Temps et relativité restreinte

Temps et relativité restreinte

La notion de temps dans le cadre de la relativité restreinte est introduite dans la partie « temps, mouvement et évolution » du nouveau programme de terminale S. L'extrait de programme correspondant ainsi que les commentaires qui lui sont associés, parus dans le bulletin officiel spécial n°8 du 13 octobre 2011, figurent en annexe 1.

Cette partie du programme vise à proposer aux élèves des classes de terminale S des éléments scientifiques et culturels autour de la problématique du temps dans le cadre de la relativité restreinte. Il s'agit d'une première approche, d'une première sensibilisation. Les thèmes traités sont limités par les compétences exigibles mentionnées dans le programme et certaines idées essentielles ne sont donc pas abordées.
Cette première découverte vise à donner un éclairage sur un domaine de la physique contemporaine où les applications technologiques ont un impact direct sur notre quotidien. Si l'un des objectifs de cette partie est de donner envie à certains élèves de poursuivre leur parcours scolaire dans une filière supérieure scientifique, elle doit permettre de les sensibiliser tous à la manière dont évoluent les connaissances en science, avec des remises en cause, parfois radicales, de certaines représentations que nous avons pu avoir ou avons encore du monde.

Ce document, destiné au professeur, analyse cette partie du programme de terminale S. En particulier, il montre quelles sont les incidences du postulat de l'invariance de la vitesse de la lumière sur la notion de temps. Il ne s'agit en aucun cas d'un cours pour les élèves, même s'il suggère quelques pistes au professeur pour élaborer des activités, sans aucun objectif prescriptif. Il apporte également des éléments de réponse aux questions que les élèves pourront poser.
En classe terminale, l'accompagnement personnalisé « prend appui sur les enseignements spécifiques, et sur les enseignements constituant les dominantes disciplinaires des séries concernées » (bulletin officiel spécial n°1 du 4 février 2010). A ce titre, les prolongements décrits dans le paragraphe III peuvent constituer des exemples d'axes de travail dans le cadre d'activités d'approfondissement.

En 1905, dans le célèbre article sur l'électrodynamique des corps en mouvement[1], Einstein postule, en autre, le principe de la constance de la vitesse de la lumière.

Dans un article sur la localisation par satellite publié en janvier 2003 dans le dossier « Pour la Science » n°38, Thomas Herring écrit :
« *Lorsque le premier satellite GPS fut lancé en juin 1977, certains doutaient encore de la réalité des effets relativistes. Dans l'horloge atomique du satellite, les ingénieurs avaient inclus un synthétiseur de fréquence. Si, après la mise en orbite, le rythme de l'horloge était celui prévu par la relativité générale, le synthétiseur serait mis en marche afin que la localisation puisse fonctionner correctement. Après 20 jours d'analyse du rythme de l'horloge, le synthétiseur fut allumé. Sans corrections, la localisation serait décalée de 30 cm par seconde ! Quels effets relativistes doivent être corrigés ?* […] ». Ce texte montre que le système GPS est tellement précis qu'il est nécessaire d'effectuer des corrections de relativité restreinte et générale ; cet instrument de mesure constitue ainsi une remarquable illustration de la validité de la théorie de la relativité d'Einstein dont les fondements datent du début du XX^{ème} siècle.

1 Einstein, « Zur Elektrodynamik bewegter Körper », *Annalen der Physik*, vol. 17, 30 juin 1905, p. 891-921

I. Le postulat de l'invariance de la vitesse de la lumière

I.1. Introduction

Le programme ne retient des deux postulats d'Einstein que celui relatif à la constance de la vitesse de la lumière. En cela, il ne constitue pas une première approche de la théorie de la relativité restreinte mais simplement une étude de la relativité du temps dans le cadre de la relativité restreinte. Ainsi la structure de l'espace-temps n'est absolument pas abordée même si le phénomène de la dilatation des durées est discuté.

Les deux postulats[2] d'Einstein s'énoncent classiquement de la manière suivante :

- Invariance des lois de la physique : les lois de la physique se formulent de la même manière dans tous les référentiels galiléens.

- Constance de la vitesse de la lumière : la vitesse de la lumière est la même dans tous les référentiels galiléens.

Concernant l'invariance des lois de la physique, il est intéressant de rappeler la formulation du principe de relativité (au sens restreint du terme) proposée par Einstein[3] : *« Si K' est relativement à K un système de coordonnées qui effectue un mouvement uniforme sans rotation, les phénomènes de la nature se déroulent, relativement à K', conformément aux mêmes lois que relativement à K. » […] « Mais avec le développement plus récent de l'Electrodynamique et de l'Optique, il devint de plus en plus manifeste que la Mécanique classique était une base insuffisante pour la description de tous les phénomènes physiques. »*

Il est important de souligner que dans la formulation du principe de relativité d'Einstein les lois de la physique sont celles de la **mécanique et** de l'**électromagnétisme**. Celui formulé par Galilée ne concerne que les lois de la mécanique. Ainsi aucune expérience de mécanique et d'électromagnétisme réalisée dans un système en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen ne permet de mettre en évidence le mouvement de ce système.

Les connaissances encore embryonnaires des élèves de classe terminale scientifique dans le domaine de l'électromagnétisme, ne permettent pas d'insister sur ce premier postulat. Il est néanmoins possible de sensibiliser les élèves à l'idée que l'une des idées fortes de la relativité restreinte est celle d'une formulation identique[4] des lois de la physique dans tout référentiel galiléen.

[2] Selon les ouvrages, les énoncés des deux postulats peuvent varier : pour le premier certains soulignent qu'il s'agit à la fois des lois de la mécanique et de l'électromagnétisme, d'autres que tous les référentiels galiléens sont équivalents. Concernant le second, il est courant de voir ajouter l'indépendance vis-à-vis du mouvement de la source, de l'observateur (en mouvement à vitesse constante) et des considérations sur l'isotropie. Ces variations dans les formulations ont surtout des objectifs pédagogiques.
[3] Einstein, « La théorie de la relativité restreinte et générale », page 15, Dunod 1999.
[4] Ceci ne signifie pas que les mesures des grandeurs physiques soient les mêmes dans deux référentiels galiléens ce sont les lois qui relient les différentes grandeurs qui ont la même structure.

I.2. Enjeux pédagogiques

La compétence exigible sur ce thème est formulée de la manière suivante : l'élève doit « savoir que la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens ». Ce postulat est formulé de manière à être autonome et parfaitement rigoureux. Sous cette forme, il perd un peu de son sens physique (on ne fait plus allusion à la source ou à l'observateur) et pose implicitement le problème de la transformation des vitesses qui n'est jamais explicitement au programme.

Le premier enjeu est de montrer le caractère tout à fait étonnant de ce postulat sans faire de la formule de composition galiléenne des vitesses un passage obligatoire. Il est sans doute assez naturel pour un élève de comprendre que s'il se déplace vers l'avant à 5 km/h dans un train, qui roule à 100 km/h par rapport au quai, alors sa vitesse par rapport au quai sera de 105 km/h, et que s'il effectue ce même déplacement vers l'arrière elle ne sera plus que de 95 km/h. On utilise ainsi une image issue de la mécanique et c'est l'aspect corpusculaire de la lumière qui est interpellé. On peut aussi chercher des images dans le domaine des ondes, largement abordé en classe de terminale, et s'intéresser alors à l'aspect ondulatoire de la lumière. Ce postulat modifie fondamentalement la représentation que l'élève pouvait avoir de la manière dont se composent les mouvements dans le cadre de la mécanique classique.

Cette propriété étonnante est une conséquence directe de l'invariance des équations de Maxwell qui pilotent les ondes électromagnétiques, c'est ce que souligne Einstein[5] en écrivant à propos des phénomènes électromagnétiques et optiques : « *les expériences dans ce domaine conduisent nécessairement à une théorie des phénomènes électromagnétiques qui a comme conséquence inévitable la constance de la vitesse de la lumière dans le vide.* »

L'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide a des conséquences immédiates sur les questions de la simultanéité et de la dilatation des durées. Le second enjeu consiste donc à mettre en relief que le phénomène de la dilatation des durées est une conséquence naturelle de l'invariance de c et à faire partager la logique du raisonnement qui conduit au phénomène de la dilatation des durées.

Les commentaires du programme figurant en introduction suggèrent deux approches possibles en évoquant la liberté pédagogique du professeur. Il s'agit donc de choisir entre une approche plutôt conceptuelle et historique ou une approche plus ancrée sur des preuves expérimentales détaillées ci-après.

On peut souligner qu'il semble qu'Einstein, lorsqu'il publia son article sur l'électrodynamique des corps en mouvement en 1905, n'ait pas été influencé par le résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley (décrite en page 6 de ce document). Einstein étudiait des questions en rapport avec l'électromagnétisme comme des expériences d'induction[6] « aimant-spire » analysées du point de vue de la spire ou bien de l'aimant ou en se demandant ce qu'il verrait s'il « chevauchait un faisceau de lumière ».

I.3. Les tests expérimentaux

Il ne s'agit certainement pas d'être exhaustif dans ce domaine mais il convient de sensibiliser les élèves sur le fait que la question de la vitesse de la lumière (valeur, influence de la vitesse de la source ou de l'observateur, nature du milieu « support » de l'onde lumineuse,…) a préoccupé les physiciens ; des expériences ont été ainsi réalisées dès le début du XIX^{ème} et sont encore réalisées actuellement.

---

[5] Albert Einstein, « La théorie de la relativité restreinte et générale », page 22, Dunod 1999.
[6] Jean-Marie Vigoureux, « L'univers en perspective », Ellipses, 2006. Le chapitre XIV, sur la covariance des lois physiques, aborde en détail cette expérience d'induction.

Expérience du prisme mobile d'Arago (1810)

En 1810, François Arago présente, lors d'une communication orale à l'Académie des Sciences, un mémoire[7] sur la vitesse de la lumière. L'expérience consiste à étudier la déviation de la lumière induite par un prisme achromatique en observant la même nuit des étoiles desquelles on s'approche ou on s'éloigne, selon l'heure d'observation, en raison du mouvement de la Terre. La déviation devait varier et correspondre à une augmentation ou une diminution relative de 1/10000 de la vitesse de la lumière[8]. La qualité du dispositif expérimental permettait une éventuelle détection de cette variation, François Arago n'observa aucune variation et tira les conclusions reproduites ci-dessous.

Ce résultat semble être, au premier aspect, en contradiction manifeste avec la théorie newtonienne de la réfraction, puisqu'une inégalité réelle dans la vitesse des rayons n'occasionne cependant aucune inégalité dans les déviations qu'ils éprouvent. Il semble même qu'on ne peut en rendre raison qu'en supposant que les corps lumineux émettent des rayons avec toutes sortes de vitesses, pourvu qu'on admette également que ces rayons ne sont visibles que lorsque leurs vitesses sont comprises entre des limites déterminées : dans cette hypothèse, en effet, la visibilité des rayons dépendra de leurs vitesses relatives, et, comme ces mêmes vitesses déterminent la quantité de la réfraction, les rayons visibles seront toujours également réfractés.

