PRATIQUE DE LA PROPORTIONNALITÉ AU CYCLE 3

1. *Mise au point théorique*

Mise en situation :
« Sachant que 4 stylos valent 2,42 €, combien valent 14 stylos ? »

Procédures possibles mises en œuvre :

- Utilisation des propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre :
  4 stylos valent 2,42 €, alors 2 stylos valent 1,21 €
  - 14 = 7 × 2 donc 14 stylos valent 7 × 1,21 € = 8,47 €.
  - 14 = 4 + 4 + 4 + 2 donc 14 stylos valent : 3 × 2,42 € + 1,21 € = 8,47 €.

- Passage par l'unité (procédure parfois appelée règle de trois « nouvelle ») :
  4 stylos valent 2,42 €, alors 1 stylo vaut 0,605 € et 14 stylos valent 14 × 0,605 € = 8,47 €
  Remarque : Dans le passage par l'unité, on commence par la division pour obtenir la valeur de 1.

- Règle de trois « ancienne » :
  4 stylos valent 2,42 €
  alors 1 stylo vaut quatre fois moins, soit $\frac{2,42}{4}$ €
  donc 14 stylos valent 14 fois plus soit $\frac{2,42}{4}€ \times 14 = \frac{2,42 \times 14}{4}€ = 8,47$ €
  Remarque : Dans la « règle de trois » enseignée dans les années 1960, on ne donne pas le résultat de la division, on travaille avec des fractions et on commence par la multiplication.

- Utilisation du coefficient de proportionnalité :

a

Nombre de stylos	4	14
Prix à payer	2,42	?

Il faut résoudre 4 × *a* = 2,42 pour trouver le coefficient de proportionnalité : *a* = 0,605.
Le prix à payer est : 14 × 0,605 € = 8,47 €.

- Utilisation du produit en croix :

Nombre de stylos	4	14
Prix à payer	2,42	8,47

$\frac{14 \times 2,42}{4} = 8,47$. Le prix à payer est 8,47 €.

Relations entre les nombres : les rapports interne et externe :

- Le **rapport interne** (ou scalaire) est le rapport de deux éléments d'une même grandeur.
  Si la situation est de proportionnalité, alors le rapport interne est conservé dans le passage d'un élément à un autre.
- Le **rapport externe** (ou fonctionnel) est le rapport de deux éléments issus de deux grandeurs distinctes (coefficient de proportionnalité).

Relations entre les nombres (rapports) et efficacité des procédures :

- Si le rapport interne est simple (cela peut être un rapport entier 2, 3, 10 etc., ou décimal 1,5), la procédure la plus efficace (et la plus naturelle) reposera sur l'utilisation des propriétés de linéarité pour l'addition et/ou pour la multiplication.
- Si le rapport externe est simple, la procédure la plus efficace (et la plus naturelle) reposera sur l'utilisation du retour à l'unité ou sur celle du coefficient de proportionnalité.
- Si aucun rapport n'est simple (rapport complexe, c'est-à-dire difficile à identifier par l'élève), alors l'élève devra faire un choix.
- Si les deux rapports sont simples, alors l'élève devra faire un choix.

