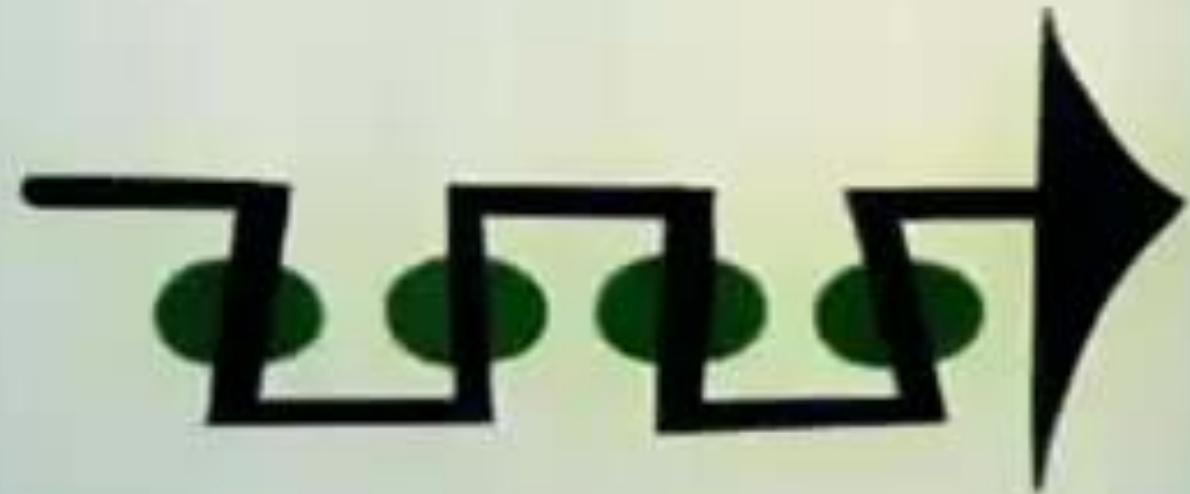


Des situations pour compter et calculer au cycle 1

IEN Thionville 1

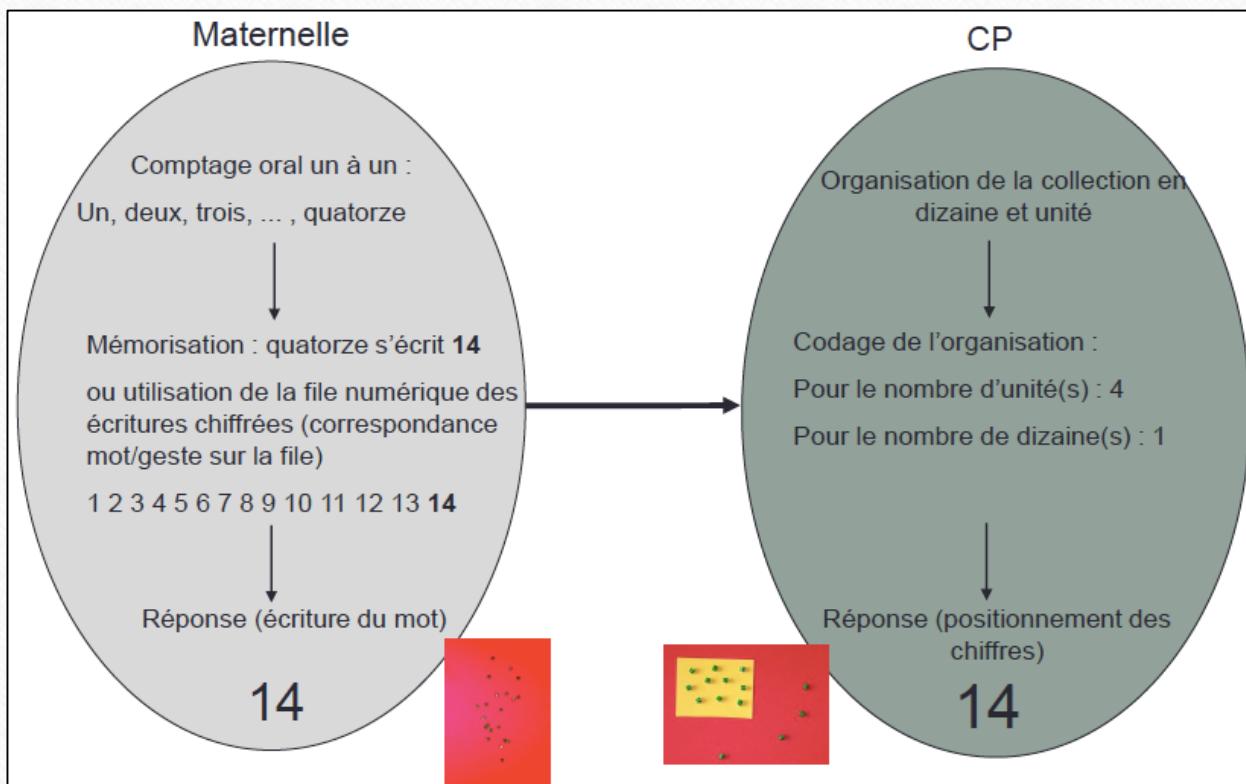
Janvier – Février 2019



Difficultés d'enseignement de la numération

Echanges à l'oral avec les participants

Difficultés d'enseignement de la numération



Source : MOUNIER E. (2018)
Deux numérations pour comprendre le nombre : quelles différences, quelles ressemblances ?, Conférence, Paris le 24/09/2018.

La Numération COPIX

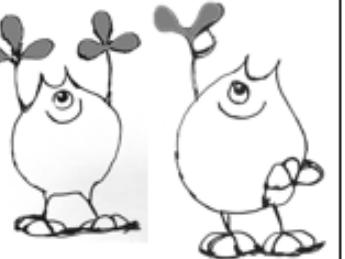
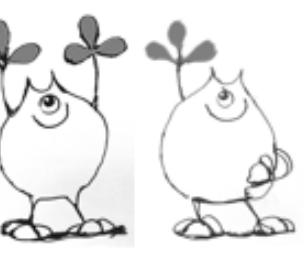
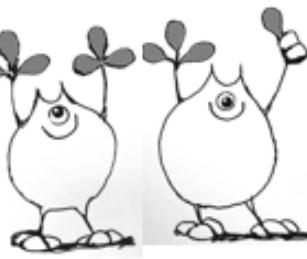
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, aze, daze, six-trois, six-quatre, six-cinq, douze, douze et un, douze-deux, douze-trois, douze-quatre, douze-cinq, trix, trix-et-un, trix-deux, trix-trois, trix-quatre, trix-cinq, quadrix...,