Comptes-rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences
1853 (tome 36)

L'expérience d'Arago, relatée par le texte historique, peut constituer un support pédagogique pertinent pour une utilisation en classe mais il est clair que les conclusions formulées par François Arago doivent être comprises dans le cadre du contexte scientifique de l'époque, ce qui n'est pas aisé pour un élève.

Expérience de Michelson et Morley[9] (1887)

Cette expérience, décrite dans de nombreux ouvrages[10], a été refaite maintes et maintes fois en utilisant des dispositifs toujours plus performants et dans des conditions très variées ; avec la précision atteinte actuellement, on peut déduire que la vitesse de la lumière reste bien identique dans toutes les directions de l'espace à 0,5 mm/s près.

[7] Ce mémoire a été publié en 1853 dans les comptes-rendus des séances orales de l'Académie des Sciences. Ce document est téléchargeable sur le site de la Bibliothèque Nationale de France.

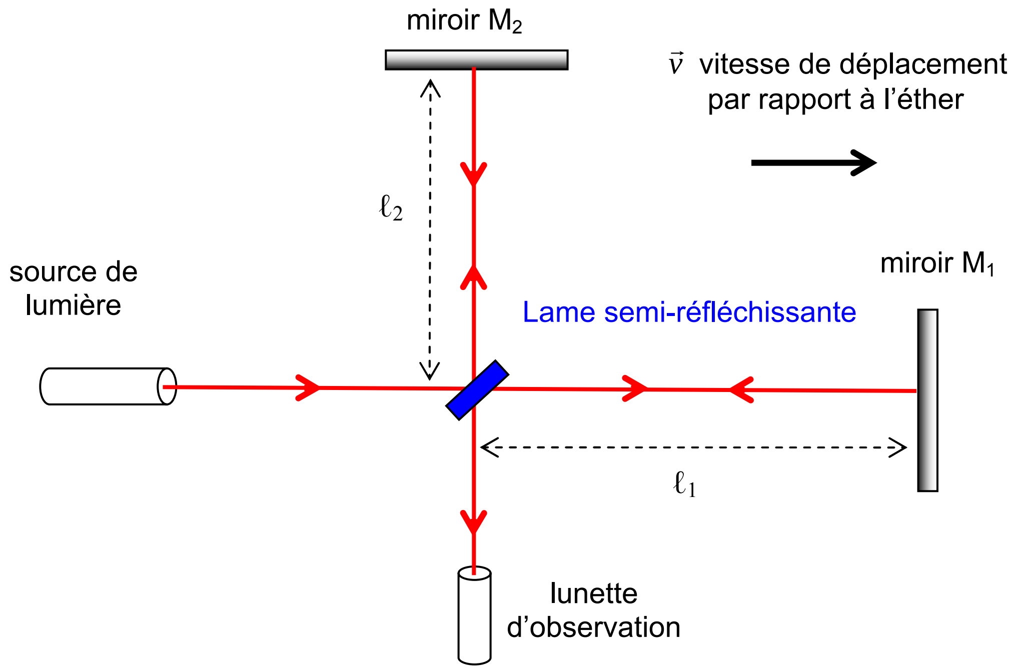
[8] Cela correspond au rapport de la vitesse de la Terre dans son mouvement par rapport à Soleil sur la vitesse de la lumière. On peut noter que dans ses commentaires, François Arago évoque l'existence d'un mouvement propre des étoiles : il souligne que « *Quelques étoiles doivent se mouvoir dans l'espace avec des vitesses très considérables* ».

[9] On pourra se référer au livre de J.Ph. Pérez, « *Relativité* », Dunod 1999

[10] Jean-Marie Vigoureux, « L'univers en perspective », Ellipses, 2006. Chapitre III
Stephen T.Thornton et Andrews Rex, « Physique moderne », De Boeck, 2010

On supposait à l'époque que la vitesse de la lumière par rapport à un milieu hypothétique support de l'onde lumineuse, appelé « l'éther », était égale à c. L'objectif de l'expérience était de mettre en évidence le mouvement de la Terre par rapport à l'éther. Pour cela on utilisa le mouvement de la Terre sur son orbite autour du Soleil dont la vitesse est de l'ordre de 30 km.s^{-1}, ainsi selon une vision classique de la mécanique, la vitesse de la lumière devait soit être plus grande soit plus petite selon la manière dont s'effectue la composition des vitesses. Les variations relatives de la vitesse étant de l'ordre de 10^{-4}, Michelson eut l'idée de recourir à une méthode optique.

Schéma de principe



La lumière émise par une source est partiellement transmise ou réfléchie par la lame semi-réfléchissante et peut emprunter ainsi deux chemins différents. Les deux ondes peuvent alors interférer au niveau de la lunette où l'on observe des franges d'interférence. Le dispositif placé, sur un bloc de pierre, repose sur une pièce en bois placée sur un bain de mercure. Ce dispositif dont la taille est de l'ordre du mètre permet de réduire les vibrations et de faire tourner lentement l'interféromètre autour d'un axe vertical.
Sans entrer dans le détail des calculs, si l'on note $\vec{v}$ la vitesse du laboratoire par rapport à l'éther et si on adopte la configuration décrite sur la figure ci-dessus, puis celle où l'appareil a effectué une rotation de 90°, ce qui permet d'échanger le rôle des deux voies de l'interféromètre, la différence Δt des différences des durées de parcours de la lumière entre le trajet utilisant M_1 et celui utilisant M_2 est donnée par l'expression $\Delta t \approx \frac{v^2}{c^3}(\ell_1 + \ell_2)$.

En utilisant un repliement astucieux des rayons, la longueur des bras était de l'ordre de 11 m et ainsi pour une longueur d'onde de 550 nm, on s'attendait à un déplacement de 0,4 frange ; la sensibilité du dispositif permettait alors de détecter une variation de l'ordre de 0,01 frange.

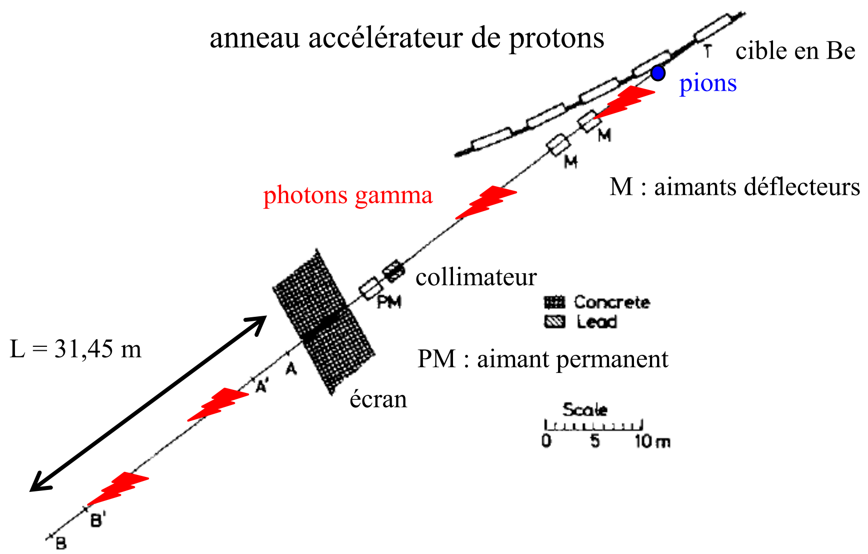
Le résultat de l'expérience fût clairement négatif, ainsi, en prenant en compte d'autres arguments comme l'observation de l'aberration des étoiles, les physiciens ont commencé à douter sérieusement de l'existence de l'éther.

Il est ici plus important de se focaliser sur le principe de ce type d'expérience et davantage encore sur les enseignements que l'on en tire, que sur une étude quantitative de l'expérience de Michelson et Morley, même si les élèves de terminale S possèdent des savoir-faire dans le domaine des interférences lumineuses.

Notons enfin que l'expérience de A. Brillet* et J. L. Hall[11] faite en 1979 a conclu à l'isotropie de vitesse de la lumière à 3.10^{-15} près environ.

Expérience d'Alväger[12] (1964)

Cette expérience, faite au CERN en 1964 utilise un faisceau de pions neutres π^o ; ils sont produits par l'action de protons de haute énergie sur une cible en Béryllium. Ces pions, d'une énergie de 6 GeV, ont une vitesse voisine de 0,999 75 *c*. Cette particule instable a une durée de vie de l'ordre de $0,84.10^{-16}$ s, elle se désintègre en deux photons γ selon l'équation : $\pi^o \rightarrow \gamma + \gamma$. On dispose ainsi d'une source de lumière qui se déplace à une vitesse de 0,999 75 *c* par rapport au référentiel du laboratoire. Les expérimentateurs ont mesuré le temps mis par des « paquets » de photons pour parcourir les 31,450 ± 0,0015 m qui séparaient deux détecteurs A et B, cette durée était d'environ 104,9 ns. Ils ont eu ainsi accès à la valeur de la vitesse des photons gamma et ont constaté qu'elle était égale à 10^{-4} près à celle mesurée lorsque la source est fixe.



<u>Schéma de principe de l'expérience</u>

Les aimants placés sur le trajet des photons sont destinés à éliminer les particules chargées.

S'il n'est pas forcément souhaitable de s'étendre trop sur les détails de la mise en œuvre de cette expérience, il est pertinent d'insister sur le résultat - la vitesse de la lumière est indépendante de la vitesse de la source - et de montrer que l'on doit accompagner cette affirmation d'une incertitude relative de l'ordre de 10^{-4}.

[11] A. Brillet* et J. L. Hall, Phys. Rev. Lett. 42, 549–552 (1979)
[12] Alväger, T.; Farley, F. J. M.; Kjellman, J.; Wallin, L. (1964), "*Test of the second postulate of special relativity in the GeV region*", *Physics Letters* **12** (3): 260–262

Il y a naturellement de nombreuses autres expériences que l'on peut utiliser dans le cadre d'un enseignement en TS pour illustrer la thématique de la constance de la vitesse de la lumière, comme par exemple l'observation du mouvement des étoiles doubles effectuée par de Sitter[13] en 1913.
A nouveau on conclut, qu'aux incertitudes de mesure près, la vitesse de la lumière est indépendante de celle de la source.

