Deux tiers</p> <p>On partage l'unité en trois parts égales et on prend deux parts : on obtient une quantité égale à deux tiers de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>	<p><i>L'unité est l'aire d'un disque.</i></p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en trois parts</p> <p>Un tiers d'unité</p> <p>Deux tiers d'unité</p>	$\frac{2}{3}$

Extrait Eduscol - Fractions et nombres décimaux au cycle 3

MISE EN ŒUVRE



Extrait Eduscol – Annexe 1 - Découverte des fractions – page 2

MISE EN ŒUVRE

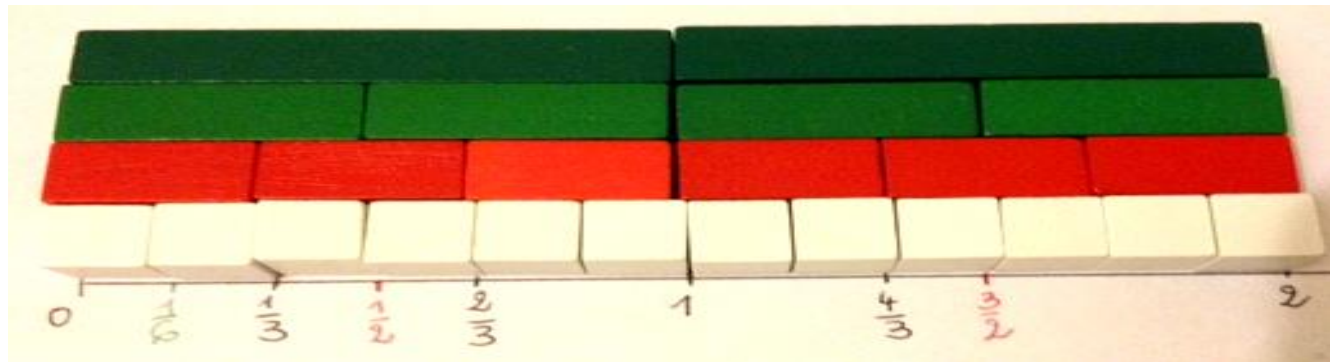
- Manipulation , représentation des fractions : segment, bande, rectangle, disque
- Matérialisation de l'unité
- Varier les supports
- Côtayer rapidement des fractions supérieures à 1

La réglette orange vaut deux unités, il s'agit de trouver la longueur des réglettes jaunes, blanches, marron et roses.

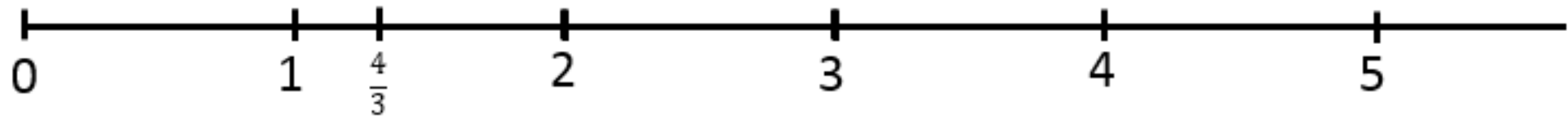
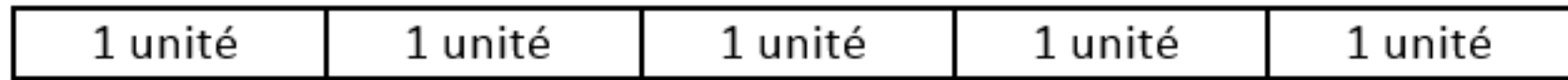


MISE EN ŒUVRE

- Aller vers la demi-droite graduée

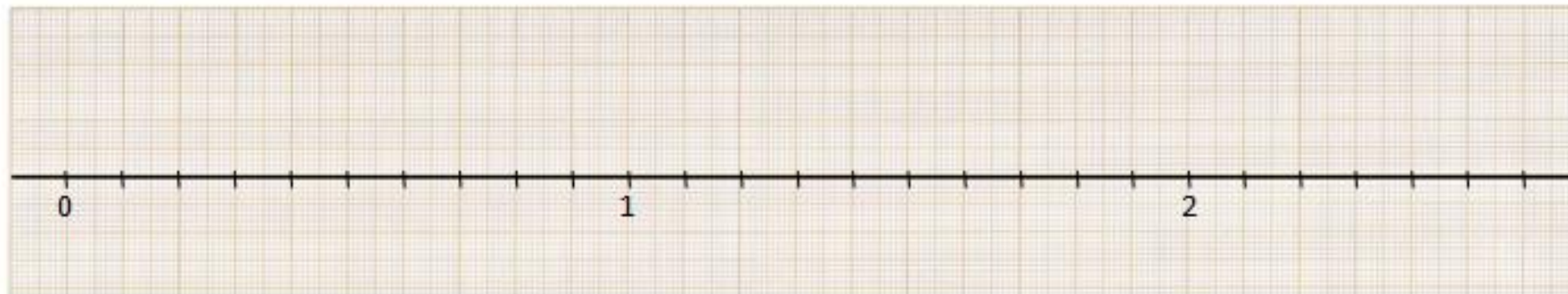


MISE EN ŒUVRE



Situation 2 : Droite graduée

Placer le nombre 163 centièmes sur cette droite graduée. Donne plusieurs façons différentes d'écrire ce nombre.



