JEAN-PIERRE LEVAIN, PHILIPPE LE BORGNE, ARNAUD SIMARD, ANDRE DIDIERJEAN

EFFET DE LA MASTÉRISATION SUR L'EXPERTISE DES ÉTUDIANTS ET PROFESSEURS DES ÉCOLES STAGIAIRES EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DE PROPORTIONNALITÉ

Abstract. The impact of the evolution into master courses on the expertise in proportinality problem solving among students and primary school trainee teachers. The aim of the research is to assess, in the French context, the impact of the evolution of the teachers trainings into master courses on the development of the expertise in proportionality problem solving. For this purpose, we will describe three successive periods from 2008 to 2015, each representing a teaching model. We will consider, for each of these models, the added value of every education year, the influence of the competitive exam, the specifics of the obtained licence. The exploitation of a questionnaire, constituted by 19 scaling and elargement problems, proposed to 1138 students, allows to check if the studied education model has an effect on the success and failures patterns,a as well as the levels of expertise that ensues.

Résumé. Le but de cette recherche est d’analyser, dans le contexte français, l’impact de la mastérisation des formations des professeurs des écoles sur le développement de l’expertise en résolution de problèmes de proportionnalité. Pour ce faire nous décrirons trois périodes successives dans la formation de 2008 à 2015 chacune de ces périodes correspondant à un modèle de formation. Nous prendrons en compte, pour chacun des modèles, l'apport de chaque année de formation, l'impact du concours, la spécificité de la licence obtenue. L’exploitation d’un questionnaire, constitué de 19 problèmes d’agrandissement et d’échelle proposés à 1138 sujets permet de vérifier si le modèle de formation considéré a une incidence sur la structure des réussites et des échecs ainsi que sur les niveaux d’expertise qui en découlent.

Mots-clés. Formation initiale des enseignants, développement des capacités professionnelles, résolution de problèmes de proportionnalité.

1. Problématique

Le travail de recherche que nous proposons concerne le développement de l’expertise en résolution de problèmes de proportionnalité chez des professeurs des écoles stagiaires et des étudiants en formation à travers la mise en place de deux réformes successives qui ont eu lieu en France instaurant la mastérisation des formations des enseignants. Notre étude s'intéresse donc à la formation initiale des enseignants de l’école primaire à un moment où les dispositifs de formation ont été profondément réaménagés par la mise en place des nouveaux masters intitulés : « Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation » (masters MEEF).

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume x, p. xx - xx.

Elle s'échelonne de 2008 à 2015 et privilégie trois périodes successives dans la formation des professeurs des écoles :

- tout d'abord avant 2010 la formation, dans les Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (IUFM), comprenait une première année de préparation au concours pour des étudiants titulaires d'une licence et, après obtention du concours de recrutement, une seconde année de formation en alternance en tant que professeur des écoles stagiaires ;

- en 2010, la première mastérisation des formations initiée par le ministre Xavier Darcos et mise en place par le ministre Luc Chatel vise l'obtention d'un master MEEF à l'issue des deux années de formation ; elle promeut une passation des épreuves écrites du concours (admissibilité) au début de la deuxième année de formation et des épreuves orales (admission) en fin de cette même année ;

- enfin la réforme du ministre Vincent Peillon en 2013 instaure la création des Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation (ESPE) avec toujours une formation débouchant sur l'obtention d'un master MEEF tout en transférant les deux parties du concours de recrutement en milieu et fin de première année.

La mastérisation de la formation, telle qu'elle est instaurée, découple donc l'obtention du master, à l'issue de la formation, de la réussite au concours de recrutement. Ce découplage a nécessité de mettre en place des ajustements dans les offres de formation de deuxième année de master liés à la coexistence de ces deux populations : les étudiants ayant réussi le concours de recrutement (et qui ont un statut de professeur des écoles stagiaire rémunéré) et les autres qui restent de « simples étudiants » devant à nouveau préparer le concours ou envisager une réorientation à l'issue du master.

L'objet de notre étude consiste à analyser, dans une perspective comparative, les différents niveaux d'expertise en résolution de problèmes de proportionnalité développés par les étudiants au cours des trois périodes envisagées. Elle tente, dans cet objectif, de prendre en compte, pour chacune des trois périodes, l'année de formation, l'impact du concours, la spécificité de la licence obtenue et du cursus antérieur sur notre variable dépendante (soit la réussite globale au questionnaire, soit les différents niveaux d'expertise du domaine que nous en inférons).

Nos principaux objectifs consistent à :

- déterminer si les regroupements dans la structure des réussites ou échecs à certains types de problèmes mis en évidence à la fin du primaire par Levain (1996, 1997) et retrouvés au collège par Levain, Le Borgne et Simard (2008, 2009) perdurent avec des adultes et sont (ou ne sont pas) influencés par les différentes réformes de la formation des professeurs des écoles ;

- tenter d'inférer en les décrivant différents « niveaux d'expertise » en lien avec le développement professionnel ;

- tenter d'évaluer ces différents « niveaux d'expertise » de la proportionnalité à plusieurs moments clés du parcours de formation (première et deuxième année de formation pour les trois modèles étudiés).

Nous avons retenu cette thématique car la compréhension de la proportionnalité constitue un des apports essentiels des mathématiques au traitement de situations relevant aussi bien des champs scolaires que professionnels ou encore de l'exercice de la vie quotidienne. D'un point de vue théorique, nous considérons la proportionnalité comme un modèle mathématique (fonction linéaire) qui explicite la liaison entre deux grandeurs distinctes (exemple : problème prix/quantité) ou semblables (exemples : problèmes d'agrandissements d'une figure géométrique ou d'échelles). Lorsqu'une grandeur A est proportionnelle à une grandeur B, les rapports des mesures de A se transfèrent sur les rapports des mesures de B (les rapports internes aux grandeurs sont conservés, il s'agit de la propriété multiplicative de la linéarité). Le rapport de toute mesure de A sur sa mesure correspondante de B est constant. Ce rapport, qualifié d'externe, correspond au coefficient de proportionnalité lorsque celui-ci est objectivé.

Nous situons notre recherche dans une perspective cognitive convoquant différents cadres théoriques. Tout d'abord ce travail prend appui sur la théorie des champs conceptuels développée par Gérard Vergnaud (1983, 1991). Notre questionnaire est directement issue d'une thèse publiée en ce sens sous sa direction (Levain, 1997). Nous privilégions, dans cette perspective, l'aspect fonctionnel de l'utilisation des connaissances et de leur organisation en mémoire (Noelting, 1980 ; Bastien, 1997 ; Bastien et Bastien-Toniazzo, 2004 ; Didierjean, 2015). Nous insistons également sur l'importance du rôle des situations et des tâches proposées aux sujets dans la construction de savoirs et de savoir-faire dans une perspective davantage didactique (Douady, 1986 ; Artigue et Houdement, 2007 ; Houdement, 2011). Nous nous positionnons enfin, de manière plus générale, dans le cadre d'une psychologie éducationnelle (Thévenot, Coquin et Verschaffel, 2006 ; Sander, 2008 ; Crahay et Dutrévis, 2010) dans laquelle le développement des compétences scolaires se situe au carrefour entre processus de développement endogènes (maturation, autorégulation) et d'apprentissages tant implicites qu'explicites.

L'articulation entre problèmes d'agrandissement et problèmes d'échelle nous apparaît particulièrement propice, à l'interprétation des résultats obtenus en termes de niveaux d'expertise (ou de conceptualisation) spécifiques. La résolution des problèmes d'agrandissement s'appuie sur une utilisation implicite de la linéarité : la procédure de résolution s'exprime alors directement dans le contexte du problème sans référence à un objet du modèle mathématique. La résolution des problèmes d'échelle mobilise le modèle mathématique de façon plus explicite :

c'est le cas par exemple lorsqu'il s'agit de déterminer une échelle, la question portant sur l'échelle elle-même ou lorsqu'il est nécessaire de mobiliser cette dernière pour calculer la mesure d'une grandeur. De plus la notion d'échelle suppose une objectivation d'un rapport externe, de type $1/n$ pour lequel n est grand. Ce constat renvoie pour nous à la distinction, introduite par Régine Douady (1986) entre « concept outil » et « concept objet ». Le concept est dit « outil » lorsque l'on considère *l'usage qui est fait en résolution de problème*, alors que par concept « objet », il faut comprendre *l'objet culturel ayant sa place dans l'édifice du savoir savant* (Douady, 1986). En prenant en compte les remarques précédentes, les situations d'agrandissement mobilisent principalement le versant outil du concept alors que celles d'échelle convoquent davantage le versant objet du concept.

Outre la nécessité de penser un rapport comme un nombre rationnel (Adjiage et Pluvinage, 2000 ; Coquin et Camos, 2006 etc.), nous nous appuyons sur une hypothèse préalablement vérifiée (Levain et al. 1996, 1997, 2009). Dans les situations d'agrandissement, l'objet initial et l'objet agrandi sont souvent de taille comparable et interprétés d'emblée dans un registre de similitude. Par contre dans le calcul d'une échelle la différence de taille entre eux est telle que le rapport se construit davantage entre un signifiant et un signifié. Ce qui peut entrainer chez certains sujets des difficultés d'utilisation, de calcul ou d'appréhension du rapport, des erreurs récurrentes dans son écriture, dans l'harmonisation des unités, voire des abandons et des non-réponses (Levain, 1997).