II. La dilatation des durées

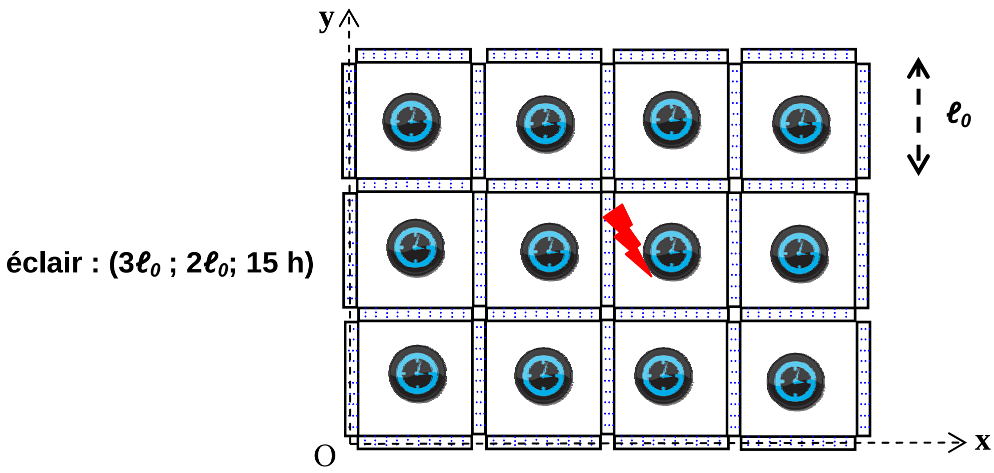
II.1. Introduction

…Définir la notion d'événement

En relativité, il faut impérativement définir proprement les événements qui feront ensuite l'objet d'une étude en changeant souvent de point de vue, c'est-à-dire de repère ou d'observateur. Un événement est un phénomène objectif observable : « quelque chose se passe », un flash de lumière, un éclair, l'aiguille d'une horloge qui coïncide avec une indication du cadran, une explosion, un astronaute qui fête ses 20 ans en regardant la date sur l'horloge de la fusée, etc. Beaucoup d'ambiguïtés résultent d'une définition imprécise de l'événement étudié.

…Repérer un événement

Pour repérer un événement, il convient de se donner un référentiel, on peut alors imaginer un réseau tridimensionnel de règles et mailler ainsi l'espace. Dans chaque cellule ainsi définie, on place une horloge et toutes les horloges sont parfaitement synchronisées par une procédure abordée ci-après. On peut ainsi attribuer des coordonnées spatio-temporelles à cet événement, ce sont les coordonnées d'espace-temps.
La figure ci-dessous illustre le repérage d'un événement dans un espace à deux dimensions spatiales :

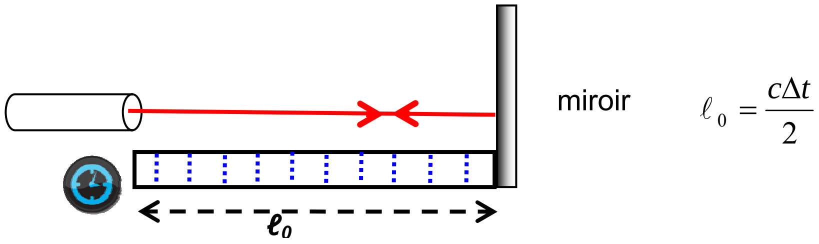


[13] De Sitter, Proc. Amsterdam Acad.16-1913-395

Cette manière de présenter le repérage spatio-temporel d'un événement est largement utilisée, elle a l'inconvénient de ne pas souligner qu'en réalité l'étalon de longueur est défini à partir d'une vitesse et d'une mesure de durée. Ainsi, la définition du mètre[14] est :

Le mètre (m) est la longueur du trajet parcourue dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde.

La mesure de la distance Terre Lune à partir de tirs laser en est une excellente illustration.



Mesure d'une distance par un temps de vol

…Synchroniser des horloges

Pour synchroniser deux horloges fixes dans un même référentiel et donc pour diffuser le temps en chaque point d'un référentiel, on peut procéder[15] de la manière suivante : l'observateur placé en A envoie une impulsion lumineuse à la date t_A, puis une autre à la date t_A+T_o où T_o est la période de l'horloge placée en A. Un observateur placé en B désire synchroniser son horloge avec celle de l'observateur A, pour cela il renvoie le signal à l'aide d'un miroir et l'observateur placé en A reçoit en retour les deux signaux lumineux aux dates t'_A et $t'_A + T_o$. Pour régler le rythme de son horloge, l'observateur B ajuste la période de son horloge à T_o en observant les deux signaux qui lui arrivent. Pour régler l'heure, l'observateur B note la date d'arrivée du signal avec son horloge, détermine l'écart avec la valeur souhaitée $\frac{t_A + t'_A}{2}$ que lui a communiqué l'observateur A, puis modifie éventuellement le réglage de son horloge pour compenser cet écart.

…Notion de temps propre

Le terme de « temps propre » a été introduit par Minkowski en 1908. La durée propre entre deux événements est l'intervalle de temps mesuré par une horloge fixe d'un système de référence où les deux événements se produisent au même point. On utilise les termes de « temps propre » ou « durée propre ».

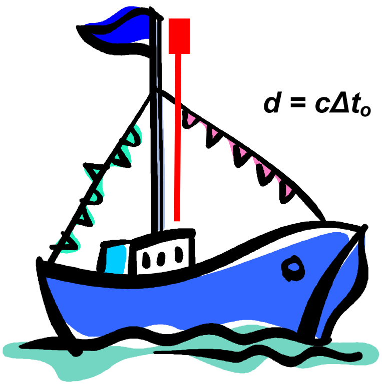
[14] On peut consulter sur ce thème le site du Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) : http://www.bipm.org/fr/si/base_units/
[15] Il existe de nombreuses autres méthodes pour synchroniser un réseau d'horloges.

II.2. Dilatation des durées

Les commentaires du programme sur ce thème sont les suivants : « on remarquera que la dilatation des durées se prête à analyse quantitative : la relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ avec $\gamma = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2}$ entre durée mesurée Δt_m et durée propre Δt_p peut être aisément justifiée ».
Il est en effet possible d'apporter une justification au phénomène de dilatation des durées en le reliant explicitement à l'invariance de *c*. L'expression de la relation associée à la dilatation des durées peut être justifiée par deux approches exposées ci-dessous et dont les avantages et inconvénients seront discutés.

Dilatation des durées : « Expérience de la lanterne sur le mât d'un bateau[16]»

Un marin allume une lanterne au sommet du mat d'un navire, il s'agit de mesurer la durée mise par la lumière pour arriver au pied du mât en adoptant deux points de vue : celui d'un observateur situé dans le bateau et celui d'un autre situé sur la berge.



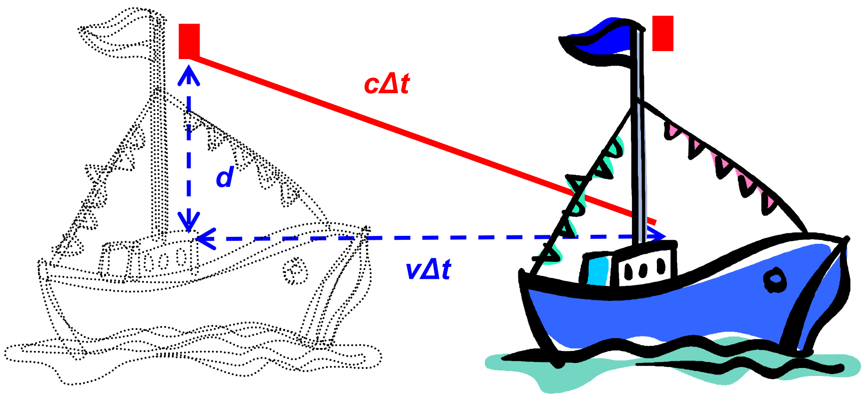
Dans le référentiel lié au bateau :

La durée Δt_o mise par la lumière pour aller du haut du mât au bas du mât dans le référentiel du bateau s'écrit :

$$d = c\Delta t_o$$

où *d* est la hauteur du mât et c la vitesse de la lumière dans le vide.

Dans le référentiel lié à la berge :



On note Δt la durée mise par la lumière pour aller du haut du mât au bas du mât dans le référentiel de la berge. Le calcul s'appuie sur la figure ci-dessus et utilise explicitement le fait que la vitesse de la lumière est aussi égale à *c* dans le repère de la berge. En notant *v* la vitesse du bateau par rapport à la berge et en utilisant le théorème de Pythagore on établit que $c^2(\Delta t)^2 = d^2 + v^2(\Delta t)^2$ et, comme $d = c\Delta t_o$, il vient :

$$\boxed{\Delta t = \gamma \Delta t_o} \text{ avec } \gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Comme γ est toujours plus grand que 1, on utilise le terme de « dilatation des durées ».

[16] Cette présentation s'inspire largement de celle de l'ouvrage de J.M. Vigoureux : « L'univers en perspective », Ellipses, 2006, page 77.

Dans cette présentation uniquement basée sur le théorème de Pythagore, la conséquence de l'invariance de *c* est limpide : dans le référentiel lié à la berge, il faut que la lumière parcourt une distance plus grande, la vitesse étant la même…il lui faut donc plus de temps ! La « dilatation des durées » apparaît comme naturelle.

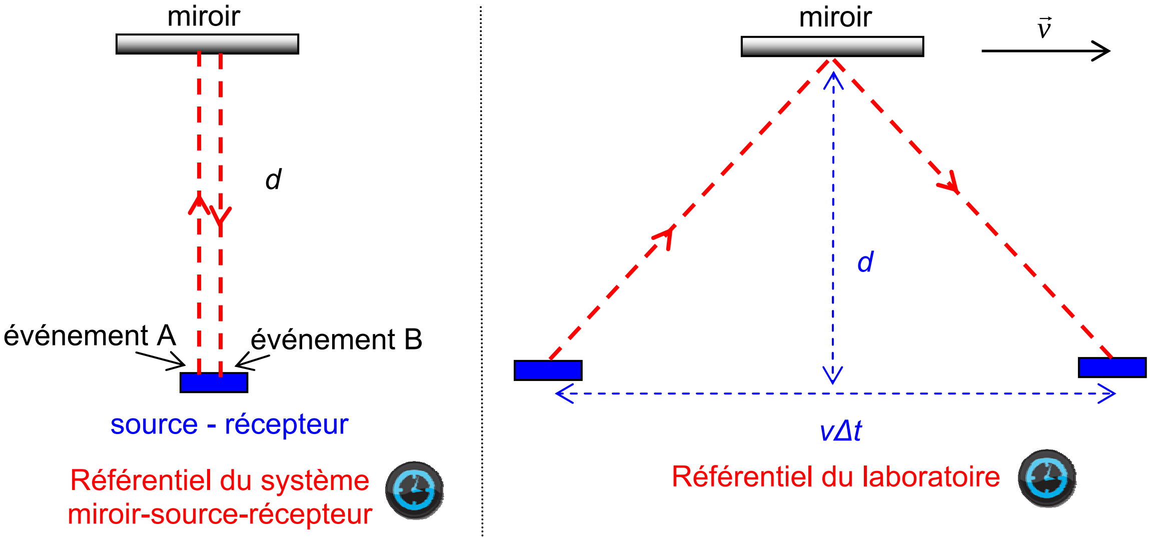
Cet exemple s'inscrit dans la logique de l'expérience de la pierre lancée du mât (expérience faite par Pierre Gassendi à Marseille[17] en 1662) donc dans la logique de la relativité au sens de Galilée…mais avec de la lumière, c'est conceptuellement très pertinent.

Soulignons tout de même qu'il ne s'agit pas vraiment ici d'un « temps propre », car dans le référentiel du bateau on a deux lieux différents même si l'horloge est fixe. Ceci peut constituer un obstacle pour les élèves si l'on désire être très vigilant sur la notion de temps propre.