Un quart



L'unité est l'aire du disque



L'unité est l'aire du rectangle



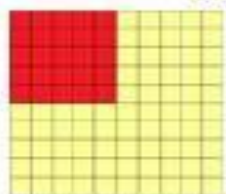
L'unité est la pomme

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ unité}$$

Une unité partagée en quatre



La moitié de la moitié



$$\frac{25}{100}$$

25 %

0,25

$$\frac{2}{8}$$

$$\frac{10}{40}$$

$$4 \times \dots = 1$$

$$1 \div 4$$

Le nombre qui, multiplié par 4, donne 1

Sept tiers

$$\frac{7}{3}$$



L'unité est la pêche



On dispose de plusieurs unités. On partage chaque unité en trois parts égales et on prend 7 parts.

$\frac{7}{3}$ est plus grand qu'une unité

$$2 + \frac{1}{3}$$

2 unités et un tiers

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

7 fois $\frac{1}{3}$

$$2 < \frac{7}{3} < 3$$



Le nombre qui, multiplié par 3, donne 7

$$3 \times \dots = 7$$

$$\frac{7}{3} = 7 \div 3$$

$$\frac{14}{6}$$

$$\frac{35}{15}$$

$$\frac{70}{30}$$

$$\frac{7}{3} \approx 2,333\dots$$

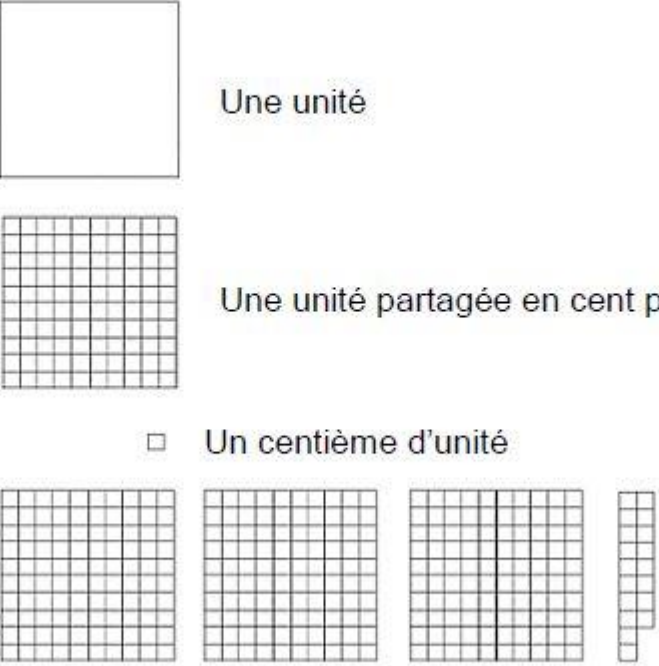
$\frac{7}{3}$ n'est pas un nombre décimal

Extrait Eduscol –
Annexe 1 – page 1

MISE EN ŒUVRE

■ Fractions décimales:

partage en 10,
en 100

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
<p>Trois-cent-dix-huit centièmes est une fraction décimale.</p>	<p>L'unité est l'aire d'un carré.</p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en cent parts</p> <p>□ Un centième d'unité</p> <p>Trois-cent-dix-huit centièmes d'unité</p>	$\frac{318}{100}$

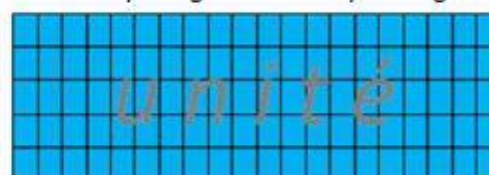
Unité



Unité partagées en 10 parts égales



Unité partagées en 100 parts égales



MISE EN ŒUVRE

- Introduction de l'écriture à virgule
- ! Décompose les nombres 7,59 et 6,17 comme dans l'exemple :

$$3,58 = 3 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100}$$

Donne différentes écritures de 12,8.

