Mesures et incertitudes…

Erreur de mesure

Pour connaître la valeur d'une grandeur (température, longueur, intensité du courant, volume, concentration molaire), on réalise une ou plusieurs mesures. La grandeur que l'on veut mesurer est appelée le **mesurande**.

Chaque mesure réalisée à l'aide d'un ou plusieurs instruments de mesures (exemples : thermomètre, double décimètre, ampèremètre, fiole jaugée, etc) comporte des erreurs. L'ensemble de ces opérations s'appelle le **mesurage**.

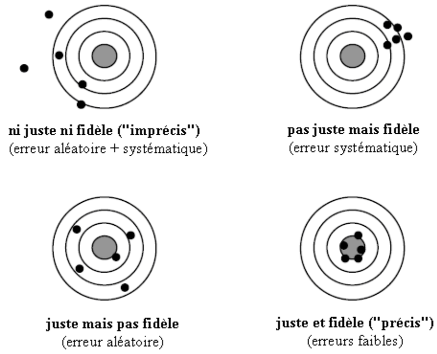
Les sources d'erreur peuvent être nombreuses : liées aux appareils de mesure, à leur utilisation, à l'opérateur qui réalise la mesure, au protocole choisi ou bien à la variation du phénomène mesuré.

Si la mesure est parfaite (c'est à dire que les erreurs n'existent pas), on mesure alors la **valeur vraie**. Mais il est impossible de supprimer toutes les sources d'erreur, donc on ne connaît jamais la valeur vraie …

Lorsqu'on exprime le résultat d'une opération de mesure, on doit le faire de la manière suivante :

$M = m \pm U(M)$ où m est la valeur mesurée ou une valeur moyenne et U(M) = incertitude élargie associée à un niveau de confiance donné.

Exemple : masse de 100 mL d'eau $M = 99{,}49\ g \pm 0{,}45$ à 95%



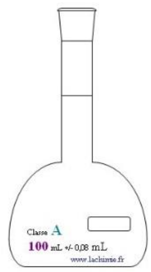
Les erreurs ont deux composantes :

- erreur aléatoire : L'**erreur aléatoire** provient des variations **non prévisibles** de grandeurs d'influence. L'erreur aléatoire est liée aux conditions opératoires. On peut la réduire en répétant un plus grand nombre de fois la mesure.

- erreur systématique : L'**erreur systématique** provient d'un **effet parfaitement identifié et quantifiable** d'une grandeur d'influence. On ne peut pas la réduire en répétant la mesure. Mais puisque qu'on quantifie l'effet, on peut corriger le résultat de la mesure pour tenir compte de l'erreur systématique.

Identification des sources d'erreur et évaluation de l'incertitude de la mesure U(M)

Exemple 1



On mesure un volume de 100 mL de liquide à l'aide d'une fiole jaugée. La classe de l'appareil est A.

Sources d'erreur : erreur systématique liée à l'instrument de mesure (précisée sur la fiole), erreur liée à une grandeur d'influence (la température du liquide), erreur de l'opérateur (erreur de parallaxe/trait de jauge).

Formule donnée pour évaluer l'incertitude élargie : Appareil de classe A $U = 2 \times \frac{0{,}08}{\sqrt{3}} = 0{,}093$ mL

Résultat de la mesure : $V = 100{,}0 \pm 0{,}1$ mL à 95%

Exemple 2

On mesure un niveau sonore L à l'aide d'un sonomètre. C'est un appareil à affichage numérique.

La résolution q (de l'affichage est 0,1 dB) et la précision donnée par le constructeur est $\pm$ 1,5 dB.

Sources d'erreur : erreur systématique liée à l'instrument de mesure (résolution et précision).

On néglige toutes les autres sources de mesure.

Formule fournie pour évaluer l'incertitude liée à la résolution $u_r = \frac{q}{2\sqrt{3}}$

Formule fournie pour évaluer l'incertitude liée à la précision $u_p = \frac{1{,}5}{2\sqrt{3}}$ dB

Formule fournie pour déterminer l'incertitude de la mesure $u = \sqrt{up^2 + ur^2}$

Application numérique u=0,43397…dB

Incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95% U= 2.u

Incertitude calculée U = 0,8679 dB

Résultat de la mesure $L = 43{,}2 \pm 0{,}9$ dB à 95%

Exemple 3

On mesure une masse m à l'aide d'une balance. C'est un appareil à affichage numérique. On lit m = 99,62 g.

La résolution q (de l'affichage est 0,01 g) et la précision donnée par le constructeur est $\pm$ 0,02 g.

Sources d'erreur : erreur systématique liée à l'instrument de mesure (résolution et précision).

On néglige toutes les autres sources de mesure.

