

Note d'alerte du CSEN —

— Septembre 2023, n° 2

Une inquiétante mécompréhension des nombres et surtout des fractions à l'entrée en sixième

Rédigée par Stanislas Dehaene, Cassandra Potier-Watkins, Maxime Cauté
et les membres du groupe de travail « Évaluations et interventions » du CSEN¹

Les enquêtes internationales PISA et TIMMS soulignent régulièrement le retard considérable des élèves français en mathématiques : dans cette discipline, la France occupe la dernière place en Europe. Cependant ces enquêtes ne sont menées que tous les 3 ou 4 ans. Le Conseil scientifique de l'éducation nationale a souhaité étudier l'évolution récente des performances des élèves en compréhension des nombres, et particulièrement des fractions, à l'entrée en sixième.

Le test de la ligne numérique. Depuis 3 ans, la DEPP évalue chaque année un échantillon représentatif de près de 6 000 élèves à l'entrée de sixième à l'aide d'un test informatisé et ludique qui consiste à placer différents nombres sur une ligne numérique graduée (voir la figure). Ce test est intéressant parce

qu'il nécessite de comprendre le sens d'un nombre comme 2,6 ou $\frac{1}{10}$, ou d'une opération telle que $0,4 + 2$ ou $1 + \frac{1}{2}$. Le test oblige à réfléchir à la **grandeur** que ces nombres représentent – alors que trop d'élèves se contentent de les manipuler sans nécessairement en comprendre le sens. **Les résultats** sont exposés en détail dans la note du CSEN n° 5 (voir ci-bas). En résumé :

A l'entrée en sixième, la plupart des élèves ignorent le sens des fractions les plus simples. Par exemple, seuls 22% des élèves placent correctement la fraction $\frac{1}{2}$ sur une ligne graduée de 0 à 5. Seuls 6% réussissent à placer la fraction $\frac{3}{6}$. Ce résultat est corroboré par d'autres épreuves – par exemple, seule la moitié des élèves trouve la bonne réponse à la question « combien y a-t-il de quarts d'heures dans $\frac{3}{4}$ d'heure ? ».

Les erreurs des élèves révèlent une vaste confusion entre différents types de nombres. Les élèves font des erreurs révélatrices d'une méconnaissance du sens des symboles qu'ils manipulent. Ainsi, ils confondent $\frac{1}{2}$ avec 1,2 (confusion entre fractions et décimaux), avec $\frac{3}{4}$ ou encore avec 2,1 (mécompréhension de l'ordre dans lequel se lit une fraction). Les élèves se trompent également dans les calculs avec les nombres décimaux : beaucoup d'élèves pensent que $0,8 + 1$ fait 0,9 (méconnaissance de la notation décimale et du rôle de la virgule) ou encore que $0,9 + 1$ fait 1 !

Le déficit de compréhension est présent dans tous les milieux. En REP, le taux d'erreurs avec les fractions atteint 85%. Hors REP et dans les écoles privées, il reste très élevé, de l'ordre de 75% (voir figure). Même les élèves qui fréquentent des écoles considérées comme les plus favorisées, avec un indicateur de position sociale dans les 10% les plus élevés, font près de 70% d'erreurs.

Les filles font bien plus d'erreurs que les garçons. Dans l'ensemble, on observe un écart d'environ 0.3 écart-type au profit des garçons – mais cet écart atteint 0.6 écart-type chez les meilleurs élèves pour la compréhension des fractions. Autrement dit, parmi les 20%

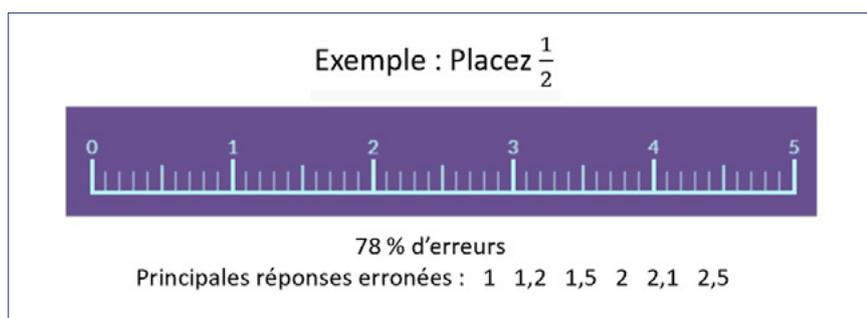


Figure 1. Le test de la ligne numérique demande de placer différents nombres sur une ligne graduée, ici entre 0 et 5.