Notons enfin qu'il y a un biais dans cette présentation simple : le temps y est « spatialisé », c'est le rôle du mât, on suppose qu'il n'y pas de contraction des longueurs dans une direction orthogonale à celle du mouvement du bateau.

Dilatation des durées : « Horloge de lumière[18] »

On utilise la réflexion d'une impulsion lumineuse sur un miroir, l'ensemble miroir-source-récepteur étant mobile à vitesse $\vec{v}$ constante par rapport à un référentiel galiléen. A nouveau on regarde l'expérience du point de vue d'un observateur lié à l'ensemble miroir-source-récepteur et du point de vue d'un observateur du laboratoire. On considère les deux événements A : émission de l'impulsion lumineuse et B : la réception de cette impulsion lumineuse après réflexion sur le miroir.



$$c\Delta t_o = 2d$$

$$c\Delta t = 2\sqrt{d^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}$$

En utilisant la même démarche que précédemment et les mêmes arguments géométriques, on établit la relation qui montre que le temps mesuré est toujours plus grand que le temps propre :

$$\boxed{\Delta t = \gamma \Delta t_o} \text{ avec } \gamma = 1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

[17] J.M. Vigoureux : « L'univers en perspective », », Ellipses, 2006, page 28

[18] Cette présentation est celle adoptée par de nombreux ouvrages, par exemple : D.Halliday, R.Resnick et J.Walker, « Physique », tome 3, Dunod, 2004

Cette présentation est à peine plus complexe que la précédente au niveau géométrique. La conséquence de la constance de *c* est toujours limpide : dans le référentiel du laboratoire, la lumière parcourt une distance plus grande, la vitesse étant la même…il faut à nouveau plus de temps ! « La dilatation des durées » s'impose d'elle même.

Il s'agit cette fois d'un temps propre, dans le référentiel lié au système miroir-source-récepteur, les événements A et B se déroulent au même endroit et la durée entre ces deux événements est évaluée par une horloge fixe par rapport à ce système.

Cet exemple, connu sous de nom d'« horloge de lumière », suggère la possibilité d'utiliser ce mouvement de va et vient comme signal d'horloge.

On suppose ici également qu'il n'y pas de contraction des longueurs dans une direction orthogonale à celle du mouvement du système miroir-source-récepteur.

Il est à noter que ces deux raisonnements imposent que la vitesse *v* soit plus petite que *c*, ainsi la vitesse de la lumière dans le vide apparaît comme une vitesse limite[19] qu'un objet matériel ne peut pas dépasser.

On peut trouver des animations[20] très attractives sur le thème de la dilatation des durées. Il convient cependant de les analyser pour en percevoir les limites au niveau des représentations qu'elles induisent.

II.3. La dilatation des durées : un effet mesurable

…Un effet mesurable

Il convient d'insister sur la réalité du phénomène de la dilatation des durées, on peut pour cela souligner qu'il n'est pas facile à détecter car souvent faible mais que de nombreuses expériences le confirment avec deux logiques différentes : la vitesse est très voisine de celle de la lumière dans le vide donc l'effet est alors très sensible, les vitesses sont faibles devant *c* mais les horloges permettant de mesurer les durées sont très précises.

L'étude de la désintégration des muons d'origine cosmique ou bien obtenus par des collisions dans des accélérateurs permet d'illustrer le premier point : la vitesse des muons est proche de celle de la vitesse de la lumière. L'utilisation d'horloges atomiques embarquées dans des avions, la navette spatiale ou des satellites illustre le second point : les vitesses sont faibles mais on utilise des horloges ultra-précises. Ces exemples font l'objet d'une présentation plus détaillée ci-après.

…Quelle en est la cause ?

Des questions autour de l'origine de cet effet peuvent émerger comme par exemple autour de l'existence d'un phénomène physique éventuel qui ralentirait les horloges en mouvement, ou bien de savoir si tous les phénomènes biologiques sont concernés…

---

[19] William Bertozzi, a effectué en 1964, une expérience sur des mesures de vitesse et d'énergie cinétique d'électrons relativistes. Rappelons pour mémoire, la récente discussion autour d'une mesure de vitesse de neutrinos supérieure à c dans l'expérience OPERA.

[20] http://www.scivee.tv/node/3007

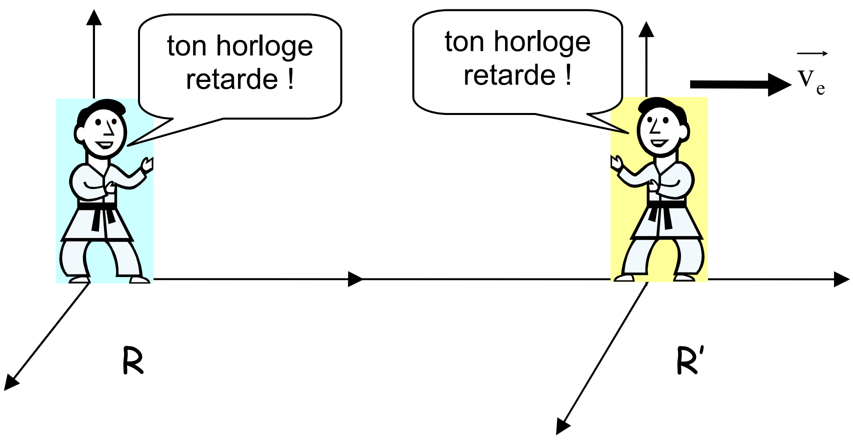
On peut souligner que ce type de questionnement a historiquement existé dès la parution de l'article d'Einstein de 1905, les questions sur la nature même du phénomène sont légitimes, elles ont fait et font encore l'objet de débats passionnés qui ont souvent dépassé le cadre de la communauté scientifique.

Pour l'observateur en mouvement, tous les processus naturels se déroulent de la même manière : l'astronaute dans une fusée en mouvement hypothétique rectiligne à la vitesse de 0,9c ($\gamma = 2{,}3$ environ) par rapport à un observateur resté sur Terre a toujours le même rythme de vie, le temps s'écoule pour lui de la même manière, il mange toujours en 1 heure environ et dort toujours 8 h, et il en va de même pour tous les phénomènes naturels car les lois de la nature se formulent de la même manière dans le référentiel de l'astronaute.
Par contre, si je l'observe[21] depuis la Terre avec mon horloge, les mesures de durées que je ferais en l'observant manger ou dormir me montreraient qu'il mange en 2,3 h et dort pendant plus de 18 h ! Mais si j'observais une horloge de la fusée je me rendrais compte qu'elle indique bien une durée de repas égale à 1 heure et une durée du sommeil égale à 8 h. Il n'y a donc aucun processus qui ralentisse le rythme des horloges dans la fusée ; c'est un effet cinématique.

Dans son ouvrage « L'univers en perspective », J.M. Vigoureux propose une image particulièrement féconde, en soulignant que ce qui est en cause, c'est la relation entre un observateur d'un repère et celui d'un autre repère en mouvement par rapport au premier, il introduit la notion de « perspective dynamique », celle liée au mouvement par analogie avec la « perspective statique » : « si tu es loin de moi, je te perçois objectivement plus petit mais tu n'as pas changé de taille ».

…Un effet réciproque

Il est essentiel de souligner que l'effet est réciproque, ainsi, dans l'exemple précédent, si l'astronaute observait vivre une personne restée à Terre, il constaterait lui aussi qu'elle mange en 2,3 h et dort pendant plus de 18 h ! Il convient d'insister sur cette réciprocité, elle est « naturelle » dans la mesure où il n'y a pas de référentiel privilégié, l'utilisation de la notion de « perspective dynamique » permet aussi de bien appréhender cette réciprocité. Cette notion reste cependant une source de difficultés et a donné naissance à de nombreux débats comme celui du « paradoxe des jumeaux de Langevin ».



La réciprocité du phénomène de dilatation des durées

[21] Il faut être attentif ici au terme « observer », on ne prend pas en compte la durée de propagation des signaux lumineux dans ce type d'approche. On peut, par exemple, utiliser plusieurs observateurs fictifs du référentiel « Terre », le premier qui « coïncide » avec l'astronaute au moment du début du repas note la date dans le repère Terre, puis celui qui coïncide avec ce même astronaute à la fin du repas note la date de la fin du repas, puis on évalue par différence la durée du repas mesurée dans le référentiel Terre.

…La question des paradoxes

Le paradoxe le plus célèbre est celui des jumeaux de Langevin. Il s'agit de deux jumeaux, l'un reste sur Terre et l'autre effectue un voyage aller-retour dans une fusée qui se déplace à grande vitesse. Si, par exemple, au moment du départ les deux jumeaux ont 20 ans, si la fusée vole à 0,8*c* à l'aller comme au retour, si la durée du demi-tour est négligeable et si la distance à parcourir à l'aller comme au retour est de 8 a.l. alors la durée totale du voyage pour l'observateur resté sur Terre est de 20 années et l'observateur resté sur Terre aura 40 ans au moment du retour de son jumeau. Pour le jumeau astronaute, la durée du voyage n'est que de 2 × 10 × $\sqrt{1-(0{,}8)^2}$ = 12 *ans*, il aura donc 32 ans à son retour : il est donc plus jeune que son frère resté sur Terre. Le paradoxe réside dans une analyse trop rapide de la réciprocité, on pourrait penser que le jumeau voyageur pourrait tenir le même raisonnement et conclure que lui aussi prédirait que c'est son frère resté sur Terre qui devrait être plus jeune au moment des retrouvailles ! En réalité la situation n'est pas symétrique, le jumeau voyageur change de repère en subissant une variation de vitesse au moment où il décide de changer de direction. Il faut donc faire intervenir un troisième repère et, même dans le cadre de la relativité restreinte, une étude soignée lève ce paradoxe[22].

Si un élève curieux de terminale S souhaite en savoir plus, il est sans doute pertinent de le sensibiliser à cette dissymétrie entre les rôles joués par les deux frères en insistant sur la nécessité de faire intervenir trois repères, sans pour autant chercher à conduire une analyse plus complète qui reste un peu délicate et ne constitue pas un élément essentiel de la relativité.

II.4. La dilatation des durées : les conséquences expérimentales

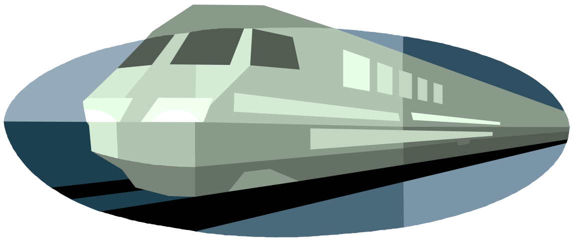
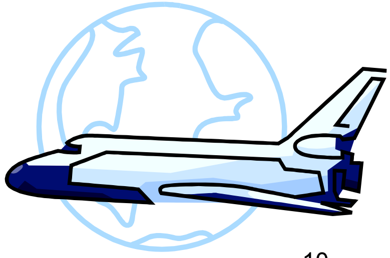
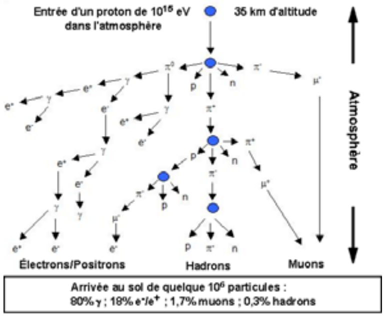
…Le facteur gamma

Le facteur gamma est donné par la relation : $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

Pour illustrer l'effet de ce facteur dans le phénomène de la dilatation des durées, on peut se référer à des exemples simples dont certains sont rassemblés ci-après.