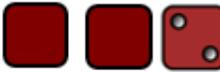
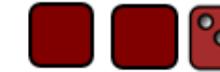
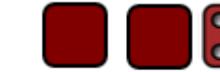
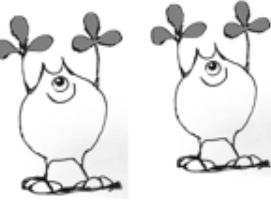
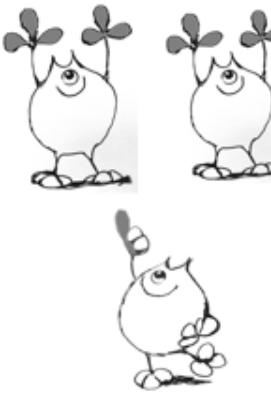
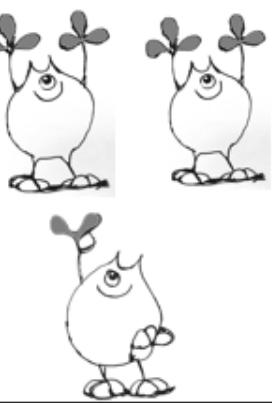
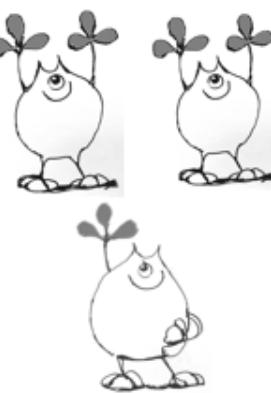
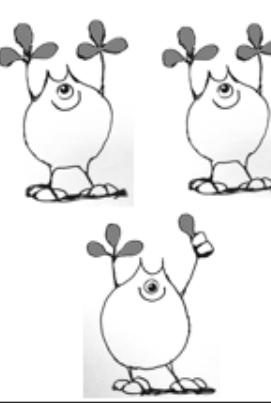
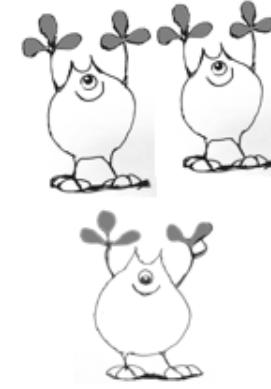
Jeu du furet

- à l'endroit à partir de « un » ;
- à l'endroit à partir de six ;
- à l'envers à partir de « trix deux » ;
- désigner ceux qui vont faire « chut » au lieu de dire le nombre (penser à en avoir qui se suivent) puis dans l'ordre dire « chut » pour certains à la place du nombre et dire les nombres pour d'autres.

Ecriture Symbolique : la bande numérique

B	C	D	E	F
un	deux	trois	quatre	cinq
				
				

BA	BB	BC	BD	BE	BF
<i>six</i>	<i>aze</i>	<i>daze</i>	<i>six-trois</i>	<i>six-quatre</i>	<i>six-cinq</i>
					
					

CA	CB	CC	CD	CE	CF
douze	douze et un	douze-deux	douze-trois	douze-quatre	douze-cinq
					
					

Retrouver ce qui est caché (1)

Activité 1 : sur la bande numérique il faut trouver les nombres dont une des écritures a été cachée.

INDIVIDUEL SUR FEUILLE puis EXERCICE COLLECTIF avec support

Activité 2 : retrouver les nombres manquants

Retrouver ce qui est caché (2)

Activité 3 : une liste désordonnée de nombre en écriture chiffrée est distribuée aux participants. Il en manque certains il s'agit de les retrouver et de les nommer.

EXERCICE COLLECTIF + INDIVIDUEL SUR FEUILLE

DISCUSSION SUR L'IMPORTANCE DE L'AFFICHAGE

BRISSIAUD : guide doigts

DISTRIBUTION DES FRISES NUMERIQUES

Dénombrer

Dans le nouveau système de numération
indiquer combien de haricots se trouvent
dans chaque sachet ?

Calculer

CFD

+ ECD

Bilan de la numération COPIX

Reprendre toutes les difficultés qui ont émergé progressivement suite aux activités menées autour de la numération COPIX

Mise au point théorique sur les numérations orale et écrite

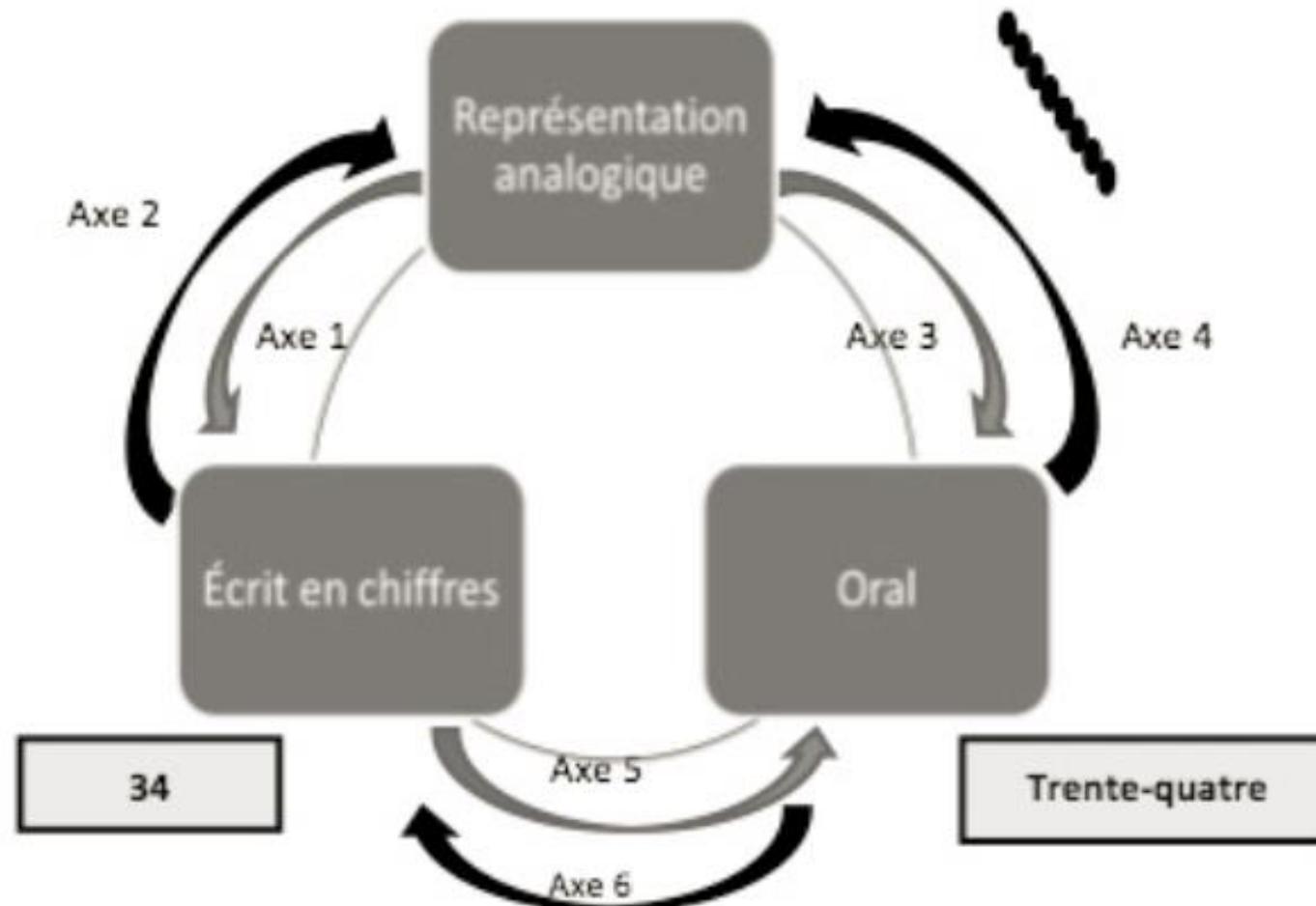
Deux numérations se côtoient :