¹ Cassandra Potier-Watkins et Maxime Cauté, membres de l'unité de neuroimagerie cognitive à NeuroSpin ; Stanislas Dehaene, président du CSEN. Remerciements aux équipes de la DEPP pour le développement de l'outil informatique et la passation des tests.

d'élèves les meilleurs au test de la ligne numérique, deux tiers sont des garçons.

Enfin, deux faits plus préoccupants encore justifient cette note d'alerte :

- **Aucune évolution positive n'est détectée depuis 3 ans.** Les données collectées en début de 6^e en septembre 2020, 2021, et 2022 sont pratiquement superposables. Cette absence d'amélioration suggère que des actions beaucoup plus vigoureuses doivent être entreprises pour mieux enseigner les nombres et les fractions au primaire.
- **Un énorme déficit de compréhension des fractions continue de s'observer tout au long de la scolarité.** Comme le montre le graphique ci-contre, le taux d'erreurs diminue entre la 6^e, la 4^e et la 2nde générale, mais il reste trop élevé (45% d'échec en 2nde avec les fractions simples). Surtout, les élèves de lycée pro ont des performances proches des élèves de sixième, et les élèves en CAP font encore plus d'erreurs que les sixièmes, y compris avec les nombres décimaux.

Le diagnostic est clair : pour bon nombre d'élèves, les nombres décimaux et surtout les fractions n'ont aucun sens. Or, la compréhension de ces outils mathématiques est indispensable à la mesure de n'importe quelle dimension physique. Dans un monde de plus en plus numérique, les prochaines générations risquent donc de souffrir d'un profond déficit. Pour restaurer du sens, nous formulons les propositions suivantes :

- **Introduire les concepts mathématiques plus tôt, de façon progressive et intuitive.** Actuellement c'est au CM1 et surtout au CM2 que les décimaux et les fractions sont introduits conjointement (ce qui explique sans doute pourquoi les élèves les confondent). Ce brusque saut à l'abstraction perd de nombreux élèves. Le CSEN propose de commencer bien plus tôt : les mots « moitié » et « quart » doivent être connus dès le CP, et l'on peut déjà jouer avec ces concepts de façon concrète dans le contexte d'activités de partage de mesure, de lecture de l'horloge, etc. La méthode de Singapour introduit dès le CE1 les