2. Méthode

Nous utilisons une approche d'orientation quantitative à l'aide d'un questionnaire que nous soumettons à notre population au cours des trois périodes considérées (avant 2010, en 2011 et 2012, après 2013). Le questionnaire se compose de dix-neuf problèmes impliquant des situations d'agrandissement et d'échelle (identique à celui proposé en collège par Levain, Le Borgne et Simard, 2009). Il est organisé en deux grandes catégories :

- les huit premiers problèmes : agrandissement / réduction (de figure géométrique ou de type « word problems ») relèvent d'une dimension outil (utilisation des propriétés de la fonction linéaire) ;

- les onze suivants convoquent de manière plus ou moins marquée une dimension objet (calcul de l'échelle, calcul d'une dimension du représentant ou du représenté).

La consigne de passation est harmonisée. Elle énonce les principaux objectifs de la recherche. Elle précise que l'ordre des problèmes est aléatoire c'est-à-dire ne correspondant pas à un niveau croissant de difficulté, hormis pour les trois premiers qui sont les plus simples. Elle rappelle enfin le temps de passation d'environ une heure. Des calculatrices sont mises à disposition.

La passation se déroule, au début et à la fin de la première année de formation pour les étudiants de première année, puis en fin de seconde année de formation. Les groupes sont indépendants (chaque sujet passe une seule fois le questionnaire) ; ce qui a nécessité la participation des universités de Franche-Comté, Bourgogne et Champagne-Ardenne.

Notre population se compose de 1138 participants que nous identifions, dans la suite de ce travail, par la notation PE (comme Professeurs des Écoles) pour la formation se déroulant avant 2010 (niveau licence), par M_{2011} (M comme master avec l'année 2011 en indice) pour celle de la première mastérisation (deuxième période) enfin par M_{2015} pour la troisième et actuelle période de la formation. Les chiffres 1 et 2 indiquent les années de formation (PE_2 pour les futurs Professeurs des Écoles en deuxième année de formation ou M_2 pour les étudiants en deuxième année de Master). Les minuscules indiquent une passation en début d'année (pe_1 ou $m_{1\text{-}2011}$ par exemple), les majuscules une passation en fin d'année (PE_1 ou $M_{1\text{-}2015}$ par exemple).

Dans le détail notre population se compose de 154 pe_1 (étudiants de première année, première période, passation en début d'année) ; 126 PE_1 ; 105 pe_2 ; 131 PE_2 ; 115 $m_{1\text{-}2011}$; 119 $M_{1\text{-}2011}$; 109 $M_{2\text{-}2011}$ (dont 69 admissibles) ; 124 $M_{1\text{-}2015}$; 155 $M_{2\text{-}2015}$ (dont 90 admis au concours).

Nous avons analysé les données en deux temps à partir des 21622 problèmes recueillis qui sont corrigés et codés de manière binaire en réussite ou échec dans un tableau booléen dans lequel chaque colonne représente un problème et chaque ligne les résultats d'un sujet.

Un premier traitement statistique (ANOVA) porte sur les scores moyens globaux (réussite au questionnaire) et nous permet d'effectuer différentes comparaisons entre les groupes de sujets.

Un second traitement statistique croise une analyse factorielle des correspondance (Benzecri, 1973, 1976 ; Lebart, Morineau & Tabard, 1977) avec une classification ascendante hiérarchique à partir du logiciel ANACONDA développé par l'université de Franche-Comté (Girardot, 1982). L'analyse factorielle des correspondances (AFC) utilise des calculs d'ajustement qui font essentiellement appel à l'algèbre linéaire et produit des représentations graphiques à l'intérieur desquelles les objets à décrire deviennent des points sur un axe, un plan ou un espace de dimension supérieure. Cette technique permet d'analyser des tableaux de nombres positifs (ici 0 et 1). Le principe de cette analyse consiste à représenter chaque sujet dans un espace où chaque dimension correspond à un problème puis à déterminer les axes principaux sur lesquels le nuage de points ainsi obtenu a une projection maximale. La classification ascendante hiérarchique (CAH) produit, à partir de calculs algorithmiques, des classes qui permettent de grouper et ranger les objets à décrire. Elle s'applique aux mêmes tableaux de données que l'AFC et permet par là-même de compléter et nuancer les analyses de celle-ci. Les résultats se présentent sous la forme d'un arbre hiérarchique dont les principales branches définissent les différentes classes.

Ce double traitement nous permet de réaliser des regroupements entre des ensembles de sujets et les problèmes qu'ils réussissent électivement. Il nous permet de décrire et interpréter les caractéristiques des groupes obtenus en termes de niveaux d'expertise. Nous analysons enfin la répartition des étudiants dans ces différents groupes. Des Khis carrés d'indépendance (répartition dans les groupes) complètent l'analyse statistique.

L'originalité de cette approche réside en grande partie dans le fait de considérer la distribution des niveaux d'expertise inférés comme variable dépendante (au moins pour une part) des parcours de formation analysés.

3. Présentation du questionnaire

Notre questionnaire comporte 19 problèmes présentés en annexe de cet article (dans un format légèrement réduit). Il se décompose en deux grandes parties. D'une part les huit premiers problèmes qui traitent de situations d'agrandissement ou de réduction. De l'autre, les onze suivants nécessitant de calculer une échelle ou une dimension, soit sur le plan ou la carte, soit sur le terrain. Parmi ces derniers problèmes deux sont particulièrement complexes dans le sens où ils nécessitent une modélisation de la situation préalablement à une programmation des calculs. Comme ce questionnaire est identique à celui présenté à des élèves de collège lors de précédentes études (Levain, 1997 ; Levain, Le Borgne et Simard, 2008, 2009), nous nous autorisons à indiquer, en regard de la présentation des épreuves, les pourcentages de réussite d'élèves de première année et de quatrième année de collège (classes de sixième et troisième, élèves de 11 ans et 14 ans) à ceux de deuxième année de master (fin de la formation des professeurs des écoles) évalués en 2015.

3.1. Les problèmes d'agrandissement ou de réduction de figures

Les trois premiers problèmes sont extrêmement simples et ont pour fonction de ne mettre aucun sujet en difficulté dès l'abord du questionnaire. Le premier problème présenté (annexe n°1) nécessite de repérer graphiquement sur un quadrillage un agrandissement et une réduction d'une figure cible représentant une maison simplifiée. La reconnaissance se fait ici par comptage des carrés du quadrillage plutôt que par calcul. Ce problème est réussi par respectivement 45 % des élèves de sixième, 63 % des élèves de troisième et par 91 % des étudiants en fin de deuxième année de master. Nous retrouvons chez ces trois populations distinctes deux grandes catégories d'erreurs : soit la proportionnalité n'est pas reconnue à travers un choix erroné aussi bien de l'agrandissement que de la réduction, ce qui pose la question de la compréhension de ces deux termes, soit seul le choix de la réduction est erroné, celui de l'agrandissement étant mieux réussi.

Les quatre problèmes suivants (n°2 à 5) nécessitent de déterminer la largeur d'un rectangle agrandi connaissant sa longueur ainsi que les deux dimensions du rectangle d'origine. Ces quatre problèmes nous permettent, comme précisé au tableau 1, de croiser le type de rapport : interne ou externe avec son niveau de difficulté : simple ou complexe. Nous appelons rapport externe le rapport qui se calcule ici à partir des longueurs respectives des deux rectangles. Ce rapport traduit le coefficient de proportionnalité. Le rapport interne se calcule entre la longueur et la largeur d'un même rectangle.

Problèmes :	Rapport interne	Rapport externe
n°2	simple : 1/2	simple : 2/1
n°3	complexe : 3/5	simple : 2/1
n°4	simple : 1/2	complexe : 5/3
n°5	complexe : 3/5	complexe : 5/3

Tableau 1 : type et difficulté des rapports pour les problèmes 2 à 5

Les problèmes n°4 et n°5 sont réussis par respectivement 21 % et 29 % des élèves de sixième ; par 51 % et 57 % des élèves de troisième et enfin par 90 % et 92 % des étudiants en fin de master. Concernant le problème n°4, nous signalions en 2007 que la plupart des élèves de collège (même en troisième) ne reconnaissaient pas nécessairement les propriétés de linéarité de la fonction (la largeur est la moitié de la longueur) et préfèraient calculer un rapport d'agrandissement complexe (5/3) utilisant ainsi une procédure plus générale mais beaucoup plus coûteuse que de repérer que la longueur du rectangle correspondait au double de sa largeur. Nous posions alors l'hypothèse selon laquelle le contexte jouerait ici le rôle d'un « situateur » au sens défini par Bastien et Bastien-Toniazzo (2004) dans l'espace des schèmes mobilisés par le sujet. Nous renouvelons la même observation chez les étudiants de fin de master puisque plus de 90 % de ceux qui réussissent ce problème n°4 calculent la largeur à partir du rapport d'agrandissement plutôt que de simplement diviser par 2 la longueur du rectangle agrandie.