**Numération orale
(mots-nombres)**

**Numération écrite
(chiffrée)**

**L'une n'est pas la version écrite de l'autre,
et réciproquement :**

53 ne se dit pas « cinq-trois »
Cinquante-trois ne n'écrit pas 503



LE PROGRAMME

Une école qui organise des modalités spécifiques d'apprentissage

- → apprendre en jouant
- → apprendre en réfléchissant et en résolvant des problèmes
- → apprendre en s'exerçant
- → apprendre en se remémorant et en mémorisant

CONTENU DES PROGRAMMES :

Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

Découvrir les nombres et leurs utilisations:

- - construire le nombre pour exprimer les quantités
- - stabiliser la connaissance des petits nombres
- - utiliser le nombre pour désigner un rang, une position
- - acquérir la suite orale des mots-nombres
- - écrire les nombres avec les chiffres
- - dénombrer

ATTENDUS DE FIN DE CYCLE

Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Utiliser les nombres

- | | |
|---|---|
| 1 | Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques. |
| 2 | Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée. |
| 3 | Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions. |
| 4 | Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité. |

ATTENDUS DE FIN DE CYCLE

Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Étudier les nombres

- | | |
|---|---|
| 5 | Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments. |
| 6 | Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente. |
| 7 | Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix. |
| 8 | Parler des nombres à l'aide de leur décomposition. |
| 9 | Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix. |

APPORTS DIDACTIQUES

Le rapport VILLANI-TOROSSIAN :

- Des résultats catastrophiques des élèves français aux enquêtes et évaluations.
- Une importance réaffirmée aux apprentissages fondamentaux à l'école primaire et notamment en maternelle

Terminologie à maîtriser (cf FOAD)

- **Compter** : énumérer des objets à l'aide de la comptine numérique
- **Calculer** : s'appuyer sur les décompositions des nombres et mettre en relation des quantités
- **Dénombrer** :
 - - perception visuelle (subitizing, constellations de dés...)
 - - comptage (recours à la récitation des nombres)
 - - calcul

Le Programme de maternelle : « La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre. »

CE QUE DIT LE PROGRAMME

✓ **LA SUITE ORALE DES MOTS-NOMBRES**

- Elle doit être stable, ordonnée, segmentée et suffisamment longue.
- Elle doit être travaillée pour elle-même.
- Elle ne constitue pas l'apprentissage du nombre mais y contribue.
- Avant 4 ans : jusqu'à 5 ou 6

Jusqu'à 30 en fin de grande section

- Repérer les nombres qui sont avant et après, le suivant et le précédent d'un nombre, de prendre conscience du lien entre l'augmentation ou la diminution d'un élément d'une collection :
 - réciter la comptine à partir de x
 - réciter la comptine de x à y
 - réciter la comptine à rebours
 - réciter la comptine de 2 en 2, 5 en 5, 10 en 10...



Niveaux d'élaboration de la chaîne numérique

Niveau chapelet:

- * nom des nombres sans aucune individualité
- * récitation d'un bloc verbal «*undeuxtroisquatre*»
- * pas de signification arithmétique
- * en présence d'objets :pas de dénombrement, simple simulation

Niveau « chaîne insécable »:

- * séquence composée de mots individualisés
- * « un, deux, trois, quatre,... »
- * pas de comptage à partir d'un nombre quelconque
- * mise en place des premières conduites de dénombrement
- * phase qui peut durer au-delà de 5 ans

Niveau « chaîne sécable »: flexibilité

- * mise en place de nouvelles habiletés
- * réciter la comptine à partir de x

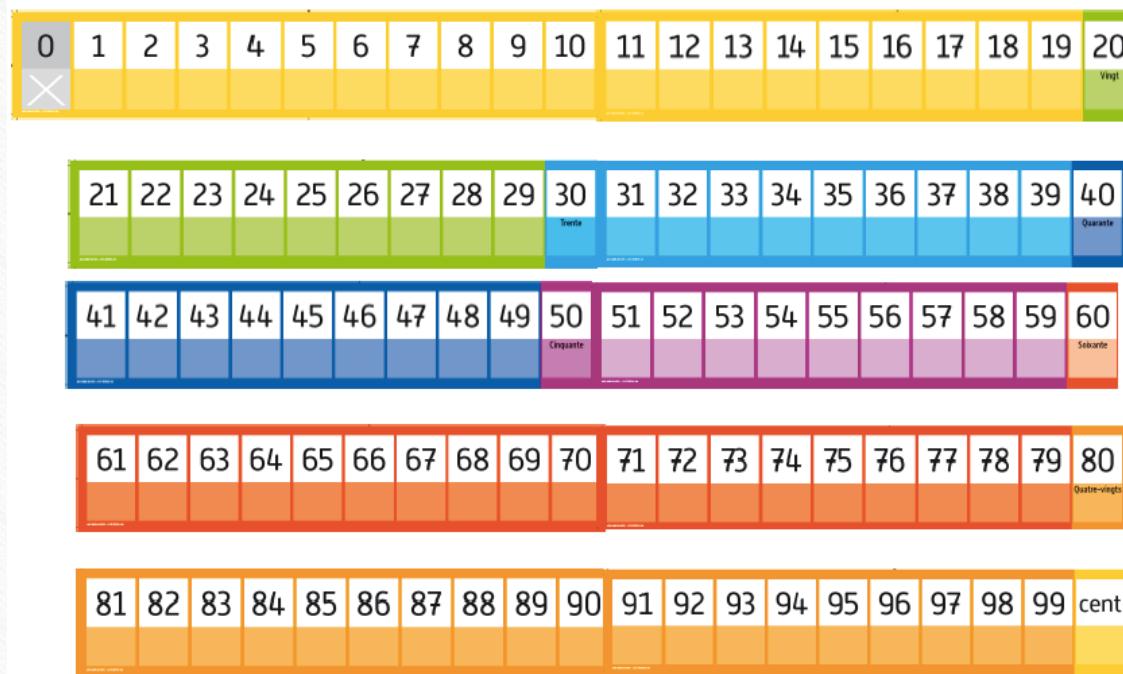
Niveau « terminal »:

- * réciter la comptine de x à y
- * comptage avant/arrière automatisé
- * mise en œuvre de procédures efficaces et rapides dans résolution problèmes additifs
- * compétences établies vers 6 ans

La possibilité de résolution des problèmes additifs soustractifs est intimement liée aux procédures mobilisables avec la chaîne verbale.