Au repos v = 0	Vélo v = 20 km/h
	
$\gamma = 1$	$\gamma = 1 + 1{,}7 \times 10^{-16}$

[22] On pourra trouver une description de ce paradoxe dans le livre de Stephen T.Thornton et Andrews Rex, « Physique moderne », De Boeck, 2010.

<table>
<tr>
<td>TGV v = 300 km/h

$\gamma = 1 + 3{,}9 \times 10^{-14}$</td>
<td>Navette spatiale v = 7,7 km/s

$\gamma = 1 + 3{,}3 \times 10^{-10}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Muons cosmiques : v = 0,993c


$\gamma = 8.5$</td>
</tr>
</table>

…Définition de la seconde

D'après le site du BIPM[23], la seconde est définie de la manière suivante :

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

Cette définition se réfère à un atome de césium au repos, à une température de 0 K.

Pour la réalisation pratique de la définition de l'unité de temps, une annexe précise que pour l'horloge atomique : « *La définition de la seconde doit être comprise comme la définition de* ***l'unité de temps propre*** *: elle s'applique dans un petit domaine spatial qui accompagne l'atome de césium dans son mouvement.*
Dans un laboratoire assez petit pour que la non-uniformité du potentiel gravitationnel ait des effets négligeables par rapport à l'incertitude de la réalisation de la seconde, la seconde propre s'obtient en apportant une correction pour la vitesse de l'atome dans le laboratoire ***d'après la théorie de la relativité restreinte****. Il n'y a pas lieu de faire de correction pour le champ gravitationnel ambiant.*
De même, cette définition se réfère à des atomes non perturbés, au repos, à une température de 0 K. »

On remarque donc que les corrections de relativité restreinte y sont explicitement évoquées.

[23] http://www.bipm.org/fr/si/base_units/

…Muons dans l'accélérateur du CERN

Les muons sont des particules instables qui se désintègrent en un électron ou un positon en produisant des neutrinos. Par exemple, pour un muon négatif on peut écrire la réaction sous la forme suivante :

$$\mu^- \rightarrow e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu$$

La durée de vie des muons au repos, notée τ_o, vaut environ 2,2 µs. Cela signifie que si l'on considère une population de N_o muons au repos à une date prise comme origine des temps dans le référentiel où ils sont au repos, alors à la date t il ne reste plus que $N(t) = N_o e^{-\frac{t}{\tau_o}}$ muons.

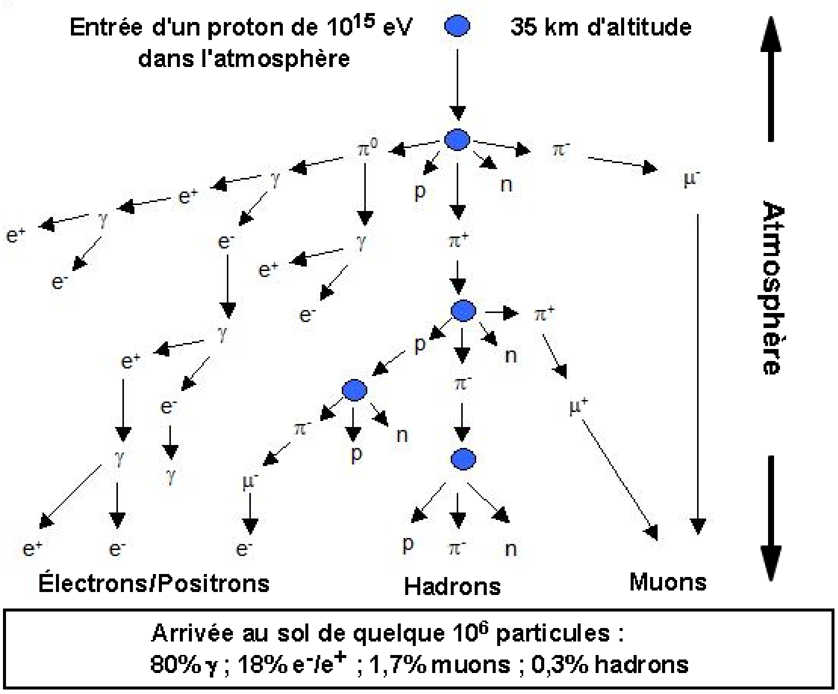
En 1976, au Centre Européen pour la Recherche Nucléaire, le CERN, on a comparé la durée de vie des muons au repos τ_o à celle de muons en mouvement très rapide, à la vitesse de 0,9994c. On a mesuré dans le laboratoire une durée de vie τ environ égale à 63,8 µs. Ceci est conforme à la prédiction de la relativité restreinte sur le phénomène de la dilation des durées, sachant que $\gamma = 1/\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} \approx 29$ et que $\frac{\tau}{\tau_o} \approx 29$, on constate que $\tau = \gamma\tau_o$. On dispose d'une sorte d'horloge à muons.

…Muons cosmiques : expérience de D.H. Frisch et J.H. Smith[24]

Comme nous l'avons vu ci-dessus, les muons sont des particules instables qui se désintègrent en un électron ou un positon en produisant des neutrinos. Par exemple, pour un muon négatif, on peut écrire la réaction sous la forme suivante :

$$\mu^- \rightarrow e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu$$

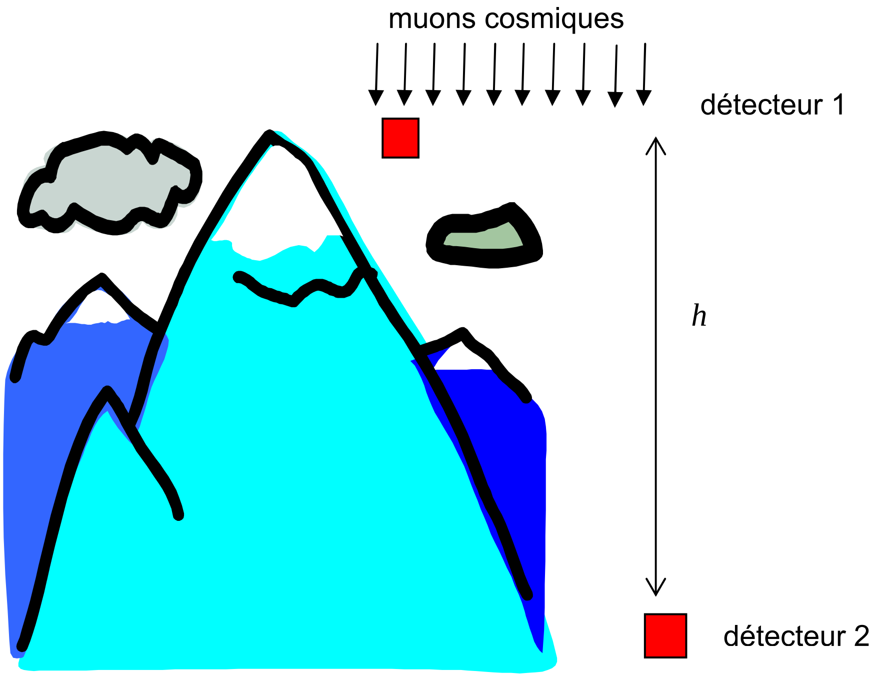
Les muons cosmiques sont produits par les rayons cosmiques, essentiellement des protons, qui rentrent en collision avec les molécules de la haute atmosphère, ce qui crée des particules en cascade suivant le schéma ci-dessous.



http://fr.wikipedia.org/wiki/Rayon_cosmique

[24] D.H. Frisch et J.H. Smith, "Measurement of the Relativistic Time Dilatation Using µ_Mesons", AJP 31,342 (1963). Il existe aussi un film qui présente cette expérience : http://www.scivee.tv/node/2415.

L’expérience de Frisch et Smith, réalisée en 1963, consiste à compter les muons qui se désintègrent dans un détecteur conçu pour sélectionner des muons de vitesses comprises dans une tranche fixée au voisinage de 0,993*c*, ceci pendant une durée déterminée. L’expérience a été implantée d’une part au sommet du mont Washington à une altitude h = 1900 m environ et d’autre part à Cambridge au niveau de la mer.



La photographie ci-dessous montre le Dr Smith devant le détecteur constitué d’un bloc de fer, caché ici par la brique, qui combiné avec le détecteur en lui-même, est destiné à sélectionner une tranche de vitesse pour les muons. Le scintillateur du détecteur détecte à la fois le muon et l’électron (ou le positon) issu de sa désintégration.

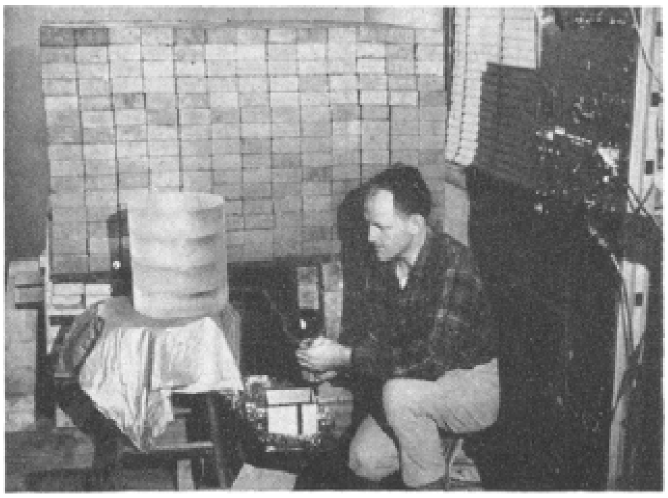


FIG. 3. In this scene taken from the film, Dr. Smith is shown assembling the detector. The iron shielding is in the background, and some of the electronics used can be seen on the right.