2. *Analyse de productions d'élèves de cycle 3*

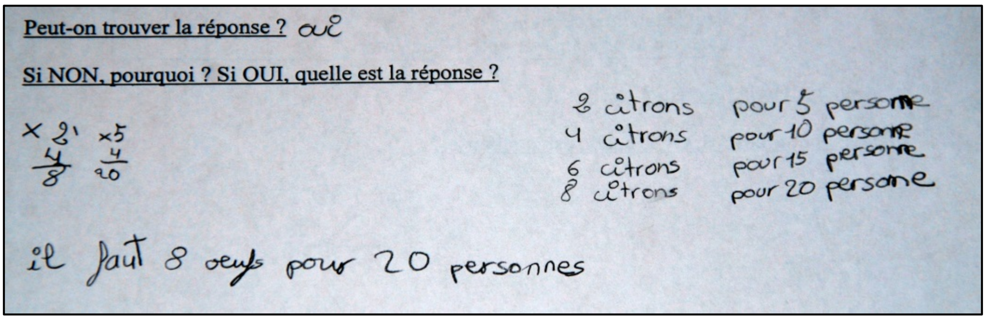
Problème des citrons

Problème :
Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

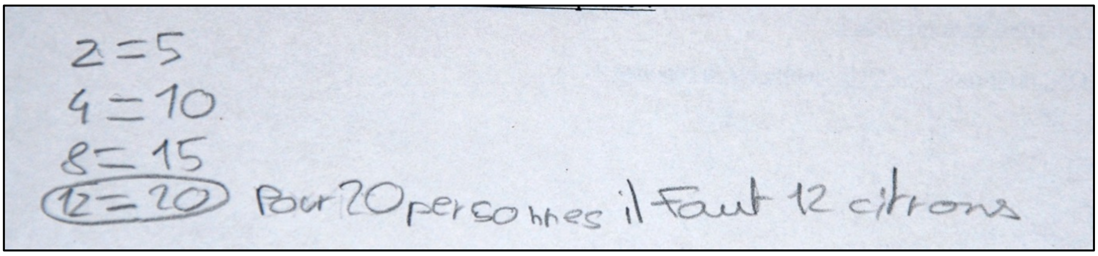
1) **Analyser les productions suivantes au regard des acquis et des erreurs des élèves.**
2) **Comment faire évoluer les procédures ?**
3) **Quelle synthèse dans la classe sur la base de ces productions d'élèves ?**