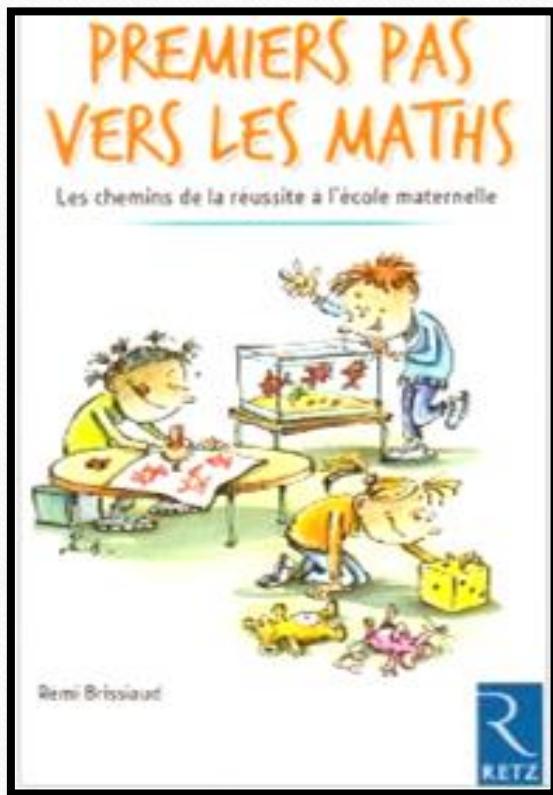
Petite comptine et grande comptine

Numération orale - mettre l'accent sur ses **régularités**



Éric MOUNIER

Les activités de dénombrement doivent éviter le **comptage-numérotage** et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée.



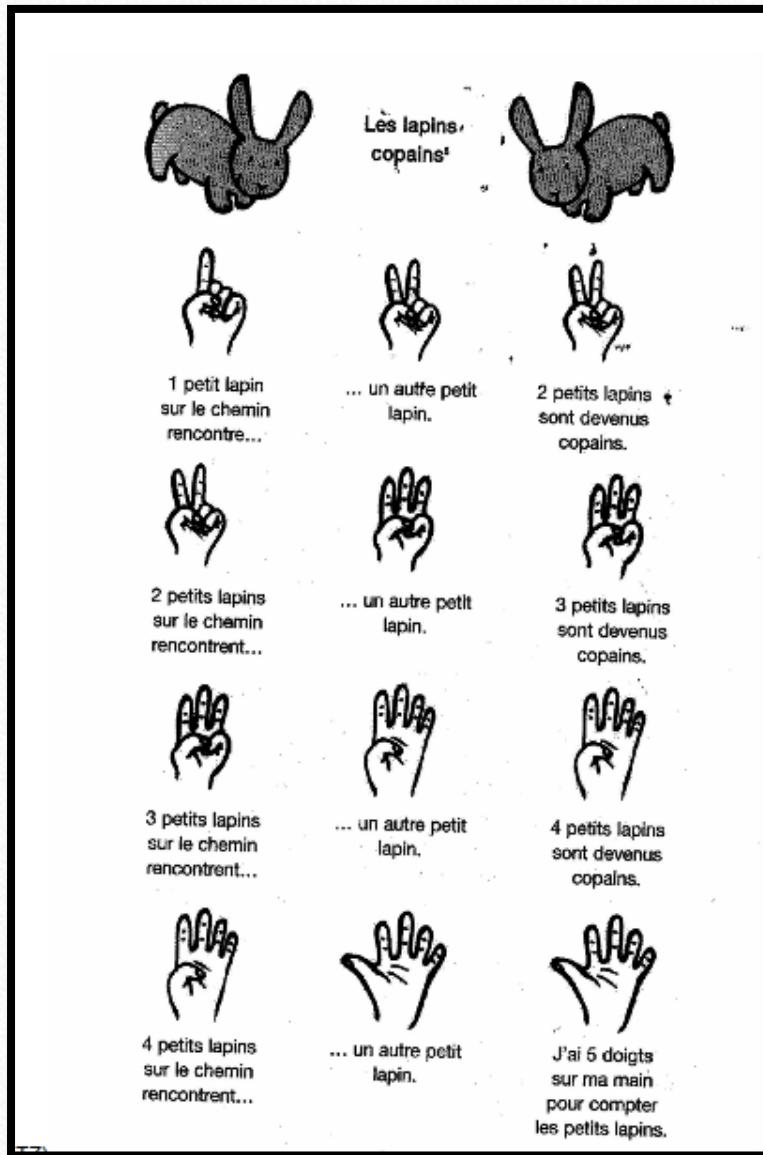
Deux façons de dénombrer une collection de livres

CONSTRUCTION D'UNE COLLECTION-TÉMOIN DE DOIGTS.
DÉCRITE VERBALEMENT PAR UNE DÉCOMPOSITION :

The image shows four children's books with their titles: 'Buffle', 'L'ours qui voulait des pommes tout', 'au croco!', and 'au croco!'. Below each book is a hand gesture representing the number of fingers shown: 'Un' (one finger), 'un' (one finger), 'un' (one finger), 'et un...' (one finger), and 'Quatre.' (four fingers).

LE COMPTAGE :

The image shows the same four children's books again, with their titles: 'Buffle', 'L'ours qui voulait des pommes tout', 'au croco!', and 'au croco!'. Below each book is a text label: 'Un', 'deux', 'trois', 'quatre...', and 'Quatre.'



✓ STABILISER LA CONNAISSANCE DES PETITS NOMBRES

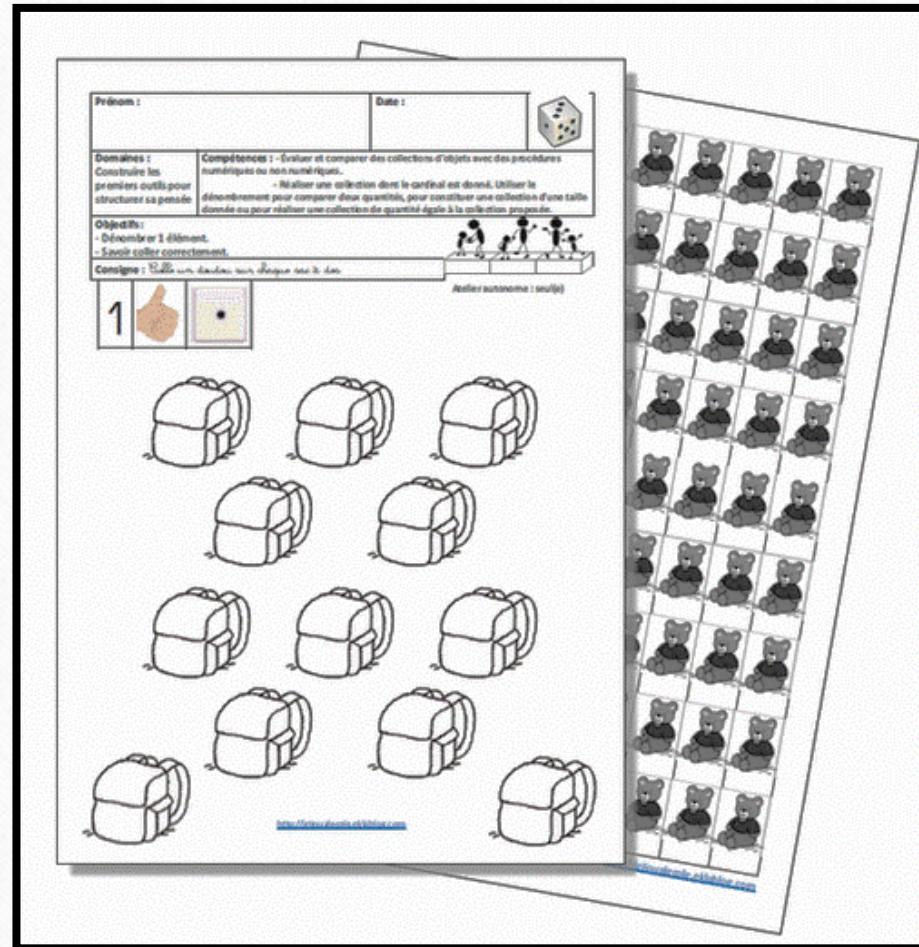
- La construction des **quantités jusqu'à 10** est essentielle.
- **Entre 2 et 4 ans**, stabiliser la connaissance des petits nombres (**jusqu'à 5**) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités (3 c'est 2 et encore 1 ; 1 et encore 2), la reconnaissance et l'observation des constellations du dé, la reconnaissance et l'expression d'une quantité avec les doigts de la main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu.
- **Après 4 ans**, les activités de décomposition et recomposition s'exercent sur des quantités jusqu'à 10.