Le problème n°6 s'inspire de la fameuse épreuve de Karplus « Mr Short and Mr Tall » (Karplus & Peterson, 1970 ; Karplus, Karplus, Formisano & Paulson, 1979) testée dans de nombreux pays (Hart, 1981, 1988). La petite taille et la symétrie des valeurs numériques impliquées invitent fréquemment à l'utilisation d'une procédure additive erronée formulée en termes de différences constantes. Cette procédure fréquente chez certains élèves de collège n'est presque plus observable en fin de master. Le pourcentage moyen de réussite passe en effet de 14,6 % en sixième à 56 % en fin de troisième. Il est de 95 % en fin de master.

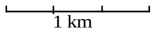
Les deux problèmes suivants n°7 et n°8 traduisent respectivement deux situations d'agrandissement et de réduction. Dans ces deux problèmes les rapports externes et internes sont égaux (respectivement 25 et 1,5). Nous observions chez les élèves de collège une plus grande familiarité de la situation d'agrandissement (plutôt que de réduction) aboutissant à une meilleure réussite. Ce que nous n'observons plus en fin de master puisque les pourcentages de réussite aux problèmes n°7 et n°8 sont respectivement de 40 % et 25 % en sixième, de 79 % et 66 % en troisième et 95 % et 94 % en fin de master.

3.2. Les problèmes d'échelle

Concernant les problèmes d'échelle, nous nous appuyons sur les travaux d'Antoine Bodin (1989) pour en proposer quatre types de présentation :

1- l'échelle de type 1 ou fractionnaire par exemple 1/100 000 ;

2- l'échelle de type 2 à partir d'un formulation type : « 4 cm pour 1 km » ;

3- l'échelle de type 3 à partir d'une représentation type : 

4- l'échelle de type 4 avec une formulation explicite de type : « par quel nombre faut-il multiplier (diviser) cette dimension pour… » (cette « échelle de type 4 » privilégie alors plus directement l'aspect « outil » du concept).

Les problèmes n° 9 et n°12 nécessitent tous deux de calculer une échelle connaissant une dimension sur le terrain et celle qui lui correspond sur la carte. Échelle fractionnaire (de type 1) pour le n°9 et de type 4 pour le n°12. Concernant le n°9, seule une réponse sous forme de fraction est acceptable (pas nécessairement de forme canonique avec avec 1 au numérateur).

Dans le problème n°12, l'échelle de type 4 décharge l'élève de la nécessité d'objectiver le rapport d'agrandissement sous forme fractionnaire et renvoie davantage au concept familier d'opérateur multiplicatif (correspondant au coefficient de proportionnalité). Les valeurs numériques utilisées rendent les calculs particulièrement aisés. Le rapport d'agrandissement est le même pour les deux problèmes de manière à favoriser les comparaisons. Ces deux problèmes sont réussis par respectivement 7 % et 18 % des élèves de sixième, 16 % et 45 % des élèves de troisième et 70 % et 81 % des étudiants à la fin du master.

Les problèmes n°10 et n°11 nécessitent tous deux un changement de formulation dans l'écriture de l'échelle à partir, soit d'une écriture de type 2 pour le problème n°10, soit d'une écriture de type 3 pour le n°11 vers une écriture sous la forme d'une fraction (type 1). Le problème n°11 apparaît moins aisé car nécessitant d'effectuer une mesure à la règle pour déduire de l'information (« 2 cm pour 50 m » ou « 8 cm pour 200 m »), information qui était directement fournie dans l'énoncé du problème n°10. Ces deux problèmes ne sont réussis que par respectivement 10 % et 4 % des élèves de sixième ; par 25 % et 14 % de ceux de troisième et par 65 % et 63 % des étudiants à la fin du master.

Les problèmes n°13 et n°14 sont les plus complexes du questionnaire puisqu'il s'agit de calculer une échelle, de type 1 pour le n°13 et de type 4 pour le n° 14, qui maximise la représentation (taille du plan) dans les limites d'une feuille de format A4 (21 par 29,7cm). Ces deux problèmes nécessitent d'élaborer une procédure nécessitant de contrôler un nombre important d'informations : déterminer tout d'abord si le rapport d'agrandissement doit se calculer respectivement à partir des deux longueurs ou des deux largeurs, harmoniser les unités, calculer un coefficient d'agrandissement non entier, l'arrondir systématiquement par excès afin que le plan ne déborde pas du cadre, objectiver ce coefficient sous forme d'une fraction dont le numérateur est égal à un pour le problème 13 ou le proposer sous forme entière ou décimale pour le problème 14. Les résultats confirment la difficulté de la tâche avec des valeurs de réussite particulièrement faibles pour les étudiants en fin de master. La difficulté de la situation semble même déborder assez largement la simple écriture fractionnaire distinguant les deux problèmes. Ils sont respectivement réussis par 1 % et 1 % des élèves de sixième, 7 % et 7 % de ceux de troisième et par seulement 16 % et 17 % des étudiants en fin de master.

Les problèmes n°15 et 16 nécessitent de calculer une dimension sur le plan ou la carte connaissant sa correspondance sur le terrain, et l'échelle (type 1). Les valeurs numériques sont simples en ce qui concerne le n°15 (50 m et 1/100). Elles sont plus complexes pour le n°16 (76 km et 1/200 000) et nécessitent une conversion d'unités des kilomètres vers les centimètres, conversion qui n'était pas obligatoire pour le n°15. Ces deux problèmes n°15 et 16 sont respectivement réussis par 6 % et 5 % des élèves de sixième, par 35 % et 28 % de ceux de troisième et par 65 % et 66 % des étudiants en fin de master.

Les trois problèmes suivants impliquent le calcul d'une dimension du représenté (calcul de l'image par la transformation). Dans le n°17, l'échelle est de type 3 alors que dans le n°18, elle est de type 1. Ces deux problèmes nécessitent d'effectuer une mesure à la règle sur le plan ou la carte. Au contraire du dernier problème (n°19) dans lequel les deux données (échelle de type 1 et dimension sur la carte) sont fournies directement dans le texte d'énoncé. Ces trois problèmes sont respectivement réussis par 15 %, 5 % et 8 % des élèves de sixième, par 22 %, 14 %

et 15 % de ceux de troisième et par 66 %, 67 % et 66 % des étudiants à la fin de la deuxième année de master.

4. Résultats

4.1. Analyse globale des résultats en fonction des trois périodes envisagées

Le tableau n°2 présente les pourcentages moyens de réussite aux différents problèmes en fonction des différentes périodes de formation. Dans ce tableau, rappelons que les huit premiers problèmes sont des problèmes d'agrandissement, les problèmes 9 à 11 nécessitent de calculer une échelle, les problèmes n°13 et n°14 sont les deux problèmes complexes, les problèmes n°15 et n°16 nécessitent de calculer une dimension sur la carte ou le plan, enfin les problèmes n°17 à n°19 requièrent le calcul d'une dimension sur le terrain. Nous reprenons dans ce tableau les notations présentées précédemment (pe_1, PE_1, PE_2 pour la première période avant 2010 $m_{1\text{-}2011}$, $M_{1\text{-}2011}$, $M_{2\text{-}2011}$ pour la deuxième, et $M_{1\text{-}2015}$, $M_{2\text{-}2015}$ pour la dernière). Rappelons qu'une notation en lettres minuscules indique une passation du questionnaire effectuée en début d'année, et une notation en majuscules une passation en fin d'année universitaire. Concernant la deuxième période, outre l'année indiquée en indice, nous distinguons en ce qui concerne les étudiants en deuxième année du master de 2011 ($M_{2\text{-}2011}$), ceux ayant réussi la partie écrite du concours (admissibilité) effectuée en milieu d'année par l'indication : « admissible », figurant également en indice, et ceux l'ayant échoué (« non admissible »). L'admission définitive au concours se déroule en toute fin de deuxième année pour cette réforme dite de la première mastérisation. Nous n'avons, de ce fait, pas pu proposer une passation du questionnaire après la proclamation des résultats définitifs au concours de recrutement en raison de la trop grande proximité de la fin de l'année. Concernant la deuxième réforme en 2015, les deux épreuves écrites et orales ont lieu au cours de la première année du master, ce qui nous permet de différencier, en deuxième année, les étudiants « admis » qui sont également des professeurs stagiaires, des étudiants « non admis » qui devront, s'ils souhaitent toujours devenir professeur, passer à nouveau le concours.