American Journal of Physics AJP 31,342(1963)

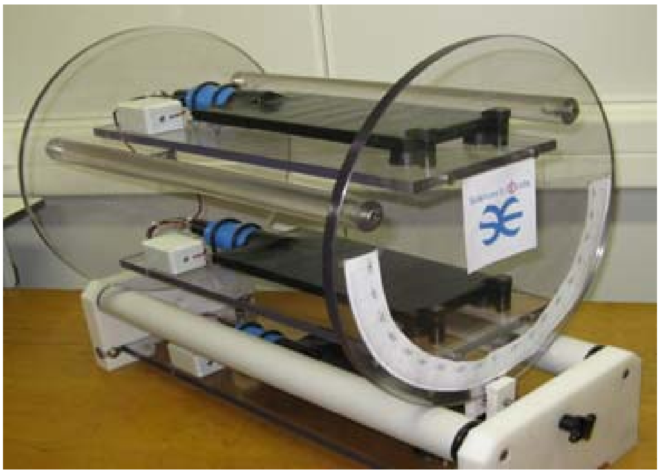
En effectuant plusieurs comptages pendant une durée égale à une heure, Frisch et Smith ont mesuré au sommet du mont Washington N_1 = 563 ± 10 désintégrations et au niveau de la mer N_2 = 408 ± 9 désintégrations.
La vitesse moyenne des muons sélectionnés est de 0,993*c*, ce qui donne un coefficient gamma égal à 8,4 ± 2. L'incertitude assez élevée sur cette première détermination est à soulignée. Pour plus de détails, on pourra se référer à l'article[25] donné en référence.
Soit τ la durée de vie des muons cosmiques mesurée dans le référentiel du laboratoire. La durée mise par les muons pour parcourir la distance *h* est égale à $h/0{,}993c$. On peut effectuer une détermination de τ à l'aide de la loi $N_2 = N_1 \exp\left(-\frac{h}{0{,}993c\tau}\right)$. On en déduit une valeur de τ de l'ordre de 19,8 µs. L'utilisation de la formule de dilatation des durées $\tau = \gamma\tau_o$ permet une seconde détermination de gamma : $\gamma \approx 9$.
Cette valeur est compatible avec la première détermination de gamma et constitue une preuve de la dilatation des durées. On peut noter qu'un calcul plus rigoureux prenant en compte les incertitudes de mesures donne pour cette seconde détermination de gamma : $\gamma = 8{,}8 \pm 0{,}8$.

Il est possible de profiter des données fournies par Frisch et Smith pour sensibiliser les élèves aux mesures expérimentales et à leurs incertitudes.

La présentation choisie ici est celle de l'article original de Frisch et Smith. On peut aussi faire le choix de privilégier la comparaison des durées de vie plutôt que des coefficients gamma, ce qui pédagogiquement est sans doute plus direct.

Le problème peut également être analysé du « point de vue » des muons, donc dans le référentiel lié aux muons. La durée de vie est τ_o, les muons « voient » l'atmosphère se déplacer à la vitesse de 0,993c. Ce qui change, c'est la distance à parcourir qui est contractée, la distance perçue étant égale à $\frac{h}{\gamma}$. On détermine $N_2 = N_1\, exp\left(-\frac{h}{0{,}993c\gamma\tau_o}\right)$, expression identique à $N_2 = N_1 \exp\left(-\frac{h}{0{,}993c\tau}\right)$.
La « réciprocité » de l'analyse utilise ici le phénomène de contraction des longueurs.

…Muons cosmiques : la roue cosmique



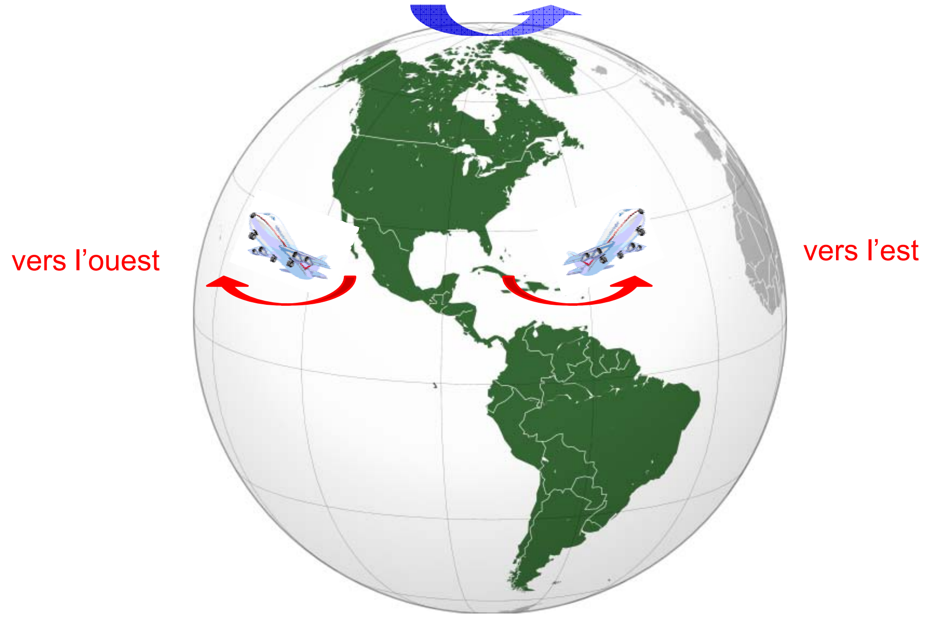
La « roue cosmique » est un télescope à muons, une sorte de mini-laboratoire permettant de mettre en évidence un grand nombre de phénomènes relevant de l'astrophysique, de la physique des particules, de la statistique et de la relativité restreinte.

Pour plus d'informations on peut se référer au site de « Sciences à l'école[26] » ou consulter le site du centre de physique des particules de Marseille[27].

[25] D.H. Frisch et J.H. Smith, "Measurement of the Relativistic Time Dilatation Using µ_Mesons", AJP 31,342 (1963)
[26] http://www.sciencesalecole.org/nos-actions-didactiques/cosmos-a-lecole.html
[27] http://marwww.in2p3.fr/IMG/pdf/roue_cosmique.pdf

…Horloges atomiques embarquées : expérience de Hafele et Keating[28]

En 1971, Hafele et Keating ont fait voler quatre horloges au Césium à bord d'avions commerciaux et comparé leurs indications avec celle d'une référence atomique au repos à l'Observatoire naval de Washington. Deux parcours ont été successivement empruntés par les quatre horloges : le premier vers l'est a duré 65,4 heures et le second vers l'ouest 41,2 heures. La durée totale de l'observation du rythme des quatre horloges atomiques s'est étendue sur plus de 600 heures.



http://fr.wikipedia.org/wiki/Am%C3%A9rique

Les résultats sont résumés sur le tableau suivant :

	$\Delta\tau\,(ns)$: mesuré	$\Delta\tau\,(ns)$: attendu
voyage vers l'est	-59 ± 10	-40 ± 23
voyage vers l'ouest	+ 273 ± 7	+ 275 ± 21

$\Delta\tau$ est l'écart temporel, à l'issue du voyage, entre les horloges embarquées et la référence atomique restée sur Terre. Le signe négatif indique que les horloges voyageant vers l'est ont pris du retard par rapport à celle restée sur Terre.

Les données fournies par Hafele et Keating peuvent être l'occasion de sensibiliser les élèves aux mesures expérimentales avec leurs incertitudes et à la comparaison entre valeurs attendues et valeurs mesurées.
L'analyse théorique de cette expérience est délicate puisqu'elle fait appel à des corrections relevant de la relativité restreinte et de la relativité générale. Elle est hors de portée des élèves mais les ordres de grandeurs des écarts temporels observés peuvent être soulignés.

[28] J.C. Hafele et R.E. Keating, Science, 177, 166-170 (1972)

…Horloges atomiques embarquées : à bord d'une navette spatiale[29]

En 1985, la navette spatiale Challenger a pris à son bord une horloge atomique au césium. La durée de la mission était de sept jours et les paramètres de la trajectoire les suivants : vitesse égale à 7700 m/s et altitude *h* égale à 330 km en orbite pratiquement circulaire.

Lancement de la navette Challenger le 18 juin 1983
http://fr.wikipedia.org/wiki/Challenger_(navette spatiale)

L'horloge atomique embarquée retardait sur son homologue restée à Terre de -295 ps/s environ. L'effet imputable à la relativité[30] générale est de +35 ps/s, il est lié, entre autre, au fait que, le champ de gravitation y étant plus faible, l'horloge voit son rythme augmenter.
On peut estimer la variation, par seconde, de la période δT due à la relativité restreinte :

on a $\delta T_{fusée} = T_{fusée} - T_{Terre} = T_{Terre}\left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}-1\right) \approx -330\ ps$ en prenant T_{Terre} = 1 s.

Cet ordre de grandeur peut être retrouvé en notant que -295 – 35 = -330 ps.

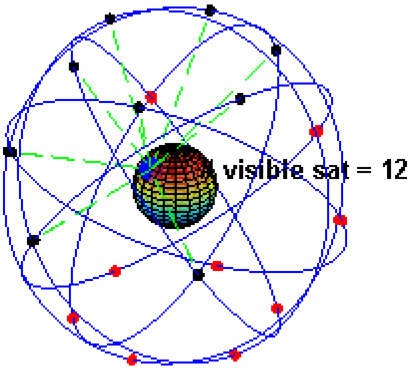
L'étude de cette situation peut être enrichie en établissant le lien entre l'altitude et la vitesse dans le cas de la trajectoire circulaire et en évaluant l'écart entre les deux horloges à l'issue de la mission. Mais il convient ici encore d'être prudent sur les questions de réciprocité.

[29] Cet exemple s'inspire de celui exposé dans l'ouvrage de Stephen T.Thornton et Andrews Rex, « Physique moderne », De Boeck, 2010, page 46.

[30] On peut évaluer la correction relative liée à la gravitation en utilisant l'expression $\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{U}{c^2}$, où *U* est l'énergie potentielle massique du champ de gravitation au niveau de l'horloge embarquée en prenant une référence d'énergie potentielle massique nulle à la surface de la Terre.

...Horloges atomiques embarquées : le système GPS[31]

Le GPS « Global Positioning System » constitue un autre exemple d'application concrète illustrant le phénomène de la dilatation des durées.

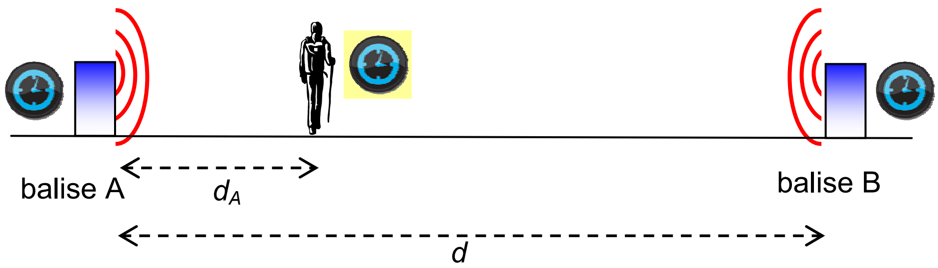


La constellation des 24 satellites du GPS
http://fr.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System

Se localiser en mesurant un temps

Pour illustrer la problématique du GPS, on peut commencer par l'analyse d'un problème à une dimension. On suppose dans un premier temps que l'observateur qui souhaite se localiser dispose d'une horloge précise mais qui n'est pas forcément synchronisée avec les horloges des balises du système de repérage. C'est le cas du capteur GPS « portatif ». En effet, les satellites utilisés par le système GPS (ce sera la même chose pour le système Galiléo) ont chacun une horloge atomique embarquée ce qui n'est évidemment pas le cas du récepteur portatif du randonneur ou de l'automobiliste.

Considérons deux balises fixes A et B, placées sur un axe et un promeneur qui désire se positionner entre les deux balises. Ces deux balises sont séparées par une distance d connue et elles ont été synchronisées par une procédure analogue à celle décrite en II.1.
A l'instant t_A la balise A émet un signal lumineux qui est reçu par le promeneur à une date t'_{AM} mesurée par l'horloge locale du promeneur qui peut être en retard ou en avance de τ par rapport au temps des balises : on a donc $t' = t + \tau$. On définit de même les dates t_B et t'_{BM} pour la balise B.
Le schéma ci-dessous illustre la situation.