✓ SYNCHRONISER RECITATION ET POINTAGE

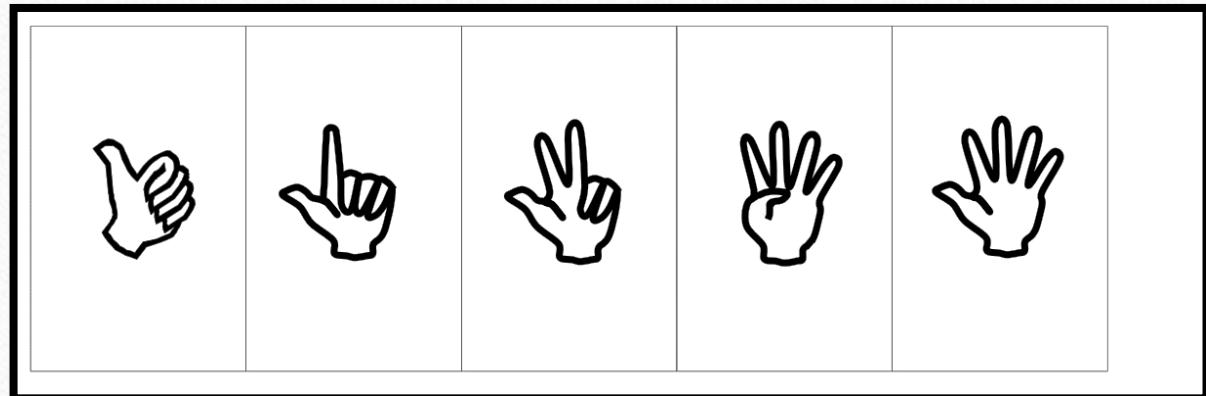
Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de **synchroniser la récitation** de la suite des mots-nombres avec le **pointage** des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale (objets déplaçables ou non, disposition organisée ou non, sur feuille ...).

✓ LES NOMBRES FONCTIONNENT EN SYSTEME

- Eviter de travailler chaque nombre de manière isolée



- Varier les représentations : configurations de doigts



QUAND FAIRE DES MATHS EN MATERNELLE ?

Les activités ritualisées (évolutives)

Les activités « fonctionnelles »

- * Elles sont liées à la vie de la classe
- * Elles n'ont pas d'objectifs d'apprentissage
- * Elles sont prétexte à l'activité mathématique

Les activités construites

- * Elles sont élaborées par l'enseignant
- * Elles visent des objectifs précis

UN TRIPTYQUE À RETENIR

Manipulation → Verbalisation → Abstraction

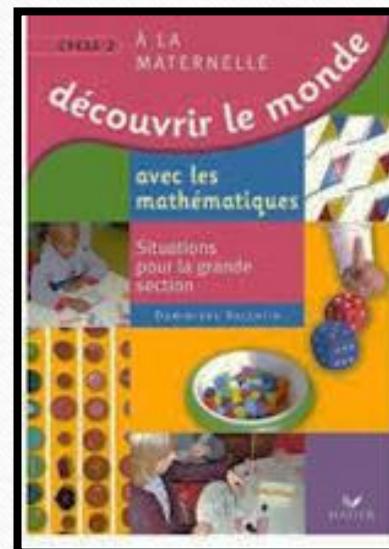
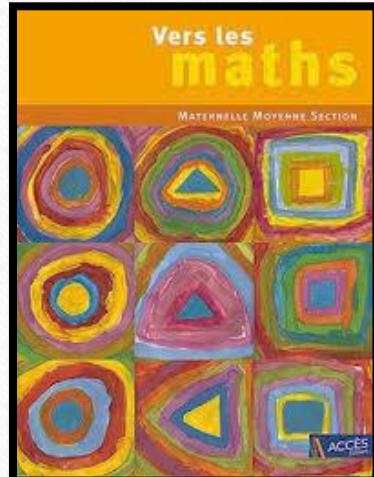
EN CLASSE : Des situations pour donner du sens aux nombres

- le nombre est utilisé pour comparer
- le nombre est utilisé comme mémoire de la quantité ou de la position
- le nombre est utilisé pour anticiper (le résultat de certaines actions sur les quantités)
- le nombre est utilisé pour partager