Problèmes	pe_1	PE_1	PE_2	$m_{1\text{-}2011}$	$M_{1\text{-}2011}$	$M_{2\text{-}2011}$ admissible	$M_{2\text{-}2011}$ non admissible	$M_{1\text{-}2015}$	$M_{2\text{-}2015}$ admis	$M_{2\text{-}2015}$ non admis	Moyenne
n°1	91	96	88	80	84	97	92	97	100	80	91
n°2	99	99	100	100	100	100	100	100	100	100	99
n°3	99	99	99	100	100	100	100	100	99	100	99
n°4	88	96	98	84	92	96	96	90	94	85	92
n°5	90	98	98	83	94	97	94	90	94	90	93
n°6	92	100	99	85	93	98	90	89	97	93	94
n°7	95	95	96	97	92	98	98	95	95	96	96
n°8	91	85	96	90	88	98	92	92	93	96	92
n°9	55	75	88	51	62	78	60	56	78	59	67
n°10	51	75	92	47	66	81	48	55	70	59	65
n°11	35	61	77	47	65	73	35	50	76	46	59
n°12	84	77	94	79	88	97	96	86	87	73	86
n°13	9	13	13	6	16	16	10	9	21	10	13
n°14	18	17	19	15	26	41	21	21	24	9	21
n°15	65	71	92	57	76	91	62	62	78	49	73
n°16	60	79	88	51	66	85	60	65	74	57	70
n°17	63	74	82	60	74	81	67	73	78	50	73
n°18	74	79	93	63	77	91	79	80	74	61	78
n°19	76	76	94	67	75	94	81	77	78	53	79
Moyenne	**70**	**77**	**85**	**67**	**76**	**85**	**73**	**73**	**79**	**67**	**76**

Tableau n°2 : pourcentages de réussite aux différents problèmes

Les résultats montrent que les problèmes relevant de situation d'agrandissement ou de réduction (1 à 8) sont réussis en moyenne par 94 % des sujets de notre population. Par contre les problèmes d'échelle (9 à 19) ne sont réussis que par 62 % d'entre eux. Cette performance peut sembler relativement peu élevée concernant des étudiants se préparant à enseigner les mathématiques à l'école primaire. Les problèmes nécessitant le calcul d'une échelle sous sa forme fractionnaire (9, 10, 11 et 13) ne sont réussis que par 52 % des participants. Quant aux deux problèmes les plus complexes (13 et 14), ils ne sont réussis que par 17 % de l'ensemble des étudiants. Nous retrouvons bien dans la structure des résultats cette rupture entre les situations d'agrandissement et celles d'échelle, rupture déjà largement mise en évidence au collège.

Si nous croisons dans une analyse de variance (ANOVA) les 10 colonnes du tableau avec les résultats de tous nos sujets à l'ensemble des problèmes, les pourcentages moyens de réussite sont significativement différents ($F(8,1116) = 17,74$; $p < 0,001$). Cette conclusion statistique pourrait sembler d'une grande banalité : il y a bien des effets significatifs liés aux formations et / ou au développement professionnel des étudiants sur la réussite à l'ensemble des problèmes. Elle permet néanmoins de manière certes modeste et partielle de ne pas dénier le fait qu'il existe des effets significatifs liés à la formation sur les résultats aux problèmes proposés.

Si nous limitons la même analyse aux trois premières colonnes du tableau c'est-à-dire au premier parcours de formation avant la mastérisation (avant 2010) en croisant les résultats de cette population aux différents problèmes en fonction de l'avancement dans la formation : début de première année (pe_1), fin de première année (PE_1), fin de seconde année (PE_2). Nous trouvons là encore, et de manière un peu plus ciblée, des effets significatifs liés aux formations et / ou au développement professionnel sur la réussite à l'ensemble des problèmes ($F(2, 382) = 69,6$; $p < 0,001$).

Nous trouvons des résultats identiques en ce qui concerne la deuxième période analysée ou première mastérisation en comparant les résultats des étudiants de début, de fin de première année de master et de fin de deuxième année de master : $m_{1\text{-}2011}$ *vs* $M_{1\text{-}2011}$ *vs* $M_{2\text{-}2011}$ ($F(2, 347) = 14,86$; $p < 0,001$).

Par contre ce constat n'est plus vrai pour la troisième période de formation pour laquelle nous ne disposions il est vrai que des résultats en fin de master première et deuxième année : $M_{1\text{-}2015}$ *vs* $M_{2\text{-}2015}$ ($F(1, 279) = 0,079$; $p < 0,8$).

Ce dernier résultat nous a conduit à effectuer la même comparaison (fin de première année *vs* fin de deuxième année) pour les deux premières périodes (avant 2010 et première mastérisation). Les résultats convergent alors avec ceux de 2015 : PE_1 *vs* PE_2 ($F(1, 222) = 1,35$; $p < 0,3$) ; $M1_{2011}$ *vs* $M2_{2011}$ ($F(1, 233) = 3,46$; $p < 0,07$). L'ensemble des résultats précédents et notamment l'absence d'effet significatif sur les réussites moyennes aux problèmes entre la fin de la première et la fin de la seconde année de formation, nous permet d'étayer l'hypothèse selon laquelle la deuxième année ne contribuerait pas significativement à l'amélioration des performances aux 19 problèmes proposés. Ces résultats peuvent se comprendre dans la mesure où dans les trois périodes considérées c'est bien en première année que s'effectue principalement le travail sur la proportionnalité pour la préparation au concours de recrutement.

Nous avons également comparé les pourcentages moyens de réussite des étudiants en fin de formation pour les trois modèles considérés : PE_2 *vs* $M_{2\text{-}2011}$ *vs* $M_{2\text{-}2015}$. De manière à harmoniser les comparaisons entre les trois populations, nous avons resrestreint la population des étudiants de 2011 (première mastérisation) à ceux admissibles au concours. Nous rappelons que nous ne disposons pas des résultats après l'admission définitive trop tardifs. Nous limitons également la population de 2015 aux seuls admis. Les pourcentages moyens de réussite de ces trois populations (PE_2 *vs* $M_{2\text{-}2011\text{-}admissible}$ *vs* $M_{2\text{-}2015\text{-}admis}$) sont respectivement de 84,6 %, 85 % et 79,5 % et significativement différent ($F(2, 282) = 6{,}6$; $p < 0{,}01$). Nous nous permettons d'avancer ici l'hypothèse, qu'il conviendrait sans doute d'étayer davantage, d'un fléchissement de la performance en 2015 dû à une augmentation très importante du nombre de postes mis au concours[1], l'éventail horaire des formations en mathématiques dans les trois parcours restant du même ordre.

Une autre dimension intéressante de nos données concerne l'effet de la nature de la licence obtenue préalablement à l'entrée en formation en distinguant les quatre UFR (Unité de Formation et de recherche ou composante d'une université) : SLHS (lettres et sciences humaines), SJPEG (droit et sciences économiques), STAPS (éducation physique et sportive), et ST (mathématiques et sciences). La figure 1 illustre une strucutre du recrutement des étudiants en fin de formation relativement stable sur les trois périodes.

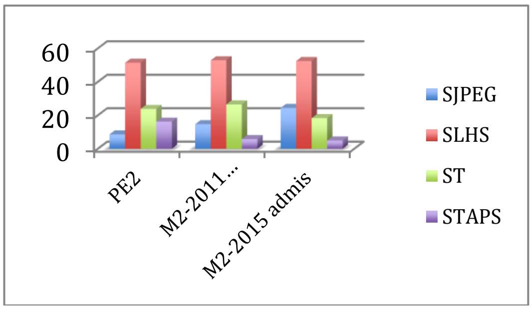


Figure 1 : pourcentages de recrutement en fonction du type de licence obtenue

On peut noter de manière intéressante que plus de la moitié d'entre eux a obtenu une licence en lettres ou sciences humaines. Nous observons également, entre 2009 et 2015, une augmentation relative de la part des licences en SJPEG (droit et

[1] Le nombre de postes mis au concours dans l'académie de Besançon est passé de 45 en 2011 (première « masterisation » des formations) à 265 en 2015 suite à la réforme du ministre Vincent Peillon.

sciences économiques), une diminution forte de cette même part en STAPS (EPS) et une diminution plus modérée en ST (sciences).

Si nous comparons maintenant (à partir d'une ANOVA) les pourcentages moyens de réussite au questionnaire à la fin de la deuxième année de master en 2015 en fonction de ces quatre UFR d'obtention de la licence, nous constatons des différences significatives ($F(3, 148) = 6{,}73$; $p < 0{,}001$). Il y a bien un effet significatif des différents UFR d'obtention de la licence sur les résultats globaux à notre questionnaire. Cet effet était déjà significatif à la fin de la première année (M_1) du master ($F(3, 122) = 3{,}25$; $p < 0{,}05$). Si l'on compare les pourcentages de réussite des étudiants ayant obtenu une licence en SLHS (lettres et sciences humaines) avec ceux ayant obtenu leur licence en ST (mathématiques et sciences), nous relevons une différence de 16 points en entrée de master ($F(1, 80) = 16{,}20$; $p < 0{,}001$), 14 points en fin de première année du master ($F(1, 86) = 6{,}99$; $p < 0{,}01$), et 19 points en fin de de deuxième année de master ($F(1, 108) = 21{,}99$; $p < 0{,}001$). La formation au professorat des écoles ne semble donc pas contribuer à réduire de manière efficace les différences de performance entre les étudiants d'orientation plutôt littéraire et ceux d'orientation scientifique.