Les mesures précédentes permettent par exemple de déduire la valeur de d_A:

$$d_A = \frac{d}{2} + \frac{c}{2}\left((t'_{AM} - t_A) - (t'_{BM} - t_B)\right).$$

Le promeneur peut se positionner en mesurant des durées et il peut aussi déterminer son avance ou son retard τ et ainsi avoir l'heure exacte !

[31] Cet exemple s'inspire de l'article de Jean-Michel Courty et Edouard Kierlik, « *Connaître sa position, un problème de relativité* », Pour la Science, Décembre 2004.

On peut aisément imaginer qu'à la surface de la Terre, il est nécessaire d'utiliser quatre balises donc quatre satellites et un récepteur portatif pour déterminer sa position dans l'espace et disposer aussi de l'heure. C'est le principe utilisé pour le positionnement GPS.

Localisation et dilatation des durées

Placés à une altitude de plus de 20 000 km, les satellites ont une vitesse de 3,87 km/s : ils ne constituent pas un réseau de balises fixes. Ils sont mobiles par rapport au promeneur dont on désire obtenir la position. Pour évaluer les distances, il faut disposer à chaque instant des temps qu'indiqueraient des horloges fictives fixes par rapport au sol et se trouvant au même endroit que les satellites. C'est ici qu'intervient le phénomène de dilatation des durées : si un observateur terrestre mesure la période de l'horloge atomique d'un satellite, il mesurera une période toujours plus grande.

Localisation et ordre de grandeur

Si l'on souhaite se positionner au mètre près, il faut faire des mesures de durées à moins de 30 ns près, ce qui impose d'utiliser des horloges très précises. Les corrections relatives, liées au phénomène de dilatation des durées, sont de l'ordre de $\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$, ce qui représente par exemple 83 ps par seconde et donc les horloges embarquées retardent de 7,2 μs par jour, ce qui, exprimé en terme de distance, représente une dérive de positionnement de plus de deux kilomètres par jour. On note bien que cette dérive doit impérativement être corrigée.

Il est nécessaire de prendre en compte un autre effet décrit par la relativité générale. Pour les horloges des satellites, la gravité est plus faible qu'au niveau du sol. Les horloges des satellites ont un rythme augmenté et donc avancent par rapport à celles situées au niveau du sol. Cette avance est de l'ordre de 45,7 μs par jour.

Si l'on combine les deux effets précédents, on constate que les horloges des satellites avancent de 45,7 – 7,2 = 38,5 μs par jour. En pratique, un synthétiseur de fréquence permet de compenser cette avance.

L'exemple du positionnement utilisant le système GPS ou Galiléo est une illustration particulièrement attractive et pertinente de la nécessité de la prise en compte de corrections relativistes et de la réalité du phénomène de dilatation des durées.
A partir de cet exemple, le professeur peut très aisément élaborer des activités de synthèse qui utilisent des notions simples de cinématique et des connaissances exigibles relatives à la mécanique et au temps en relativité restreinte.

III. Problèmes connexes

Les questions traitées de manière plus brève ci-après ne sont pas incluses dans le programme de TS. Elles peuvent néanmoins être abordées en accompagnement personnalisé, dans le cadre d'activités d'approfondissement.

III.1. La question de la simultanéité

…Présentation

Deux événements sont simultanés par rapport à un référentiel donné s'ils se produisent au même instant. Ils ont donc la même coordonnée temporelle dans ce référentiel.

L'argumentation peut être présentée de la manière suivante.

On considère deux éclairs qui frappent simultanément dans le référentiel du quai en A_1 et B_1 un train 1 immobile dans une gare, un observateur de ce train 1 placé en O_1 juste au milieu de A_1 et B_1 verra les deux flashs lumineux arriver en même temps et pourra déduire que ces événements sont simultanés dans le référentiel de ce train.
Un second train (train 2), qui roule à la vitesse $\vec{v}$ par rapport au quai, est aussi touché par ces deux éclairs en A_2 et B_2, un observateur lié au train 2 est placé en O_2 à égale distance de A_2 et B_2. La figure 1 illustre le problème à l'instant (mesuré dans le référentiel lié au train 1) où les deux éclairs frappent les deux trains.

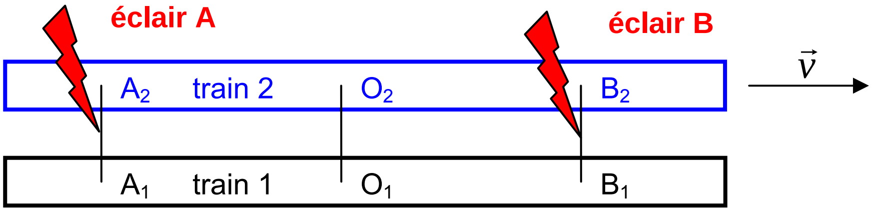


figure 1 : situation initiale (par rapport au référentiel du train 1)

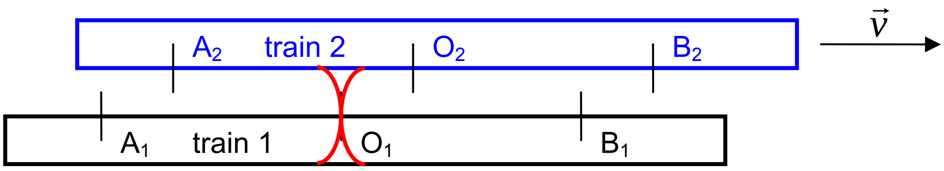


figure 2 : les deux flashs lumineux arrivent en O_1 (par rapport au référentiel du train 1)

On constate clairement que, pour un observateur du référentiel du train 1, le flash issu de l'éclair B arrive en O_2 avant celui de l'éclair A. Il est naturel[32] de supposer qu'il en est de même pour l'observateur du train 2 placé en O_2. Comme A_2 et B_2 sont à égale distance de O_2, supposer que la vitesse de la lumière est la même dans le référentiel du train 2 revient à imposer que dans le référentiel lié au train 2 l'éclair a frappé B_2 avant A_2. Il y a donc relativité de la simultanéité.

[32] Il faut supposer que l'ordre des événements « arrivées des flashs lumineux en O_2 » est le même dans les deux référentiels.

…Commentaires

Dans cette présentation, les deux événements dont on discute la simultanéité sont bien l'impact des deux éclairs en A_2 et B_2 : ils sont simultanés dans le référentiel du quai (donc du train 1) et non simultanés par rapport au référentiel du train 2. Il ne faut pas confondre cette question avec celle de la réception des deux flashs lumineux par les deux observateurs situés en O_1 et O_2.

L'enseignement essentiel que l'on peut tirer de la relativité de la simultanéité est clairement présenté par le texte d'Einstein[33] suivant : « *Des événements qui sont simultanés par rapport à la voie ferrée ne sont pas simultanés par rapport au train et inversement (relativité de la simultanéité). Chaque corps de référence (système de coordonnées) a son temps propre ; une indication de temps n'a de sens que si l'on indique le corps de référence auquel elle se rapporte* ».
L'élément important de l'analyse est bien l'invariance de *c* : la vitesse de la lumière est la même dans tous les référentiels galiléens.
Il convient d'insister sur le fait que l'abandon de l'idée d'un temps « absolu » permet de résoudre le problème de la compatibilité entre invariance de la vitesse de la lumière dans le vide et principe de relativité.
Comme pour le thème de la dilatation des durées, on peut trouver des animations[34] très attractives sur le thème de la simultanéité. Il convient également de les analyser pour en percevoir les limites au niveau des représentations qu'elles induisent.

III.2. Les diagrammes[35] d'espace-temps

…Principe

Pour décrire les événements en relativité, on peut utiliser des diagrammes[36] d'espace-temps. Dans un souci de simplification, on se limitera à une dimension spatiale. On définit alors le plan (x ; ct). Un point du plan définit un événement par ses coordonnées spatio-temporelles.
Les lignes horizontales représentent les lignes de simultanéité et les lignes verticales sont associées au chemin spatio-temporel (ou ligne d'univers) de l'évolution dans le temps d'un phénomène qui se déroule en un lieu fixe.

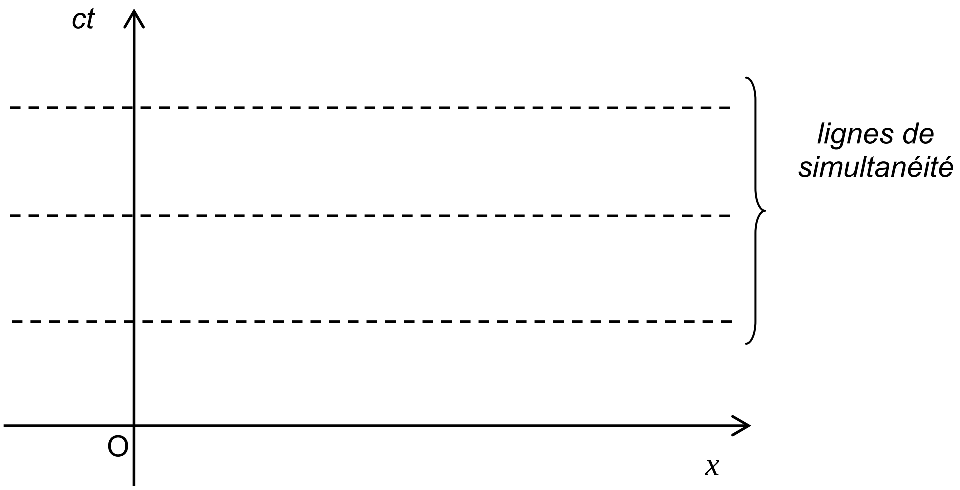
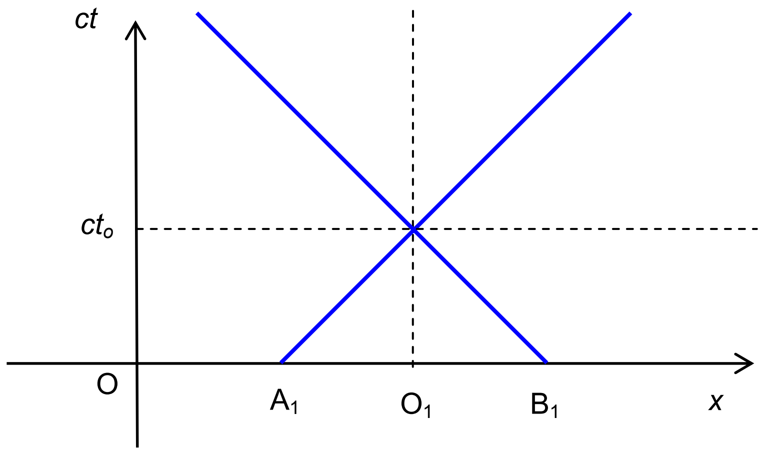