Le jeu



La résolution de problèmes



UNE PROGRESSION DE SITUATIONS PROPOSÉE PAR G. DUPREY

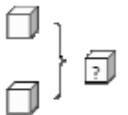
APPROCHER LES QUANTITES ET LES NOMBRES		Repères pour organiser la progressivité des apprentissages	
	TPS-PS	M3	GS
C1 Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus ;	<ul style="list-style-type: none"> Utiliser à bon escient les mots: un peu, beaucoup, pas beaucoup. Dénombrer jusqu'à 3 ou 4. Construire une collection de 3 à 4 objets. Décomposer les nombres de 1 à 3. 	<ul style="list-style-type: none"> Dénombrer jusqu'à 8 ou 10. Construire une collection de 8 à 10 objets. Décomposer les nombres de 1 à 5. Utiliser correctement la comptise numérique pour dénombrer une quantité. (<i>adéquation unique, ordre stable, principe cardinal, principe d'abstraction, indépendance de l'ordre</i>). 	<ul style="list-style-type: none"> Dénombrer jusqu'à 12 à 15. Construire une collection de 8 à 10 objets. Décomposer 5, 6, 7 et 10 (avec repère à 5). Utiliser correctement la comptise numérique pour dénombrer une quantité. (<i>adéquation unique, ordre stable, principe cardinal, principe d'abstraction, indépendance de l'ordre</i>).
C2 Comparer des quantités	<ul style="list-style-type: none"> Comparer des collections en utilisant des procédures non-numériques : empilement, juxtaposition, superposition. Utiliser à bon escient les mots: assez, pas assez, trop. 	<ul style="list-style-type: none"> Comparer des collections en utilisant des procédures non-numériques ou numériques : comparer deux quantités, anticiper le résultat d'une correspondance terme à terme (<i>Comparer des collections jusqu'à 20 éléments</i>). Comprendre et utiliser à bon escient les mots: plus que, moins que, autant que. 	<ul style="list-style-type: none"> Comparer des collections en utilisant des procédures non-numériques ou numériques : comparer plusieurs quantités, comparer deux nombres, utiliser des groupements. (<i>Comparer des collections jusqu'à 40 - 50 éléments</i>). Comprendre et utiliser à bon escient les mots: plus que, moins que, autant que.
C3 Résoudre des problèmes portant sur les quantités	<ul style="list-style-type: none"> Réaliser une distribution. Construire (ou modifier) une collection pour qu'elle ait autant d'éléments qu'une collection donnée. 	<ul style="list-style-type: none"> Réaliser une distribution. Partager des collections. Construire (ou modifier) une collection pour qu'elle ait autant d'éléments qu'une collection donnée. Anticiper le résultat d'un ajout ou d'un retrait de 1 ou 2 objets. Repérer par comptage une position sur une piste graduée. 	<ul style="list-style-type: none"> Anticiper le résultat d'une distribution Anticiper le résultat d'un partage Anticiper le résultat d'un ajout ou d'un retrait Anticiper le résultat de la réunion de deux collections Construire (ou modifier) une collection pour qu'elle ait autant d'éléments qu'une collection donnée. Repérer par comptage une position sur une piste graduée et dans un quadrillage.
C4 Mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30	<ul style="list-style-type: none"> Réciter la suite des nombres jusqu'à 5 ou 6 (à partir de 1, jusqu'à un nombre donné). 	<ul style="list-style-type: none"> Réciter la suite des nombres jusqu'à 10 ou 12. (à partir de 1, jusqu'à un nombre donné, à partir d'un nombre autre que 1, à rebours). 	<ul style="list-style-type: none"> Réciter la suite des nombres jusqu'à 30 (à partir de 1, à partir d'un nombre autre que 1, jusqu'à un nombre donné, à rebours, de 2 en 2).
C5 Associer le nom de nombres connus avec leur écriture chiffrée	<ul style="list-style-type: none"> Lire les nombres jusqu'à 3 (peut être initié) (pas d'apprentissage de l'écriture des nombres) 	<ul style="list-style-type: none"> Lire les nombres jusqu'à 6 Écrire quelques nombres (ex : 4, 1, 7, 3, 2) 	<ul style="list-style-type: none"> Lire les nombres au moins jusqu'à 10 Écrire les nombres de 1 à 10 Utiliser la bande numérique pour lire et écrire des nombres jusqu'à 31.

3^{ème} partie : Travaux de groupe

- Groupe A : à partir de la typologie des problèmes de Vergnaud
- Groupe B : à partir d'une situation : « le jeu des voyageurs »

LA TYPOLOGIE DES PROBLÈMES DE VERGNAUD

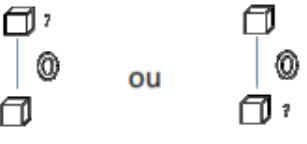
✓ problèmes additifs et soustractifs

				<i>Exemples</i>
Composition de deux états On considère les situations qui portent sur 3 grandeurs où 2 d'entre elles se composent pour donner la 3ème.	Recherche du composé		Problèmes ternaires	<i>A midi, j'ai bu 2 verres d'eau et 1 verre de jus d'orange. Combien de verres ai-je bu en tout ?</i>
	Recherche d'1 partie			<i>Dans notre cour, nous avons 5 bancs. Pendant la récréation, 3 bancs sont occupés par des enfants. Combien de bancs sont vides?</i>

✓ problèmes additifs et soustractifs

Transformation d'un état Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final.	Recherche de l'état final		Problèmes ternaires	<i>Tu avais 2 petites voitures. Je t'en donne encore une. Combien en as-tu maintenant?</i>
	Recherche de la transformation			<i>Pose 5 cubes sur la table. Que dois-tu faire pour en avoir 7?</i>
	Recherche de l'état initial			<i>J'ajoute 3 bonbons dans la boîte. Maintenant j'en ai 5. Combien la boîte contenait-elle déjà de bonbons?</i>

✓ problèmes additifs et soustractifs

<p>Comparaison d'états On compare 2 états. Dans ce type de problème, on trouve presque toujours les expressions « de plus/de moins »</p>	<p>Recherche de l'un des états</p> 	<p>Problèmes ternaires</p> <p>Alexis a 3 ans. Il a 1 an de plus (ou de moins) que sa sœur. Quel est l'âge de sa sœur?</p> <p>Sur une assiette, il y a 2 gâteaux. Sur une autre, il y en a 5. Combien y a-t-il de gâteaux de plus sur la 2^{ème} assiette?</p>
	<p>Recherche de la comparaison</p> 	

✓ problèmes multiplicatifs et de division

Problèmes de multiplication	Configuration rectangulaire	Ces problèmes mettent en jeu un produit de mesures et sont scolairement identifiés comme supports à la construction du concept de multiplication.	Problèmes ternaires	<i>Quel est le nombre de carreaux de chocolat que contient une tablette de 3 sur 4 ?</i>
	Multiplication	Ces problèmes relèvent de l'addition réitérée. On cherche le nombre total d'éléments		<i>Il y a 4 élèves. La maitresse distribue 3 jetons à chaque élève. Combien distribue-t-elle de jetons en tout?</i>

✓ problèmes multiplicatifs et de division

Problèmes de division	Division quotient	On calcule le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'un paquet.	Problèmes quaternaires
	Division partition	On calcule la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.	<p><i>La maitresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ?</i></p> <p><i>La maitresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jetons a chaque élève ?</i></p>

Groupe A : à partir de la typologie de Vergnaud

Il s'agit d'identifier et de décrire les différentes situations que vous proposez aux élèves pour chaque type de problème.

Des situations à l'école maternelle ...