Concernant enfin la réussite au concours, en fin de deuxième année de master (2011), la différence entre les pourcentages moyens de réussite des étudiants admissibles au concours et ceux non admissibles est de 12,3 points (85 % *vs* 72,7 % ; $F(1, 114) = 24{,}42$; $p < 0{,}001$). Nous retrouvons des résultats du même ordre à la fin de la deuxième année du master (2015) puisque la différence de réussite entre les moyennes des étudiants admis et non admis est de 13 points (79,5 % *vs* 66,5 % ; $F(1, 153) = 21{,}6$: $p < 0{,}001$). En fin de master, les scores moyens des étudiants n'obtenant pas le concours sont significativement inférieurs à ceux des étudiants ayant obtenu soit l'admissibilité (M_2 de 2011) ou étant définitivement admis (M_2 de 2015).

4.2. Concernant les niveaux d'expertise

4.2.1. Description des différents niveaux d'expertise

Les résultats du traitement statistique (AFC et CAH) portant sur l'ensemble des données obtenues se présentent sous la forme d'un arbre hiérarchique dont les principales branches définissent six groupes de sujets. Ces regroupements résultent du traitement des données par le logiciel ANACONDA. Ils traduisent des proximités (en termes de distance) entre des sous-ensembles de sujets et des problèmes qu'ils réussissent (ou échouent) de manière élective. Les groupes produits résultent donc d'un traitement automatisé ; la description et l'interprétation que nous en faisons *a posteriori* tentent de les valider comme autant de niveaux d'expertise. La figure 2 traduit une représentation schématique de cet arbre.

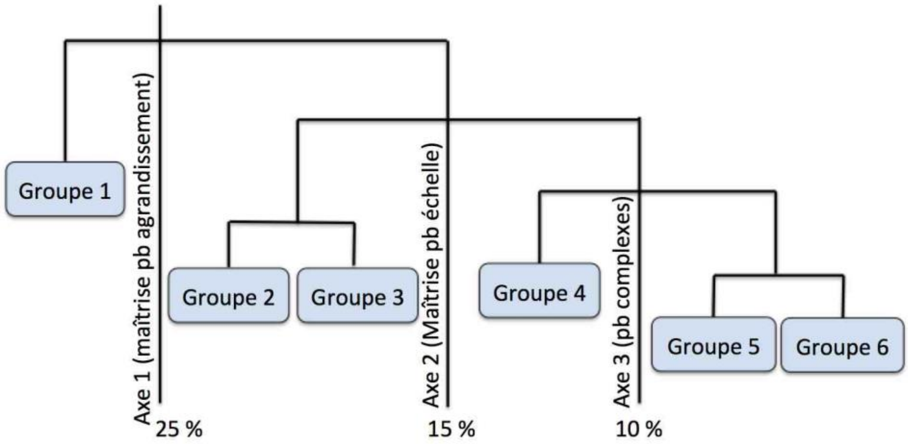


Figure 2 : Positionnement des groupes par rapport aux axes

L'axe principal de l'AFC (n°1) oppose le groupe 1 à l'ensemble des autres groupes. Nous l'avons intitulé : « maîtrise des problèmes d'agrandissement ». Il différencie les sujets qui réussissent presqu'exclusivement les problèmes d'agrandissement tout en échouant systématiquement les problèmes d'échelle.

L'axe n°2, que nous nommons « maîtrise des problèmes d'échelle », oppose plus particulièrement les groupes 2 et 3 aux groupes 4, 5 et 6. Les sujets de ces deux groupes ne maîtrisent que partiellement les problèmes d'échelle. Ceux du groupe 2 échouent à calculer l'échelle tout en réussissant mieux à calculer une dimension du terrain ou de la carte quand l'échelle est fournie comme donnée de l'énoncé. Inversement le groupe 3 réussit davantage à calculer l'échelle à partir d'une dimension de la carte et de sa correspondance sur le terrain tout en échouant davantage à calculer une dimension de la carte ou du territoire (tableau 3).

L'axe n°3, que nous intitulons « maîtrise des problèmes complexes », différencie principalement les deux groupes 5 et 6 qui se caractérisent par un niveau d'expertise élevé du domaine (réussite partielle ou totale aux deux problèmes complexes 13 et 14) du groupe 4 qui globalement échoue à ces deux problèmes réussissant tous les autres.

Les inerties des axes 1, 2 et 3 sont respectivement de 25 %, 15 % et 10 %. La segmentation des classes s'opère à 10% de l'indice de diamètre de l'ensemble. En AFC, l'inertie traduit la part de l'information représentée par chaque axe. Elle exprime le pourcentage de la variance expliquée par l'axe ou la composante que l'AFC a calculée. Plus cette valeur est importante, plus elle rend compte du pouvoir explicatif des données de l'axe.

Le tableau 3 précise les pourcentages de réussite des six groupes de sujets aux différentes catégories de problèmes permettant d'en illustrer les principales caractéristiques : situations d'agrandissement (n°1 à 8) ; calculs de l'échelle (n°9, 10 et 11) ; calcul d'une dimension du plan ou du territoire (n°15 à 19) et problèmes complexes (n°13 et 14). Nous indiquons en caractères gras, certains pourcentages de réussite caractéristiques des résultats de chaque groupe.

Problèmes : Groupes :	n°1,2,3,4, 5,6,7 & 8	n°9, 10 & 11	n°15, 16, 17, 18 & 19	13&14	Réussite totale
1° groupe N = 58 (5,1 %)	**81**	0	0	0	36
2° groupe N =195 (17 %)	93	**8**	64	0	60
3° groupe N = 120 (10 %)	93	66	**25**	0	60
4° groupe N = 502 (44 %)	96	82	89	**0**	82
5° groupe N = 153 (13 %)	97	81	89	**50**	87
6° groupe N = 117 (10 %)	96	85	86	**95**	92

Tableau 3 : pourcentages de réussite par groupe aux différents problèmes

Le groupe 1 représente, selon nous, le plus faible niveau d'expertise du domaine. Il est composé de 58 sujets (5,1 % du total) qui échouent systématiquement dans le passage des problèmes d'agrandissement aux problèmes d'échelle et ce, quelle que soit la forme de présentation de l'échelle et quelle que soit la nature de l'inconnue (calcul de l'échelle ou d'une dimension de la carte ou du territoire). Ce groupe, d'un niveau très faible, est intéressant dans la mesure où il traduit expérimentalement cette bipartition entre « concept outil » et « concept objet » (Douady, 1986) très caractéristique du niveau collège (au collège ce groupe est numériquement le plus important représentant un quart des élèves). En 2015, les sujets de ce groupe représentaient un peu plus de 2 % des étudiants de fin de master admis au concours de recrutement et près de 17 % des non admis.

Le groupe 2 traduit également un niveau d'expertise relativement faible du domaine. Il comprend 195 sujets (17 % du total) qui échouent massivement les problèmes nécessitant de calculer une échelle tout en réussissant ceux demandant de calculer une dimension de la carte (représentant) ou du territoire (représenté) connaissant l'échelle. De manière générale, ces étudiants ou professeurs stagiaires réussissent la plupart du temps à utiliser une échelle par contre ils échouent à l'objectiver sous la forme d'un rapport de type $1/n$ dans lequel n est grand. Dans nos travaux précédents, nous avancions l'hypothèse de la forte différence de taille entre l'objet initial et l'objet agrandi qui contribue à structurer la représentation du rapport non plus nécessairement dans un registre de similitude mais entre un signifiant et un signifié (Levain, 1997).

Le groupe 3 est composé de 120 sujets (10,5 % du total) qui, à l'inverse du groupe 2, réussissent parfaitement bien à objectiver et calculer l'échelle sous forme de rapport tout en échouant assez largement à calculer l'image ou l'antécédent connaissant la transformation. Les résultats des sujets de ce groupe apparaissent relativement paradoxaux dans la mesure où ils réussissent à calculer l'échelle exprimée sous la forme d'une fraction tout en échouant massivement à calculer une dimension du représentant ou du représenté (dimension sur la carte ou le terrain), alors que l'échelle est donnée dans l'énoncé. Ces résultats vont dans le sens d'une absence de relation d'ordre dans la maîtrise des problèmes qui irait des plus simples aux plus complexes. Ils plaident pour une organisation plutôt fonctionnelle que logique de l'organisation des connaissances en mémoire (Weil-Barais, 2004).

Le groupe 4 est numériquement le plus important (502 sujets, 43,8 % du total). Ils réussissent à l'ensemble des catégories de problèmes proposés (agrandissement, calcul d'une échelle ou d'une dimension de la carte ou du territoire) mais échouent systématiquement aux deux problèmes les plus complexes (n°13 et n°14). Rappelons que ces deux problèmes nécessitent d'élaborer une procédure impliquant de contrôler un nombre important d'informations. Pour ce faire, une modélisation mathématique articulant connaissances propositionnelles et connaissances opératoires devient nécessaire préalablement à la programmation et l'exécution des différents calculs.