Incertitude liée à la résolution $u_r = \frac{q}{2\sqrt{3}}$; Incertitude liée à la précision $u_p = \frac{0{,}02}{2\sqrt{3}}$ g ; Incertitude de la mesure $u = \sqrt{up^2 + ur^2}$

Application numérique u=0,00645 g

Incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95% U= 2.u

Incertitude calculée U = 0,0130 g

Résultat de la mesure $L = 99{,}62 \pm 0{,}02$ g à 95%

Exemple 4

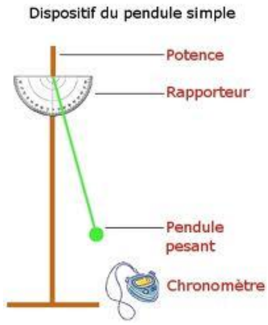
On souhaite déterminer la masse volumique de l'eau : on pose la fiole sur la balance, on fait la tare puis on mesure 100 mL d'eau à l'aide d'une fiole jaugée (Exemple 1) et on pèse (Exemple 3).

Calcul de la masse volumique $\rho = \frac{m}{V}$; Formule donnée pour calculer l'incertitude de ρ : $\frac{u_c^2(\rho)}{\rho^2} = \frac{u^2(m)}{m^2} + \frac{u^2(V)}{V^2}$

Application numérique $u_c(\rho)$=0,0004646 Incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95% U= 2.u

Incertitude calculée U = 0,000929 g

Résultat : $\rho = 0{,}9962 \pm 0{,}0010$ g.mL^{-1} à 95%



Exemple 5

On mesure la période T d'un pendule simple.

Données du chronomètre utilisé : Précision : 0,0006 %, dans la plage de température normale (de 5 à 35 ºC)

Résolution :1/100ème s

On lit T = 2,03 s

Sources d'erreur : systématiques (précision, résolution) liées à l'instrument et aléatoire liée à l'opérateur (lors du déclenchement et de l'arrêt du chronométrage ; on considère que l'incertitude associée est u_{op} = 0,1 s)

Remarque : l'erreur due à l'opérateur est prépondérante !

Incertitude liée à la résolution $u_r = \frac{q}{2\sqrt{3}}$; u_r = 0,00289 s ; Incertitude liée à la précision $u_p = \frac{0{,}0006\% \times 2{,}03}{2\sqrt{3}}$ = 0,00000352s

Formule donnée pour déterminer l'incertitude de la mesure $u = \sqrt{up^2 + ur^2 + uop^2}$

Application numérique u= 0,100 s Incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95% U= 2.u

Incertitude calculée U = 0,200 s

Résultat de la mesure T= 2,03± 0,20 s à 95%

Exemple 6

Souhaitant améliorer la précision du mesurage, on mesure la durée de 10 oscillations du pendule précédent. On trouve 10T= 19,82 s

Données du chronomètre utilisé :

Précision : 0,0006 %, dans la plage de température normale (de 5 à 35 ºC) Résolution :1/100ème s

Sources d'erreur : systématiques (précision, résolution) liées à l'instrument et aléatoire liée à l'opérateur (lors du déclenchement et de l'arrêt du chronométrage ; on considère que l'incertitude associée à la mesure de 10T est u_{op} = 0,1 s (source d'erreur encore une fois prépondérante !)

On calcule l'incertitude sur la mesure, c'est à dire sur 10T

Incertitude liée à la résolution $u_r = \frac{q}{2\sqrt{3}}$; u_r = 0,00289 s ; Incertitude liée à la précision $u_p = \frac{0{,}0006\% \times 19{,}82}{2\sqrt{3}}$ = 0,0000343 s

Incertitude de la mesure $u = \sqrt{up^2 + ur^2 + uop^2}$

Application numérique u= 0,100 s Incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95% U= 2.u

Incertitude calculée U = 0,200 s

Résultat de la mesure 10T= 19,82± 0,200 s à 95% donc T=1,98 ±0,02 s à 95%

Exemple 7

On modifie la démarche précédente : on répète dans les mêmes conditions 12 fois la mesure de 10T. Cela permet d'éliminer l'erreur aléatoire liée à l'opérateur… mais on a à la place une incertitude type de répétabilité !

N° mesure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10T (s)	20,01	19,81	19,82	19,83	19,78	19,80	19,89	20,02	19,9	19,85	19,51	19,87

Moyenne calculée : 19,8408 s

Sources d'erreur identiques à l'exemple précédent sans celle liée à l'opérateur.

Incertitude liée à la résolution $u_r = \frac{q}{2\sqrt{3}}$; u_r = 0,00289 s ; Incertitude liée à la précision $u_p = \frac{0{,}0006\% \times 19{,}8408}{2\sqrt{3}}$ = 0,0000344 s

Calcul de l'incertitude de répétabilité (on répète 12 fois la mesure) : La calculatrice, un tableur ou le logiciel téléchargeable sur http://jeanmarie.biansan.free.fr/gum_mc.html permettent de réaliser les différentes étapes.

Ecart-type expérimental s_{exp} = 0,1346 s

Formule fournie pour évaluer l'incertitude de répétabilité $u_{répét} = \frac{s}{\sqrt{12}}$

Incertitude de la mesure $u = \sqrt{up^2 + ur^2}$

Application numérique u= 0,00289 s Incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95% U= 2.u

Incertitude calculée U = 0,00578 s

Résultat de la mesure 10T= 19,841± 0,006 s à 95% donc T=1,9841 ±0,0006 s à 95%