Groupes 1 et 2 : Productions A, B et C

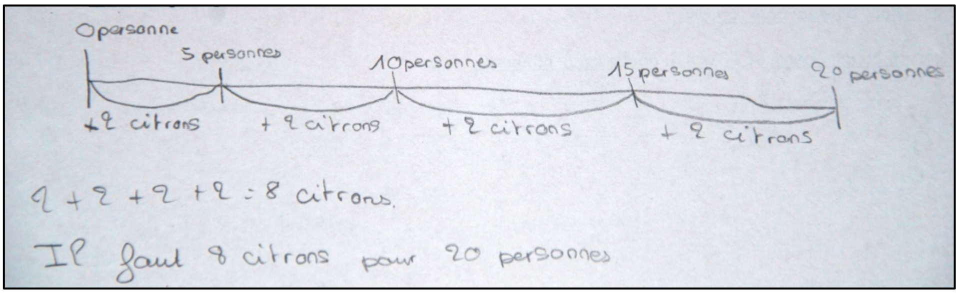
Production A



Production B

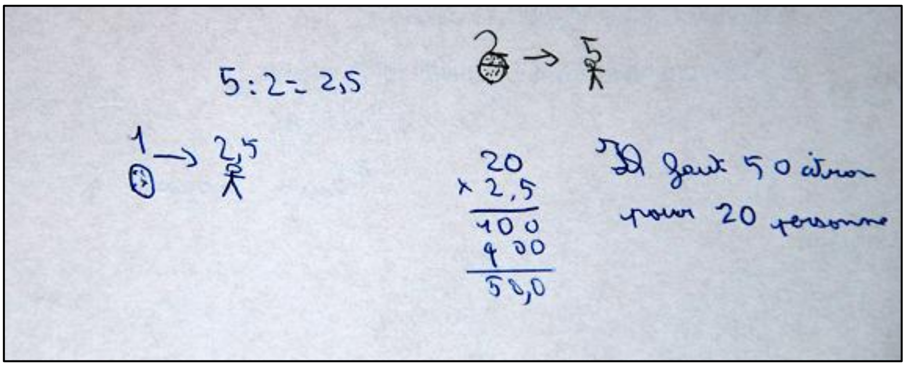


Production C

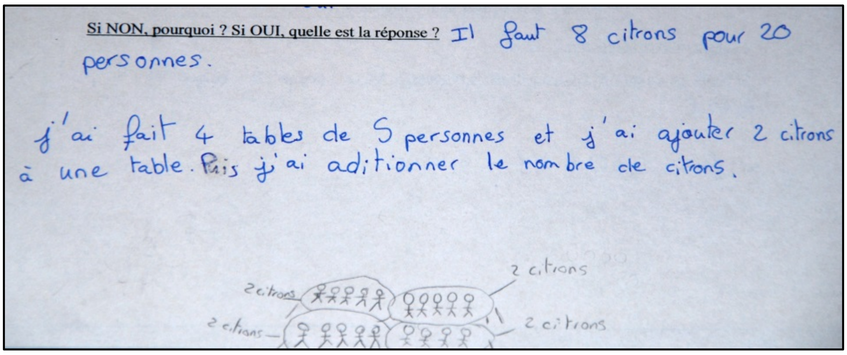


Groupes 3 et 4 : Productions D, E et F

Production D



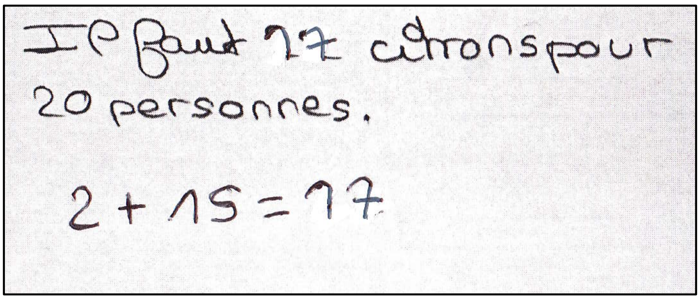
Production E



Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ? Il faut 8 citrons pour 20 personnes.

j'ai fait 4 tables de 5 personnes et j'ai ajouter 2 citrons à une table. Puis j'ai aditionner le nombre de citrons.

Production F

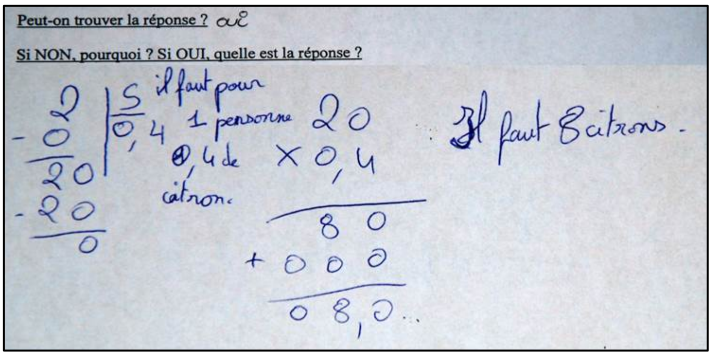


Il faut 17 citrons pour 20 personnes.

$2 + 15 = 17$

Groupes 5 et 6 : Productions G, H et I

Production G



Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

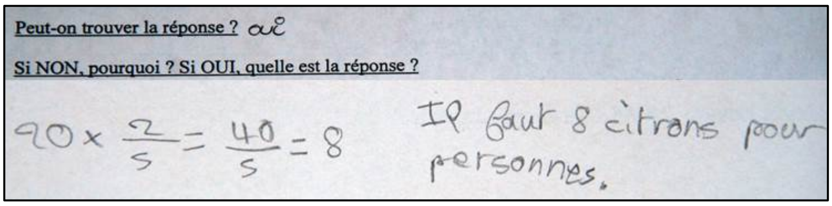
$2 \div 5 = 0,4$ (2 − 0 = 20 ; − 20 = 0)

il faut pour 1 personne 0,4 de citron.

$20 \times 0,4$: 80 + 000 = 08,0

Il faut 8 citrons.

Production H



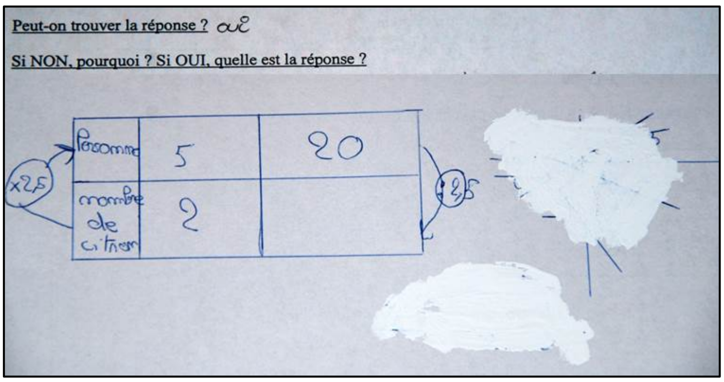
Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$20 \times \frac{2}{5} = \frac{40}{5} = 8$

Il faut 8 citrons pour personnes.