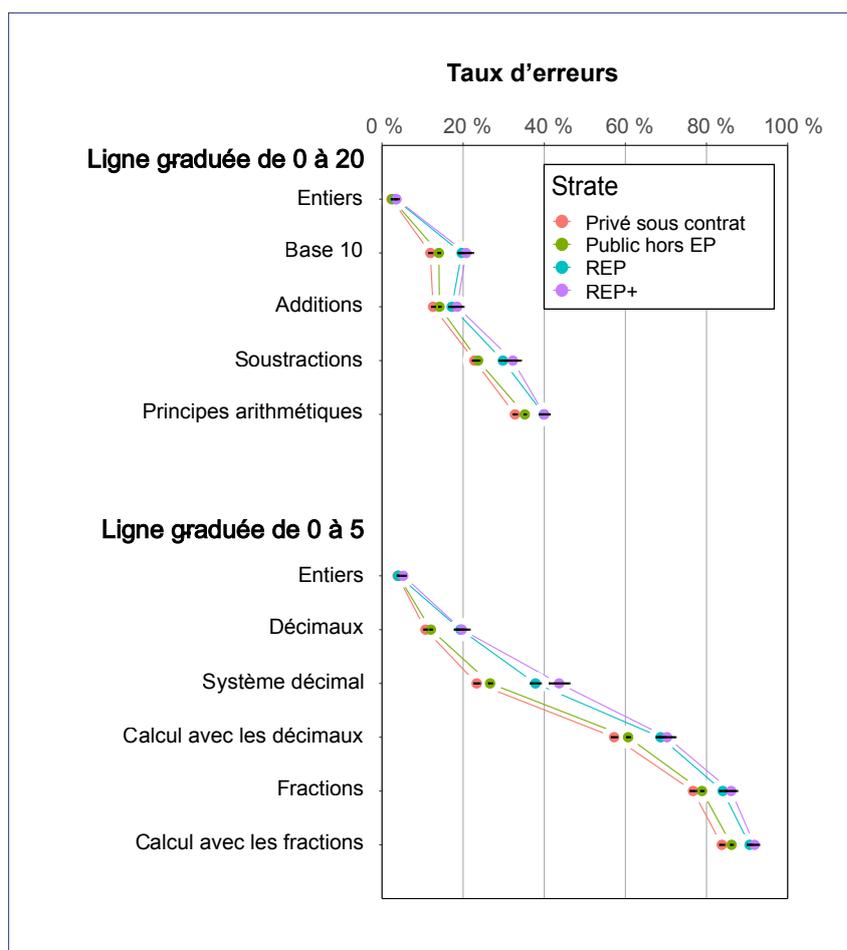


Figure 2. Taux d'erreurs en début de sixième en fonction des nombres proposés (axe de gauche) et du type de collège (couleurs).

fractions simples de type $1/n$, depuis $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}...$ jusqu'à $\frac{1}{6}$.

- **Manipuler des ensembles concrets d'objets.** Dès le CP, les élèves devraient « voir » comment un groupe peut se réorganiser (par ex. 6 objets = deux groupes de 3, donc 3 est la moitié de 6, etc.).
- **Composer et décomposer des formes géométriques.** Un carré peut se décomposer en 2 rectangles, 4 carrés, ou encore 2, 4 ou 8 triangles semblables. Composer et recomposer, c'est déjà réfléchir aux fractions, et commencer à utiliser leur vocabulaire spécifique (demi, tiers, quart, cinquième, sixième). Les activités de découpage rendent ces notions concrètes.
- **Mesurer.** La mesure d'objets de différentes longueurs constitue une excellente introduction concrète au sens des nombres. Un mètre ruban ou un double-décimètre introduisent les entiers et les décimaux de façon

naturelle et intuitive – jamais un élève ne se tromperait sur la position d'un demi centimètre s'il les utilisait régulièrement ! On peut, par exemple, construire des cubes en papier de côté croissant : 0,5, 1, 2, 4 cm. Les activités artistiques et manuelles peuvent ainsi préparer aux maths.

- **Utiliser la métaphore de la ligne numérique.** Le CSEN propose que les élèves du premier et du second degré pratiquent le placement de toutes sortes de nombres sur la ligne numérique afin de les aider à comprendre les quantités en jeu, et aussi d'aider les enseignants à repérer leurs difficultés. En effet, la bonne compréhension de la ligne numérique est fortement prédictive de la réussite ultérieure en mathématiques. Un entraînement dans ce domaine, accompagné d'un retour sur erreurs et d'une pédagogie adaptée a des effets positifs. Les nombres utilisés peuvent progresser : entiers