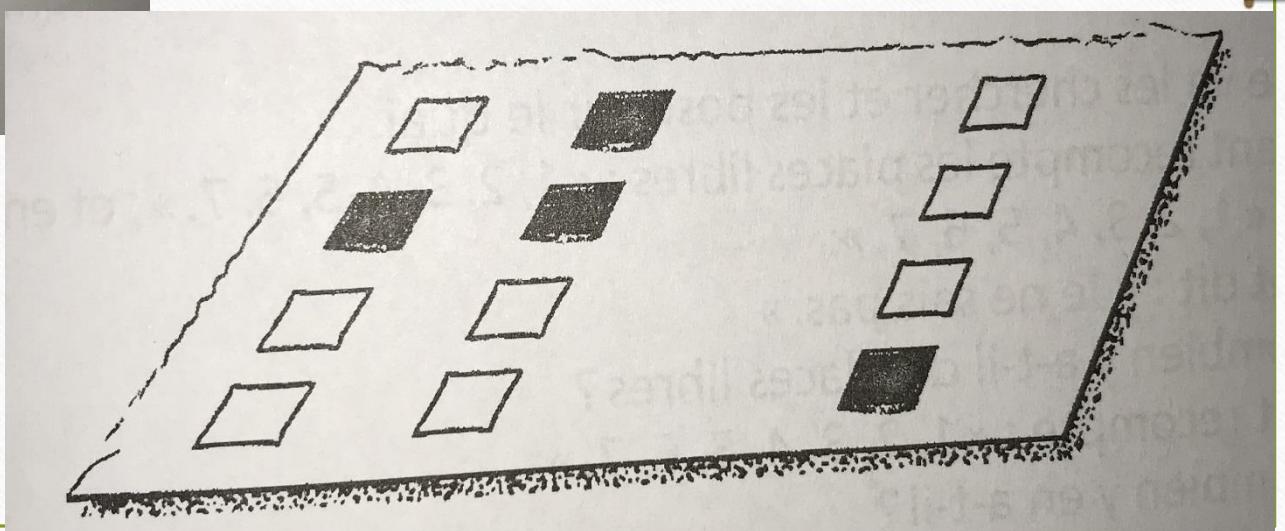
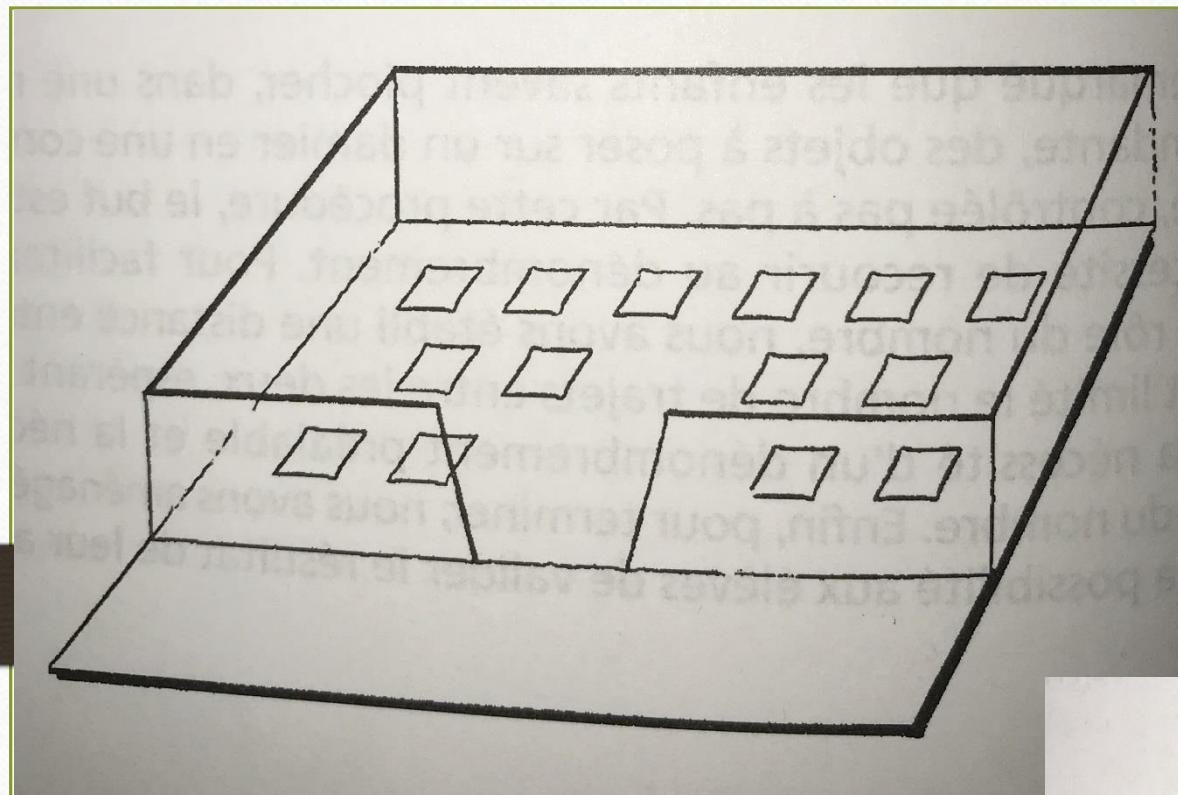
- Des nombres pour comparer
- Des nombres pour mémoriser
- Des nombres pour partager
- Des nombres pour anticiper