Le groupe 5 est composé de 153 sujets (13,4 % du total) qui réussissent à l'ensemble des problèmes excepté le plus complexe : le n°13. Ce dernier reprend la même situation que le n°14, mais nécessite en plus d'objectiver le rapport d'agrandissement sous forme d'une fraction alourdissant par là-même la charge cognitive.

Le groupe 6 comprend 117 sujets (10,2 % du total) qui réussissent à l'ensemble des problèmes proposés y compris les plus complexes.

4.2.2. Niveaux d'expertise et répartition des sujets

Le tableau 4 présente la répartition des sujets (étudiants ou professeurs stagiaires) dans ces différents groupes pour chaque parcours de formation décrit précédemment. Les pourcentages indiqués en caractères gras seront discutés dans la suite du texte.

Groupes : Formation :	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5	Groupe 6
pe_1	**5 %**	26 %	12 %	34 %	17 %	6 %
PE_1	0 %	9 %	13 %	56 %	14 %	8 %
pe_2	0 %	13 %	14 %	49 %	11 %	12 %
PE_2	0 %	2 %	5 %	**71 %**	11 %	11 %
$m_{1\text{-}2011}$	**18 %**	22 %	8 %	36 %	11 %	5 %
$M_{1\text{-}2011}$	5 %	18 %	11 %	38 %	14 %	14 %
$M_{2\text{-}2011\ \text{admissible}}$	1 %	10 %	3 %	42 %	**27 %**	**16 %**
$M_{2\text{-}2011\ \text{non admissible}}$	2 %	42 %	12 %	17 %	12 %	12 %
$M_{1\text{-}2015}$	6 %	28 %	13 %	31 %	12 %	9 %
$M_{2\text{-}2015\ \text{admis}}$	2 %	14 %	9 %	46 %	**12 %**	**17 %**
$M_{2\text{-}2015\ \text{non admis}}$	17 %	12 %	17 %	41 %	3,2 %	9 %

Tableau 4 : répartition des sujets dans les groupes en fonction de leur parcours de formation

À la lecture de ce tableau, nous pouvons constater, en entrée de formation, une plus forte répartition des étudiants dans le groupe 1 (groupe caractéristique d'un niveau très faible d'expertise du domaine) en entrée du master ($m_{1\text{-}2011}$) plutôt qu'en entrée à l'IUFM avant 2010 au niveau de la licence (pe_1). Nous pouvons également relever, en fin de formation cette fois, une forte proportion de professeurs stagiaires PE_2 (IUFM avant 2010) appartenant au groupe 4 (maîtrise de toutes les catégories de problèmes sauf les deux problèmes les plus complexes). On peut également noter en fin de master ($M_{2\text{-}2011}$ admissible) ou ($M_{2\text{-}2015}$ admis), à la fois une plus forte proportion d'étudiants appartenant aux groupes 5 et 6 (niveau d'expertise élevé) qu'en fin de formation à l'IUFM avant 2010 (PE_2) ; ainsi qu'une plus grande dispersion de la répartition dans les différents groupes y compris les groupes à plus faible niveau d'expertise (groupe 1 et 2). Les étudiants de fin de master semblent distribués de manière plus dispersée à la fois dans les groupes à plus forte, mais aussi à plus faible expertise que ceux relevant des formations en IUFM antérieures à 2010.

4.2.3. Niveau d'expertise et parcours de formation

Dans cette partie, nous reprenons certaines comparaisons effectuées dans la partie 4.1 : « analyse globale des résultats » en modifiant la variable dépendante. Au lieu de croiser certaines colonnes du tableau 2 avec les résultats de tous nos sujets à l'ensemble des problèmes, nous croisons ces mêmes colonnes avec la répartition des sujets dans les six groupes que nous considérons comme autant de niveaux d'expertise. Pour ce faire nous utilisons des tests de khi carré d'indépendance testant l'indépendance du lien entre les différents parcours de formation analysés et la répartition des sujets dans ces groupes. Un rejet de l'hypothèse nulle d'indépendance nous amène à accepter l'hypothèse de l'existence d'un lien entre parcours analysés et niveau d'expertise.

Dans un premier temps, nous avons testé l'existence d'un lien entre nos six niveaux d'expertise en fin de formation et les deux périodes avant 2010 et 2015 (PE_2 *vs* $M_{2\text{-}2015\text{-}admis}$). Nous sommes amenés à rejeter l'hypothèse nulle d'indépendance ($\chi^2 = 22$; ddl =5 ; $p < 0,001$). La répartition des sujets dans les groupes en fin de formation est significativement différente pour ces deux parcours et après obtention du concours (avant 2010 et 2015).

Si nous renouvelons le test concernant la même période antérieure à 2010 (PE_2) mais cette fois croisée avec la première mastérisation de 2011 ($M_{2\text{-}2011\text{-}admissible}$), nous sommes également amenés à rejeter l'hypothèse nulle d'indépendance ($\chi^2 = 23,1$; ddl = 5 ; $p < 0,001$). La répartition des sujets dans les groupes en fin de formation est différente pour ces deux parcours après obtention du concours avant 2010 et de l'admissibilité pour le master de 2011).

Par contre, si nous croisons cette fois la répartition des sujets dans les groupes à la fin des deux masters en 2011 et 2015 ($M_{2\text{-}2015\text{-}admis}$ *vs* $M_{2\text{-}2011\text{-}admissible}$), nous sommes cette fois amenés à accepter l'hypothèse nulle d'une absence de lien entre ces deux parcours et la répartition dans les groupes ($\chi^2 = 7,9$; ddl = 5 ; $p < 0,17$). Les distributions dans les groupes ne dépendent pas significativement de ces deux parcours de formation (fin de master de 2011 ou de 2015).

Ces résultats nous permettent d'étayer l'hypothèse d'un effet lié à la « masterisation » des formations sur la distribution des niveaux d'expertise en résolution de problèmes de proportionnalité.

4.2.4. Niveau d'expertise et obtention du concours

Concernant l'obtention du concours, nous avons voulu comparer d'une part la distribution des sujets admissibles *vs* non admissibles (master de 2011) ainsi que admis *vs* non admis (master de 2015) dans nos six goupes (niveaux d'expertise). Notre hypothèse portait bien évidemment sur l'existence d'un lien entre obtention du concours (ou du moins de l'admissibilité aux épreuves écrites) et degré d'expertise. Sans surprise, nous validons, en ce sens, un lien significatif entre l'obtention du concours et la distribution des sujets dans les différents niveaux d’expertise aussi bien concernant la seule admissibilité : Master 2 de 2011 ($\chi^2 = 15{,}4$; ddl = 5 ; $p < 0{,}01$), que l’admission Master 2 de 2015 ($\chi^2 = 17{,}3$; ddl = 5 ; $p < 0{,}01$).

4.2.5. Niveau d’expertise et UFR d’obtention de la licence

Concernant la formation en IUFM avant 2010 au niveau licence (professeurs stagiaires $PE_{2)}$, nous ne relevons pas de lien entre nos deux variables UFR d’obtention de la licence (quatre modalités : SJEPG, SLHS, ST, STAPS) et niveaux d’expertise à six modalités correspondant aux six groupes ($\chi^2 = 24{,}3$; ddl = 15 ; $p < 0{,}06$).

Par contre, et pour les mêmes variables, nous relevons un lien significatif aussi bien en ce qui concerne le master de 2011 ($\chi^2 = 15{,}4$; ddl = 15 ; $p < 0{,}01$), que celui de 2015 ($\chi^2 = 17{,}3$; ddl = 15 ; $p < 0{,}01$).

Nous pouvons relever, mais uniquement pour les parcours de master, un lien significatif entre l’UFR d’obtention de la licence et la répartition des niveaux d’expertise.

Conclusion

Nous avons tenté, dans cette recherche, d’analyser, sur trois périodes distinctes, l’impact de la mastérisation de la formation des professeurs des écoles sur le niveau d’expertise en résolution de problèmes de proportionnalité des différentes populations de notre étude.

Nous avons également pris en compte, et ce pour chacune des trois périodes envisagées, l'apport respectif de chaque année de formation en comparant les pourcentages de réussite à notre questionnaire en début et fin d’année, l'impact du concours, la spécificité de la licence obtenue sur deux variables dépendantes spécifiques : d’une part la réussite globale au questionnaire, d’autre part, les différents niveaux d’expertise du domaine qui en découlent.