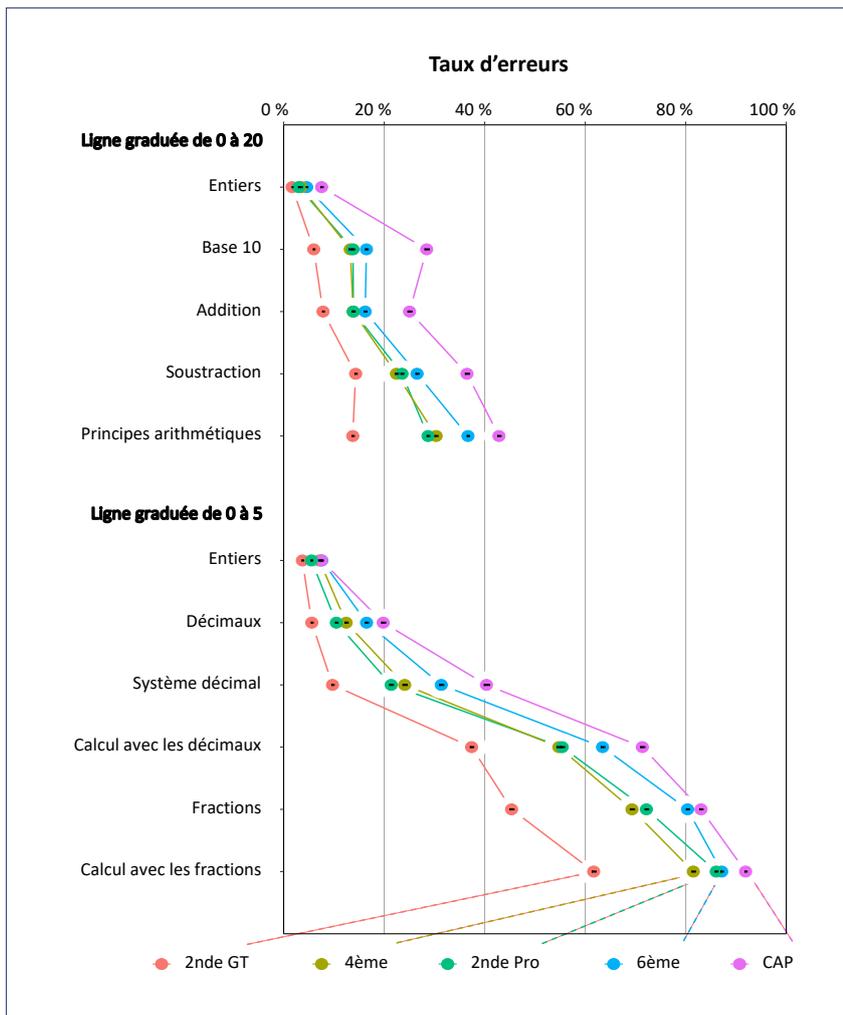


Figure 3. Evolution du taux d'erreur en fonction de la classe. Même en seconde générale, on observe encore environ 45% d'erreurs avec les fractions.

de 0 à 10 (maternelle) et à 100 ou plus (GS, CP), additions et soustractions de petits entiers (CP), décimaux (CE1), fractions $1/n$ (CE1), fractions d'entiers quelconques, etc.

- **Utiliser la métaphore des nombres comme des barres.** Les fractions sont trop souvent introduites uniquement dans le contexte du partage d'un gâteau ou d'une pizza. Or, la découpe d'une barre en portions égales (moitié, tiers, quarts, cinquièmes...) est une métaphore bien plus utile. En effet, ces morceaux peuvent ensuite s'aligner pour donner plus facilement à « voir » ce que donne un calcul (l'addition d'un demi et d'un tiers, par exemple).

En résumé, le test de la ligne numérique souligne à nouveau **l'urgence d'une action énergique pour améliorer le niveau de tous les élèves français en mathématiques.**

Pour aller plus loin

Evaluer la compréhension des nombres décimaux et des fractions :

Le test de la ligne numérique

Note du CSEN n°5, février 2022 révisée en septembre 2023

Le lien entre nombres et espace, pilier des mathématiques

Lettre du CSEN « Le Passeur » n°3

Fred, explique-moi... Comment apprendre les nombres avec la ligne numérique ?

Vidéo Fred, explique-moi

L'ouverture aux mathématiques à l'école maternelle et au CP

Synthèse de la recherche et recommandations (2021)

Retrouvez l'intégralité des publications du CSEN sur :

reseau-canope.fr/conseil-scientifique-de-leducation