MISE EN ŒUVRE

A handwritten diagram illustrating decimal place value. It features three columns of colored blocks: yellow for units, green for tenths, and red for hundredths. The first column has two yellow blocks, each labeled 'unité'. The second column has four green blocks, each labeled 'dixièmes'. The third column has seven red blocks, each labeled 'centièmes'. Below the blocks, the corresponding numerical values are written: '2 unités', '4 dixièmes', and '7 centièmes'. At the bottom, the sum is written as $2 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$.

A handwritten diagram shaped like a flower, used for decimal expansion. The central white circle contains the number '7,92'. The petals are colored and contain the following expressions: a red petal with '1000', an orange petal with $7 + \frac{92}{100}$, a yellow-green petal with $7 + \frac{9}{10} + \frac{2}{100}$, a light green petal with $\frac{79}{10} + \frac{2}{100}$, and a light blue petal with '1000'.

MISE EN ŒUVRE

- Comparer, ranger, ... des décimaux

17,3 ..?.. 17,12

Méthode 2 On ajoute un zéro inutile
à la fin pour mieux comparer les parties
décimales :
345,217 et 345,280

MISE EN ŒUVRE

- Comparer, ranger, ... des décimaux

17,3 ..?.. 17,12

17,3 c'est 173 dixièmes ou 1 730 centièmes

17,12 c'est 171 dixièmes et 2 centièmes ou 1 712 centièmes

MISE EN ŒUVRE - CALCULS

$$3,4 + 12,8 = ?$$

3 unités 4 dixièmes et 12 unités 8 dixièmes

MISE EN ŒUVRE

Calc ...

Multiplier par 10, 100, 1 000

$$13 \times 10 = 130$$

$$13,2 \times 10 = ?$$

$$13 \times 100 = 1\,300$$

$$13 \times 1\,000 = 13\,000$$

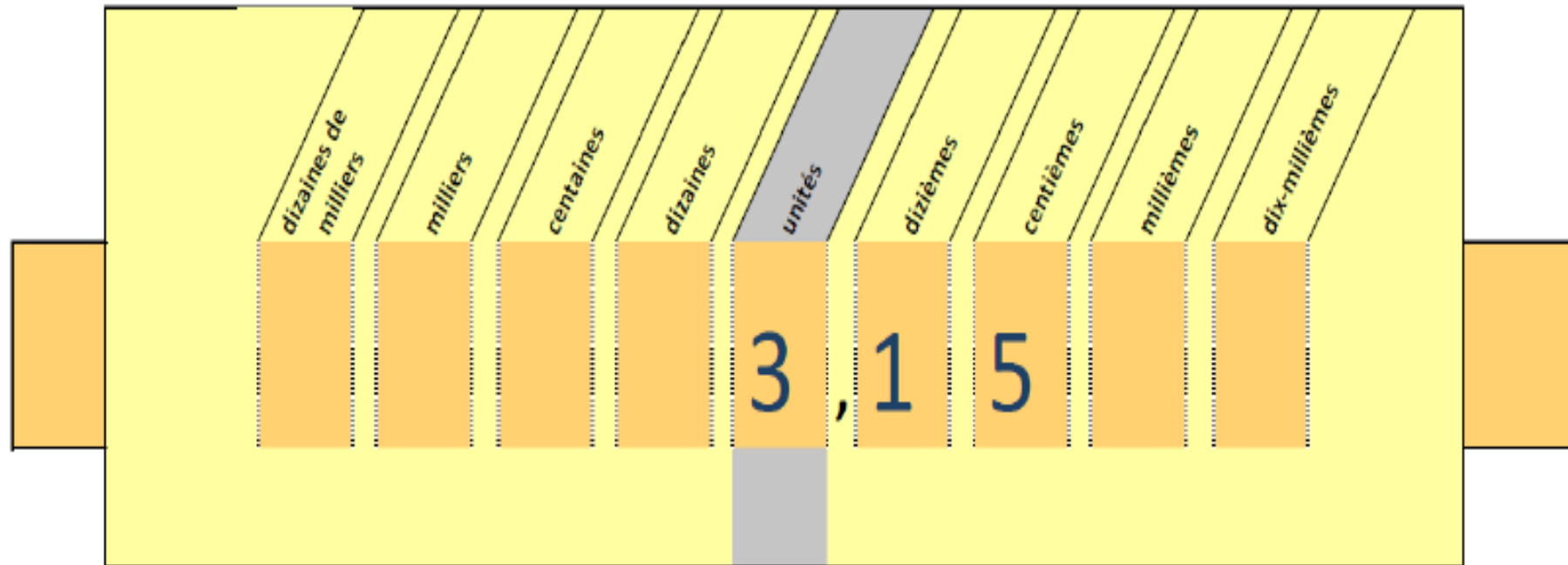
Pour trouver le résultat d'une multiplication par 10, il suffit de noter le nombre multiplié et de placer le zéro du 10 à droite.