Quel que soit le parcours considéré (avant 2010, première mastérisation de 2011 ou seconde mastérisation en 2015), nous constatons qu’il y a bien un effet de la formation sur la réussite globale au questionnaire. Néanmoins cet effet semblerait davantage imputable à la première année de formation qu’à la seconde. Comme attendu, l’obtention du concours a bien un effet significatif sur les résultats tant en ce qui concerne la comparaison entre étudiants admissibles et non admissibles (en fin de deuxième année de master de 2011) qu’en ce qui concerne la comparaison entre admis et non admis (en fin de deuxième année de master de 2015). Nous relevons également un effet sur les résultats lié à l’UFR d’obtention de la licence. Cet écart est particulièrement important en ce qui concerne la comparaison entre les licences SLHS (lettre et sciences humaines) et ST (mathématiques et sciences). Enfin nous observons un fléchissement significatif de la performance à l'issue de la formation en ESPE (master 2015). Fléchissement que nous interprétons en avançant l'hypothèse d'une forte augmentation du nombre de postes proposés au concours.

Le traitement des données recueillies nous a permis de mettre en évidence six groupes de sujets que nous décrivons en termes de niveaux d'expertise du domaine. Nous montrons que l'avancement dans la formation a bien un effet sur la répartition des sujets dans ces différents niveaux d'expertise. Il en va de même de l'admissibilité ou de l'admission au concours ainsi que du type de licence obtenu (sauf pour la formation en IUFM avant 2010). De manière plus surprenante, nous montrons que s'il n'y a pas de différence significative de répartition des sujets dans les six groupes entre les deux masters (2011 et 2015), il y en a bien une entre les master d'une part (2011 et 2015) et la formation en IUFM avant 2010 d'autre part. Cette dernière semblant plus homogène avec une répartition moindre tant sur les bas niveaux (groupes 1 et 2) que sur ceux les plus élevés (groupes 5 et 6).

Bibliographie

ADJIAGE R & PLUVINAGE F. (2000), Un registre géométrique unidimensionnel pour l'expression des rationnels, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **20.1**, 41-88.

ARTIGUE M & HOUDEMENT C. (2007), Problem Solving in France: Research and Curricular Perspectives, *Recherches Zentral Blatt für Didaktik der Mathematik* **39. 5-6**, 365-382.

BASTIEN C. (1997), *Les connaissances de l'enfant à l'adulte*, Armand Colin, Paris.

BASTIEN C & BASTIEN-TONIAZZO M. (2004), *Apprendre à l'école.* Armand Colin, Paris.

BENZECRI J.P. (1973), *L'Analyse des correspondances*, Dunod, Paris.

BENZECRI J.P & BENZECRI F. (1976), *Pratique de l'analyse des données*, Dunod, Paris.

COQUIN D & CAMOS V. (2006), Décimaux et fractions, dans *La cognition mathématique chez l'enfant* (Eds. Barouillet & Camos), 145-154, Solal, Paris.

CRAHAY M, VERSCHAFFEL, L., DeCORTE E & GREGOIRE J. (2008), Enseignement et apprentissage des mathématiques. De Boeck, Bruxelles.

CRAHAY M & DUTREVIS M. (2010), *Psychologie des apprentissages scolaires*, Bruxelles, De Boeck.

DIDIERJEAN A. (2015), *La madeleine et le savant. Balade Proustienne du côté de la psychologie cognitive*, Le Seuil.

DOUADY R. (1986), Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques* **7.2**, 5-31.

ESCARABAJAL M.C. (1984), Compréhension et résolution de problèmes additifs, *Psychologie Française* **29**, 247-252.

GIRARDOT J.J. (1982), ANACONDA, système conversationnel d'analyse des données, *Cahier du SURF* **1**, 137-174.

HART K.M. (1981), *Children Understanding of Mathematics*, J. Murray, London.

HART K.M. (1988), Ratio and proportion, dans *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (Eds. Hiebert & Behr), 198-219, VA: National Concil of Teachers of Mathematics. Hillsdale, N.J: Erlbaum/Reston.

HOUDEMENT C. (2011), Connaisances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école, *Annales de didactiques et de sciences cognitivesn* **16**, 67-96.

KARPLUS R & PETERSON R.W. (1970), Intellectual development beyond elementary school II : Ratio, a survey, *School, Science and Mathematics* **70-9**, 813-820.

KARPLUS R, KARPLUS E.F, FORMISANO M & PAULSON A.C. (1979), Proportional reasoning and control of variables in seven countries, dans *Cognitive process instruction* (Eds. Lochhead & Clement), 47-104, The Franklin Institute Press, Philadelphia.

LEBART L, MORINEAU A & TABARD N. (1977), *Techniques de la description statistique, Méthodes et logiciels pour l'analyse des grands tableaux*, Dunod, Paris.

LE BORGNE P & LEVAIN J.P. (2008), Territoires et résolution de problèmes au collège. *Diversité-Ville-École-Intégration, **155**,* 162-170.

LEVAIN J.P. (1996), Développement cognitif et acquisition des concepts de rapport et de proportion, *Revue européenne de psychologie appliquée* **46**, 131-138.

LEVAIN J.P. (1997), *Faire des maths autrement développement cognitif et proportionnalité*, Paris, L'Harmattan.

LEVAIN J.P, LE BORGNE P & SIMARD A. (2009), Territoires et conceptualisation de la proportionnalité, *L'orientation scolaire et professionnelle* **38**, 69-95.

NOELTING G. (1980), The development of proportional reasoning and the ratio concept, part 1, differentiation of stages, *Educational studies in mathematics* **11**, 217-253.

NOELTING G. (1980), The development of proportional reasoning and the ratio concept, part 2, problem-structure at successive stages : problem-solving strategies and the mecanism of adaptative restructuring, *Educational studies in mathematics* **11**, 331-363.

SANDER E. (2008), Les connaissances naïves en mathématiques dans *Les connaissance naïves* (Eds. Giraud, Sander & Tinberghien), 57-102, Armand Colin, Paris.

THEVENOT C, COQUIN D & VERSCHAFFEL L. (2006), La résolution de problèmes, dans *La cognition mathématique chez l'enfant* (Eds. Barouillet & Camos), 155-180, Peter Lang, Berne.

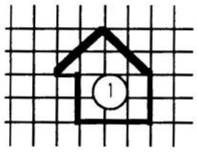
VERGNAUD G. (1983), Multiplicative structure, dans *Acquisition of mathematics concepts et processes* (Eds. Lesh & Landau), 127-174, Academic, New York.

VERGNAUD G. (1991), La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques* **10**, 135-169.

WEIL-BARAIS A. (2004), *Les apprentissages scolaires*, Breal, Paris.

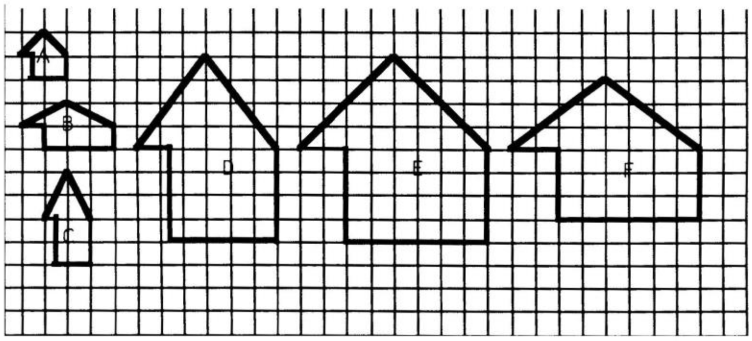
Annexe

n°1

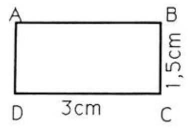


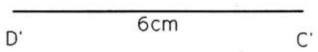
Parmi les dessins A, B, C, D, E et F ci-dessous, lesquels sont des agrandissements ou des réductions du dessin n°1 ?

Entoure les lettres correspondantes et barre les autres.



n°2

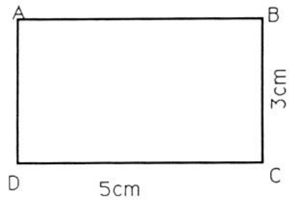


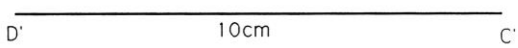


Termine le rectangle A'B'C'D', pour qu'il soit un agrandissement du rectangle ABCD.

Explique comment tu as fait (quels calculs as-tu effectués?):

n°3

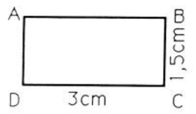


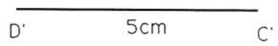


Termine le rectangle A'B'C'D', pour qu'il soit un agrandissement du rectangle ABCD.

Explique comment tu as fait (quels calculs as-tu effectués?):

n°4

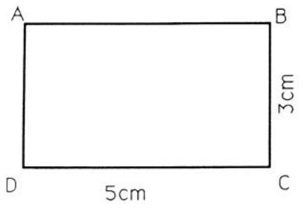


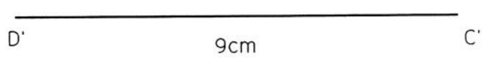


Termine le rectangle A'B'C'D', pour qu'il soit un agrandissement du rectangle ABCD.

Explique comment tu as fait (quels calculs as-tu effectués?):

n°5

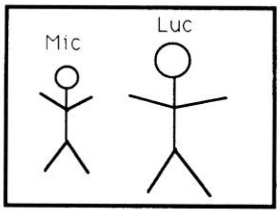




Termine le rectangle A'B'C'D', pour qu'il soit un agrandissement du rectangle ABCD.