Production I



Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

Personne	5	20
nombre de citron	2	

×2,5 ×2,5

3. *Autour de différents supports d'activités pour conduire une séance, au-delà du manuel et des fiches d'exercices*

« Activité flash » - Diapositives d'un diaporama

Vous êtes tous prêts ?

3 objets identiques pèsent ensemble 7 kg.

CM1
Combien pèsent ensemble 30 de ces objets ?

CM2
Combien pèsent ensemble 60 de ces objets ?

7 objets identiques pèsent ensemble 5 kg.

CM1
Combien pèsent ensemble 21 de ces objets ?

CM2
Combien pèsent ensemble 420 de ces objets ?

10 objets identiques pèsent ensemble 42 kg.

CM1
Combien pèsent ensemble 5 de ces objets ?

CM2
Combien pèsent ensemble 15 de ces objets ?

10 objets identiques pèsent ensemble 45 kg.

CM1
Combien pèsent ensemble 2 de ces objets ?

CM2
Combien pèsent ensemble 3 de ces objets ?

7 objets identiques pèsent ensemble 28 kg.

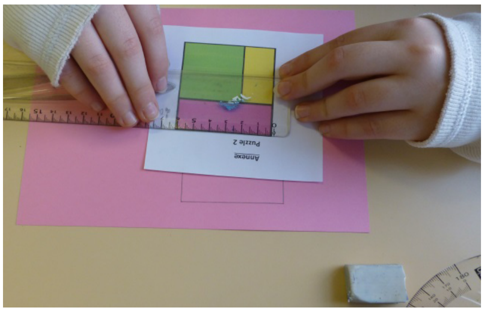
CM1
Combien pèsent ensemble 2 de ces objets ?

CM2
Combien pèsent ensemble 9 de ces objets ?

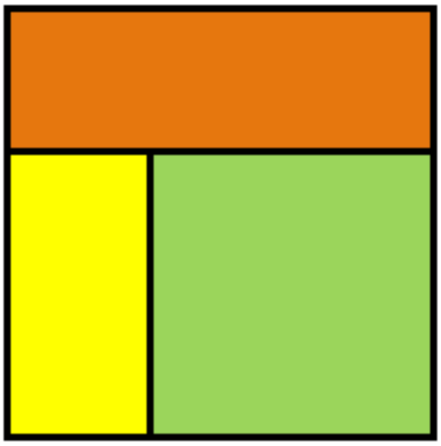
« Document Ressource » – Extrait de la Ressource Eduscol – Activité Puzzle

Agrandis les 3 pièces de la figure de façon à ce que les segments mesurant 2 cm mesurent finalement 6 cm.

Exemples de productions d'élèves



Sur la figure ci-dessus, l'élève a transformé les segments mesurant initialement 2 cm en segments mesurant 6 cm en ajoutant 4 cm à leurs mesures. Puis, il a ajouté 4 cm aux segments de 4 cm et aux segments de 6 cm. Il s'est rendu compte que le rectangle rose dont la longueur mesure 6 cm + 4 cm = 10 cm n'est pas assez grand.



« Problème à prise d'initiative » – Problème « La botte du Géant »

Quelle est la taille du géant ?

ABEL
LENY
ELYNE
INÈS
MAXIME

On cherche le point commun entre le visiteur et le géant :
le pied. Le pied du visiteur : 1,2 cm Le pied du géant : 9,5 cm
Combien de fois le pied du géant est plus grande que celui du visiteur ? On fait la division : 9,5 ÷ 1,2 = 7,9 on suppose que le visiteur mesure 1,75 m.
Le géant mesure donc : 1,75 X 7,9 = 13,8 m
Et on peut rajouter que le géant a les même proportion que nous.