Pour multiplier par 100, je place les deux zéros du 100 à droite.

Et pour multiplier par 1 000, je place les trois zéros du 1 000 à droite.

MISE EN ŒUVRE



Extrait Eduscol – Annexe 4 – Le glisse-nombre - page 1

<http://www4.ac-nancy-metz.fr/ien-gerardmer/glisse-nombre/>

MISE EN ŒUVRE

Division décimale d'un nombre entier par un nombre entier

$$\begin{array}{r|l} 137 & 4 \\ 17 & \hline 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 137,00 & 4 \\ 17 \downarrow & \hline 10 \downarrow & 34,25 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

- 1) On effectue la division euclidienne (elle ne tombe pas juste – dans l'exemple il reste 1)
- 2) On rajoute un zéro au reste et on met la virgule au quotient
- 3) On peut continuer la division en rajoutant à chaque fois un zéro au reste

Rappel : $137 = 137,00$

MISE EN ŒUVRE

L'élève sait poser :

$$\begin{array}{cccccc|c} \text{c} & \text{d} & \text{u} & \frac{1}{10} & \frac{1}{100} & & \\ \hline 1 & 3 & 7 & 0 & 0 & & 4 \\ & 1 & 7 & & & & \hline & & 1 & 0 & & & 3 & 4 & 2 & 5 \\ & & & 2 & 0 & & \text{d} & \text{u} & \frac{1}{10} & \frac{1}{100} \end{array}$$

CE QUE DIT LA RECHERCHE

Conférence de consensus CNETSCO :

1. les élèves ont des **connaissances** qui proviennent de capacités innées et des expériences de la vie quotidienne (sens des quantités, ou des grandeurs comme la monnaie ou les longueurs, ou encore la notion de partage, d'un gâteau par exemple)
2. le langage **oral** est essentiel dans la désignation et le passage à la symbolisation des nombres (entiers, décimaux,...) ;
3. un **formalisme prématuré** nuit à la compréhension des nombres ; le recours à la **manipulation** et à l'expérimentation ne concerne pas seulement l'école maternelle, mais doit s'étendre à l'école élémentaire ;
4. l'acquisition de faits numériques et d'automatismes est nécessaire ;

CE QUE DIT LA RECHERCHE

5. l'acquisition de procédures (ex : effectuer une soustraction) et leur compréhension sont complémentaires ;
6. les activités cognitives impliquées dans le calcul mental et par le calcul effectué par écrit (calcul posé) ne sont pas de même nature ;
7. le report de l'enseignement de notions qui apparaissent difficiles aux enseignants (par exemple celui des **décimaux** qui est souvent reporté à la fin du CMI) et un temps d'enseignement réduit de ces mêmes notions dessert les élèves ;
8. l'utilisation de méthodes et de matériaux diversifiés est un moyen de répondre à la variété des cheminements d'apprentissage et de développement ; les textes de savoir (ce que les élèves ont à retenir) sont des moyens de rassembler et de synthétiser les processus individuels d'apprentissage et l'histoire collective de la classe.

REPRÉSENTATIONS DES ÉLÈVES

J'explique ce qu'est une fraction (ce que je me rappelle)
Les fractions sont des nombre plus petits que 1, qui s'écrivent avec une barre entre les deux nombres comme par exemple $\frac{1}{100}$

J'explique ce que c'est une fraction (ce que je me rappelle)

Une fraction se présente comme ça $\rightarrow \frac{3}{3} \rightarrow 3$ unités.


$\frac{3}{3} =$ trois tier - $\frac{4}{3} =$ trois car.

REPRÉSENTATION DES ÉLÈVES

J'explique ce que c'est une fraction (ce que je me rappelle)

Je me rappelle qu'une fraction ça sert à trouver le demi, le quart
etc... Ça s'écrit $\frac{1}{100}$ c'est pour dire qu'il y a 1 chose sur 100.

J'explique ce que c'est une fraction (ce que je me rappelle)

les fractions sont une mesure  comme ça ou autre sont
mes en $\frac{1}{5}$ ça sert à mesurer quelque chose comme une
table 5 en partage - au bout de 5 cinq on mes iers

CONCLUSION

- Construction progressive des nombres du cycle 1 au cycle 4
- Oral
- Nécessite du temps
- Construire du sens pour éviter de faire des élèves des « automathes »
- Construction spiralaire tout au long du cycle 3
- Compétences mathématiques : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer

SUITE DU MODULE

- Volet Magistère
- Appropriation des textes et documents d'accompagnement
- Analyse de situations et de documents
- Travail en équipe ou groupe
- Ressources