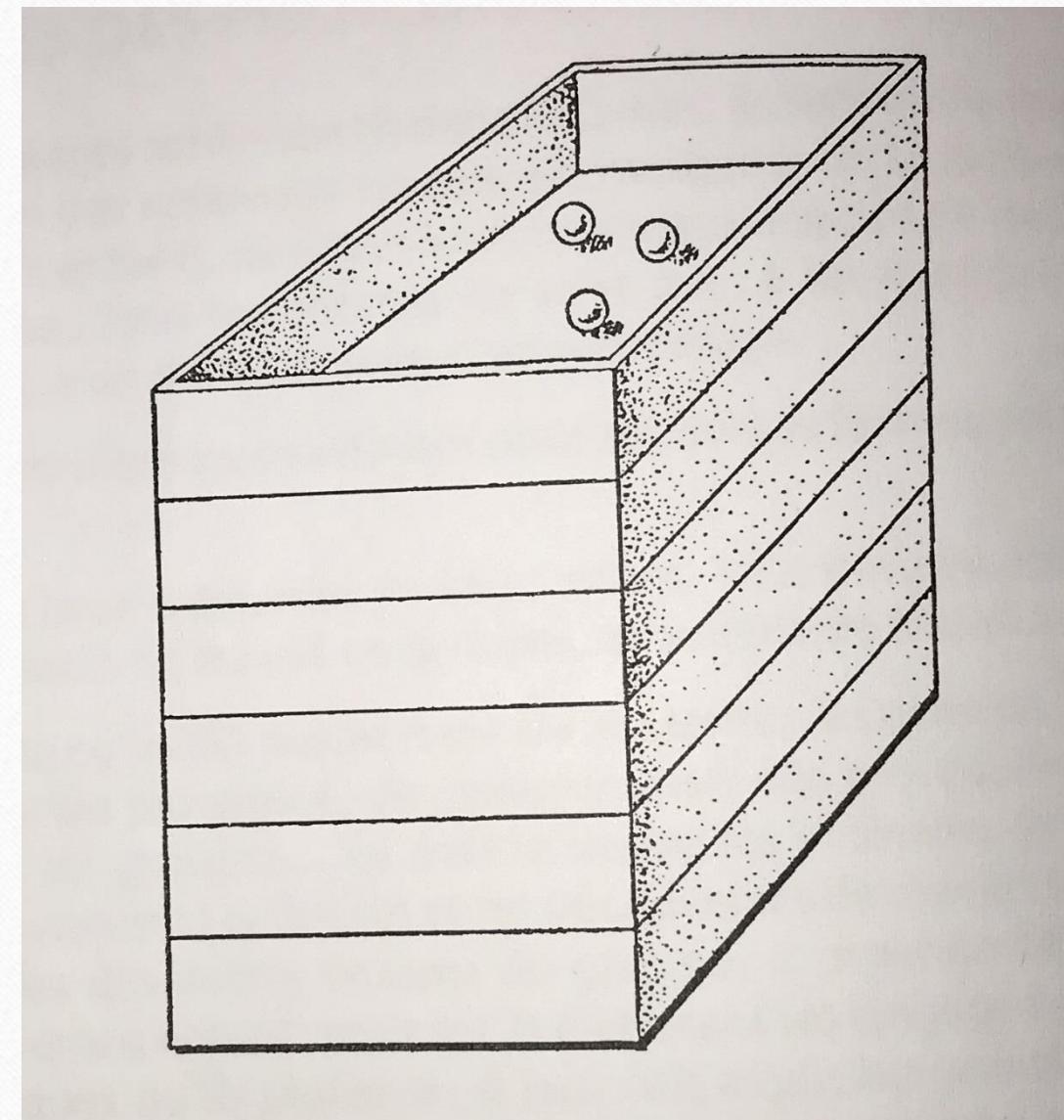
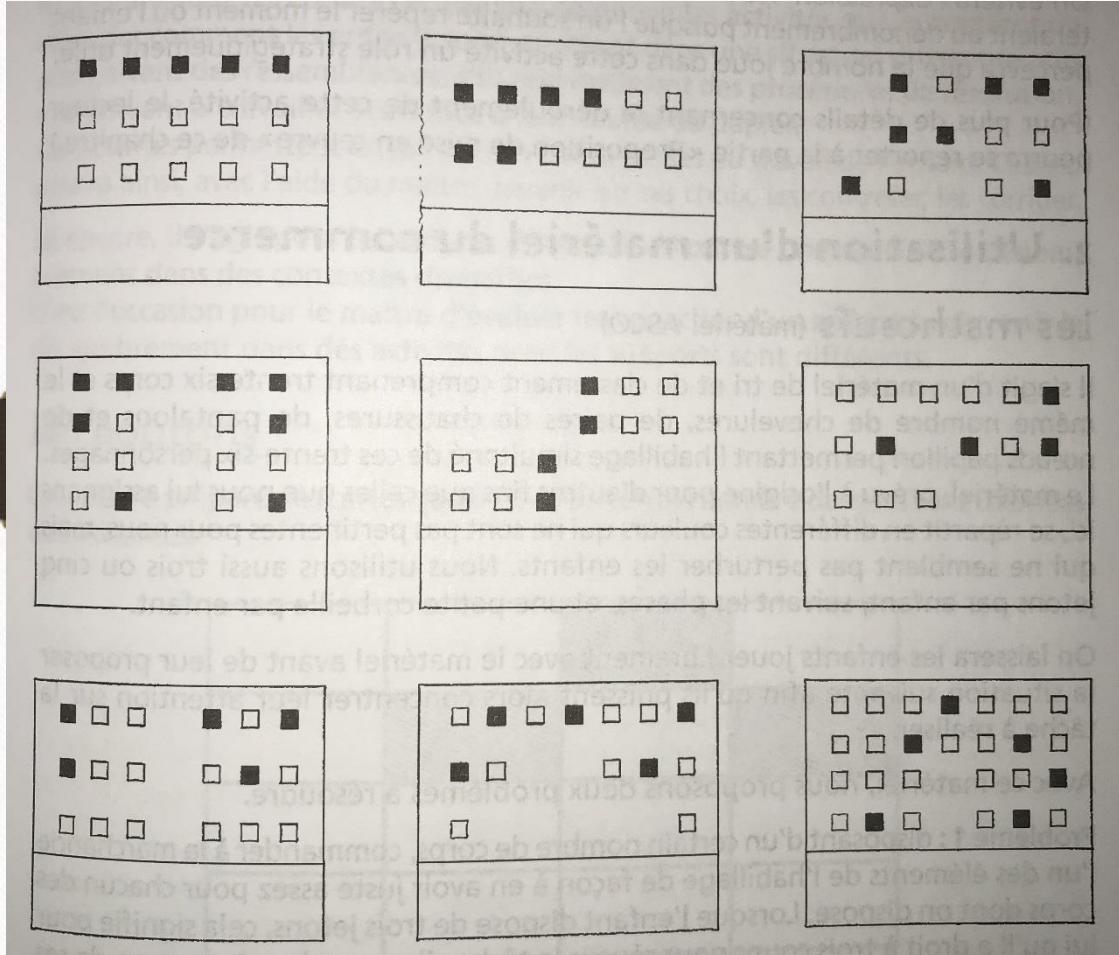
LA SITUATION DU JEU DES VOYAGEURS



On place dans la classe 2 rangées de 4 chaises les unes derrière les autres pour représenter un bus.

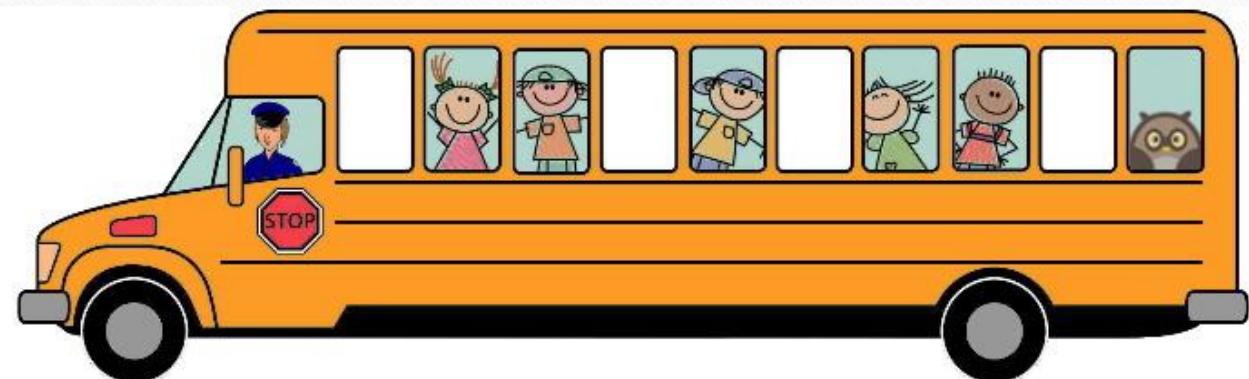
- On désigne un contrôleur.
- « *Il faut que vous complétiez le bus. Le bus n'a le droit de démarrer que s'il est plein. Toutes les personnes doivent être assises et aucune ne doit être debout.* » (à aucun moment la consigne ne mentionne le nombre et cela pour que les procédures soient multiples)





Groupe : à partir de la situation du jeu des voyageurs

Trouver une progression d'activités de la petite section à la grande section.



Rappel des consignes pour chaque groupe

GROUPE A : la typologie de Vergnaud

- Il s'agit d'identifier et de décrire les différentes situations que vous proposez aux élèves pour chaque type de problème.*

GROUPE B : la situation « le jeu des voyageurs »

- Trouver une progression d'activités de la petite section à la grande section.*