Explique comment tu as fait (quels calculs as-tu effectués?):

n°6



Sur une photo, Mic mesure 4cm
et Luc 6cm.
Après agrandissement de la photo,
Mic mesure 6cm.

Combien Luc mesure-t-il sur la photo agrandie?

Quels calculs fais-tu?

Ecris ta réponse dans le cadre:

N°7

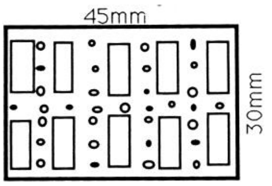
Une photographie d'identité mesure 3,6 cm
de longueur et 2,4 cm de largeur.
Une fois agrandie, sous forme de poster, cette photo a
pour longueur 90 cm.
Quelle est sa largeur ?

Quels calculs fais-tu ?

Écris ta réponse dans le cadre

n°8

Ce dessin est un agrandissement d'un petit circuit électrique:



Sur le dessin, ce circuit de forme rectangulaire mesure 45 millimètres de longueur et 30 millimètres de largeur.

La longueur réelle du circuit est de 1,8 millimètres.
Quelle est sa largeur?

Quels calculs fais-tu?

Ecris ta réponse dans le cadre:

n°9

Un mur de 50m de long est représenté sur un plan par

un segment de 10cm.

Quelle est l'échelle de ce plan?

Quels calculs fais-tu?

Ecris ta réponse dans le cadre:

n°10

Sur une carte on peut lire: "2 centimètres pour 1 kilomètre"

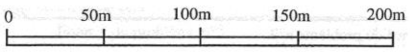
Quelle est l'échelle de cette carte?

Quels calculs fais-tu?

Ecris ta réponse dans le cadre:

n°11

Sur une carte, on a relevé les indications suivantes :
Écris l'échelle de cette carte :



Écris tes calculs :

Echelle:

n°12

Un architecte a réalisé la maquette d'un nouveau quartier. Sur cette maquette, un immeuble de 25m de haut est représenté par une petite boîte d'allumettes de 5cm de hauteur.
Par quel nombre faut-il multiplier la hauteur de cette petite boîte pour obtenir la hauteur de l'immeuble?

Quels calculs fais-tu?

Écris ta réponse dans le cadre :
(tu peux faire les changements d'unités que tu désires).

N° 13

Tu veux faire le plan d'une salle des fêtes qui mesure 58 mètres de long et 28 mètres de large.

Calcule une échelle pour que ton plan tienne tout entier dans une feuille comme celle-ci (format 21 X 29,7 cm), et qu'il soit le plus grand possible :

Échelle de cette salle :

n°14

Tu veux faire le plan d'une classe de chimie qui mesure 14 mètres de long et 9 mètres de large.
Par combien dois-tu diviser les dimensions de cette classe pour la représenter sur une feuille comme celle-ci (format 21 X 29,7cm)?
(le plan doit être le plus grand possible)

Quels calculs fais-tu?

Ecris ta réponse dans le cadre:

n°15

Un jardin rectangulaire mesure 50 mètres de long et 30 mètres de large.

On représente ce jardin par un dessin à l'échelle $\frac{1}{100}$.

Quelle est la longueur du jardin sur ce dessin?

Quels calculs fais-tu?

Ecris ta réponse dans le cadre:

n°16

A vol d'oiseau, 76 kilomètres séparent Besançon de Montbéliard.

La carte Michelin de Franche Comté est à l'échelle: $\frac{1}{200\ 000}$.

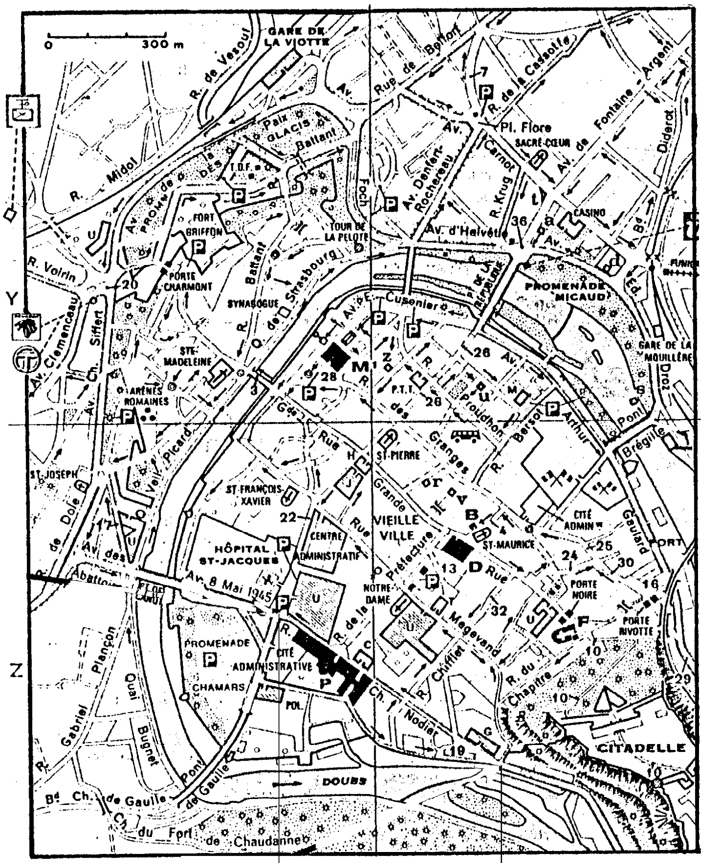
Combien de centimètres séparent, sur cette carte, Besançon de Montbéliard?

Quels calculs fais-tu?

Ecris ta réponse dans le cadre:

N° 17

Voici un plan de la ville de Besançon



Début de la rue C. Nodier

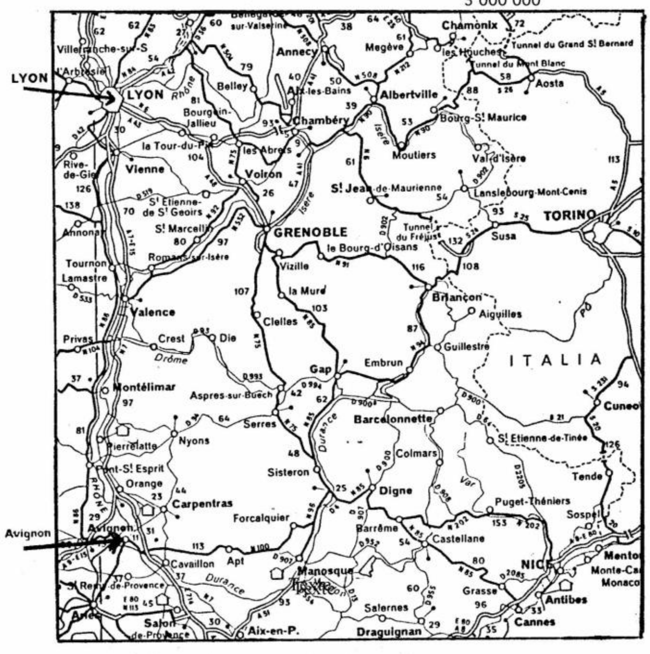
Fin de la rue C. Nodier

Quelle est sur le terrain la longueur en mètresde la rue C. Nodier ?

Échelle de cette salle :

N° 18

Cette carte du guide Michelin est à l'échelle : $\frac{1}{3\ 000\ 000}$



Combien de kilomètres séparent Lyon d'Avignon à vol d'oiseau ?

Échelle de cette salle :

n°19

Pierre regarde une carte Michelin à l'échelle $\frac{1}{200\ 000}$.

Sur cette carte, il mesure 38 centimètres de Chaumont à Saint-Dizier.

Combien de kilomètres séparent Chaumont de Saint-Dizier

à vol d'oiseau ?

Quels calculs fais-tu ?

Ecris ta réponse dans le cadre :

JEAN-PIERRE LEVAIN
Université de Bourgogne-Franche-comté
Laboratoire de Psychologie (EA 3188)
30 rue Mégevand 25032 BESANCON CEDEX - France
jp.levain@orange.fr
PHILIPPE LE BORGNE
Laboratoire de mathématiques de Besançon
FR-EDUC de l'université de Franche-Comté
ESPE de l'université de Franche-comté
BP 41665 - 25042 BESANCON CEDEX - France
philippe.leborgne@univ-fcomte.fr
ARNAUD SIMARD
Laboratoire de mathématiques de Besançon
FR-EDUC de l'université de Franche-Comté
ESPE de l'université de Franche-comté
BP 41665 - 25042 BESANCON CEDEX - France
Arnaud.simard@univ-fcomte.fr
ANDRE DIDIERJEAN
Université de Bourgogne-Franche-Comté
Département et Laboratoire de Psychologie (EA 3188)
30 rue Mégevand 25032 BESANCON CEDEX - France
Andre.didierjean@univ-fcomte.fr