Diagramme d'espace-temps

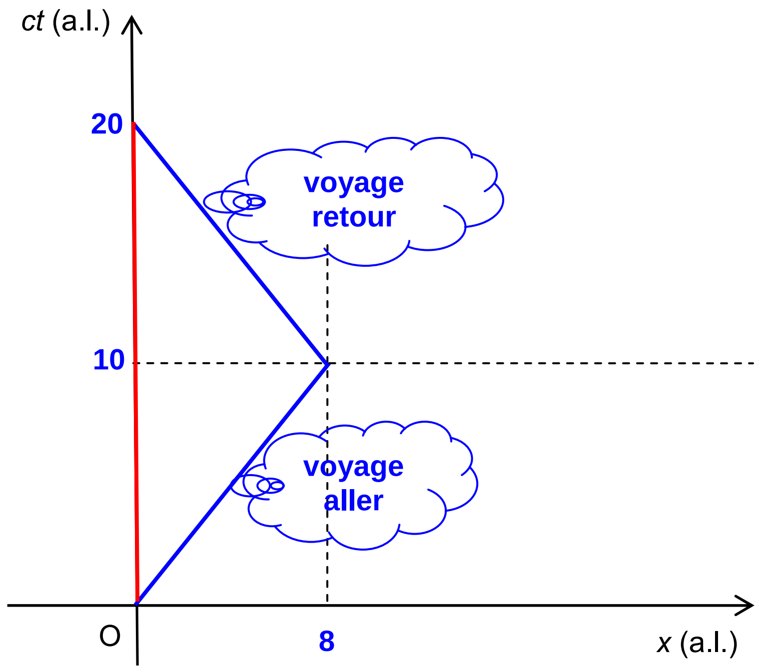
[33] Albert Einstein, « La théorie de la relativité restreinte et générale », pages 29 et 30, Dunod 1999
[34] http://www.scivee.tv/node/3025
[35] On pourra consulter l'ouvrage de Tatsu Takeuchi, « An illustrated Guide to Relativity », Cambridge, University Press, 2010
[36] Encore appelés diagrammes de Minkowski qu'il a introduits en 1908.

Il est possible par exemple de représenter les événements décrits dans le paragraphe sur la simultanéité dans le référentiel du quai. Les signaux étant des signaux lumineux, les pentes des deux lignes d'univers sont 1 ou -1.
Le diagramme fait apparaître que les deux éclairs sont bien simultanés dans le référentiel du quai et qu'ils sont reçus simultanément en O_1 à la date t_o.



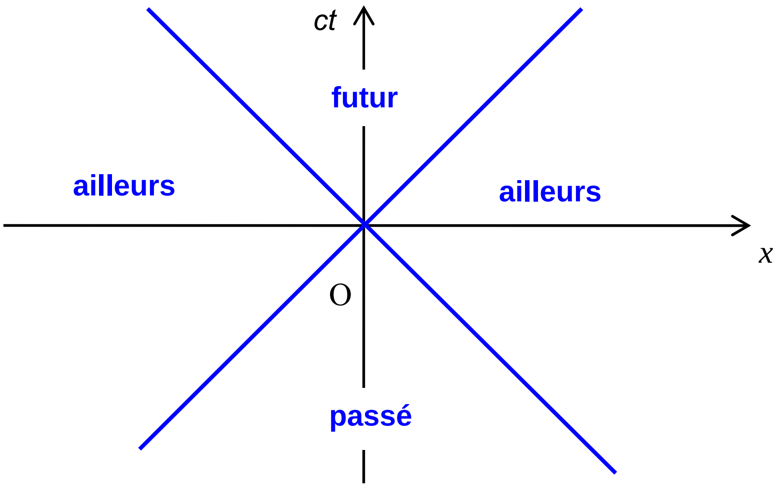
Lignes d'univers

Un diagramme d'espace-temps permet également de décrire les lignes d'univers des jumeaux du « paradoxe des jumeaux » de Langevin. Le jumeau « voyageur » voyage à l'aller comme au retour sur une fusée qui vole à 0,8*c*, la durée du demi-tour est négligeable et la distance à parcourir à l'aller comme au retour est de 8 a.l. En se plaçant du point de vue du jumeau « terrien » resté sur Terre, on peut noter qu'en diagramme (*x ; ct*) la pente de la ligne d'univers du jumeau « voyageur » est de 1/0,8 = 1,25. Le point O est choisi comme origine du temps et de l'espace.



Jumeaux de Langevin : en bleu le « voyageur », en rouge le « terrien »

On peut enfin évoquer le « cône de lumière » : d'origine O, il est délimité par les deux droites de pente 1 et -1. Chacune de ces droites correspond à la ligne d'univers d'un signal lumineux. On délimite ainsi trois domaines nommés : le futur, le passé et l'ailleurs.



Le futur et le passé sont constitués des régions où les événements peuvent avoir un lien causal avec le présent (0,0), les événements associés aux points de « l'ailleurs » ne peuvent ni affecter le présent ni être affectés par le présent.

…Commentaires

Les diagrammes d'espace-temps peuvent constituer un support visuel intéressant qui permet d'appuyer une partie du programme un peu abstraite. Ils ne trouveront leur véritable intérêt que dans l'enseignement supérieur où ils peuvent être utilisés comme outil de visualisation des changements de repères en relativité[37].
La mise en œuvre de logiciels de visualisation des lignes d'univers peut être envisagée. Il faut néanmoins être attentif à deux points : d'une part, cette mise en œuvre doit apporter une aide à l'élève et donc ne pas constituer un obstacle supplémentaire ; d'autre part, l'élève devra bien faire la différence avec la trajectoire d'une particule dans l'espace.

III.3. Contraction des longueurs

Le programme de TS ne mentionne pas le phénomène de « contraction des longueurs », c'est un choix délibéré. Ce phénomène peut cependant être « aisément » introduit en s'appuyant sur la dilatation des durées[38]. Il permet, dans le problème de la désintégration des muons cosmiques, d'analyser la situation dans le référentiel lié aux muons en mouvement et de trouver ainsi davantage de cohérence à l'ensemble (voir paragraphe II.4.).

Les élèves qui continueront dans la voie scientifique auront le plaisir de compléter leur vision de la relativité en découvrant par exemple les notions d'intervalle entre deux événements et « d'invariants ».

[37] Cf. l'annexe 2
[38] On pourra par exemple consulter l'ouvrage de D.C.Giancoli, « *Physique Générale 3* », De Boeck, 1993, page 207

Annexe 1 : le programme et les commentaires

Temps et relativité restreinte

Temps et relativité restreinte Invariance de la vitesse de la lumière et caractère relatif du temps.	
Postulat d'Einstein. Tests expérimentaux de l'invariance de la vitesse de la lumière.	Savoir que la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.
Notion d'événement. Temps propre. Dilatation des durées. Preuves expérimentales.	Définir la notion de temps propre. Exploiter la relation entre durée propre et durée mesurée. Extraire et exploiter des informations relatives à une situation concrète où le caractère relatif du temps est à prendre en compte.

Temps et relativité restreinte : introduction au programme de TS

Temps, mouvement et évolution

La définition du temps atomique et la réalisation des horloges associées font accéder à des échelles de précision telles qu'elles mettent directement en évidence le caractère relatif du temps en fonction de la vitesse relative de l'horloge et de l'observateur, qui est à la base de la relativité restreinte.

Les postulats d'Einstein (1905), qui constituent cette base, aboutissent à affirmer que la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens. C'est une constante fondamentale de la physique.

L'étude de cette propriété fondamentale dans le cadre d'un enseignement illustre bien la problématique du choix didactique face à la subtilité de la démarche scientifique. Cette subtilité est en l'occurrence celle de l'interrogation d'Einstein se posant la question de l'unité de la physique, entre l'électromagnétisme faisant apparaître une vitesse de propagation des ondes dans le vide indépendante du référentiel et la mécanique newtonienne posant l'additivité des vitesses, sans que l'on sache vraiment si la réponse d'Einstein avait pu être inspirée de tests expérimentaux comme l'expérience de Michelson et Morley.

La réponse d'Einstein sous forme de postulat remet en cause le cadre de la mécanique newtonienne, à savoir une vitesse de la lumière relative et un temps absolu, au profit d'une vitesse de la lumière absolue et un temps relatif.

L'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide a été abondamment confirmée par l'expérience (prisme mobile d'Arago 1810, Michelson et Morley 1887, Alväger 1964, Hall Brillet 1979, étoiles doubles,…). La liberté didactique du professeur consiste à faire un choix, notamment entre une approche historique, pouvant d'emblée annoncer le postulat et le faire suivre par des tests expérimentaux, et une approche plus « pédagogique » partant des résultats expérimentaux pour rendre plus naturelle ensuite l'hypothèse d'Einstein. En ce sens le programme se présente selon un ordre qui ne saurait être prescriptif, selon l'esprit général qui l'anime.

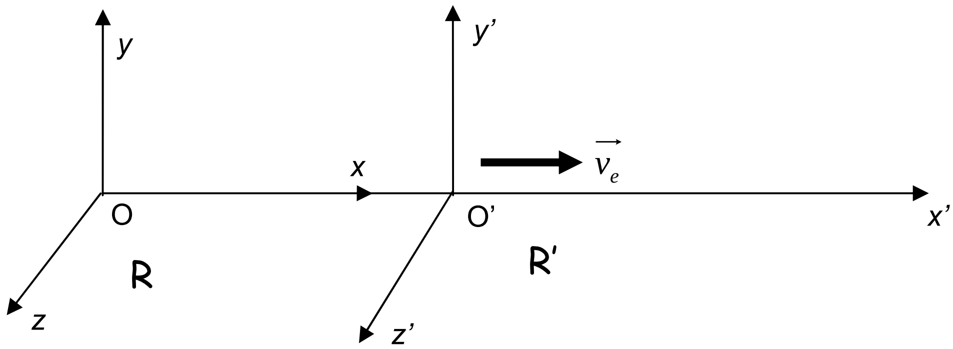
Il en va de même du caractère relatif du temps, entre ses notions afférentes (événement, temps propre, temps mesuré, dilatation des durées) et ses confirmations expérimentales ou situations concrètes (désintégration des muons dans l'atmosphère, particules instables dans les accélérateurs, horloges atomiques embarquées, GPS,…). A ce titre, on remarquera que la dilatation des durées se prête à analyse quantitative : la relation $\Delta t_m = \gamma\ \Delta t_p$ avec $\gamma = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2}$ entre durée mesurée et durée propre peut être aisément justifiée (horloge de lumière, « expérience » de la lumière émise dans un bateau).

Annexe 2 : Diagrammes d'espace-temps

L'objectif de cette annexe est de donner quelques compléments sur les diagrammes en montrant comment, par exemple, ils permettent de présenter la question de la simultanéité.

…La transformation de Lorentz-Poincaré

On considère deux référentiels galiléens R et R′. R′ est en translation rectiligne par rapport à R à la vitesse $v_e\vec{e}_x$. Le lien entre les coordonnées d'un événement (*x,y,z,ct*) dans R et celles dans R′ (*x',y',z',ct'*) en supposant que les origines O et O' de R et R′ coïncident aux instants *t* = *t'* = 0 constitue la transformation de Lorentz-Poincaré.

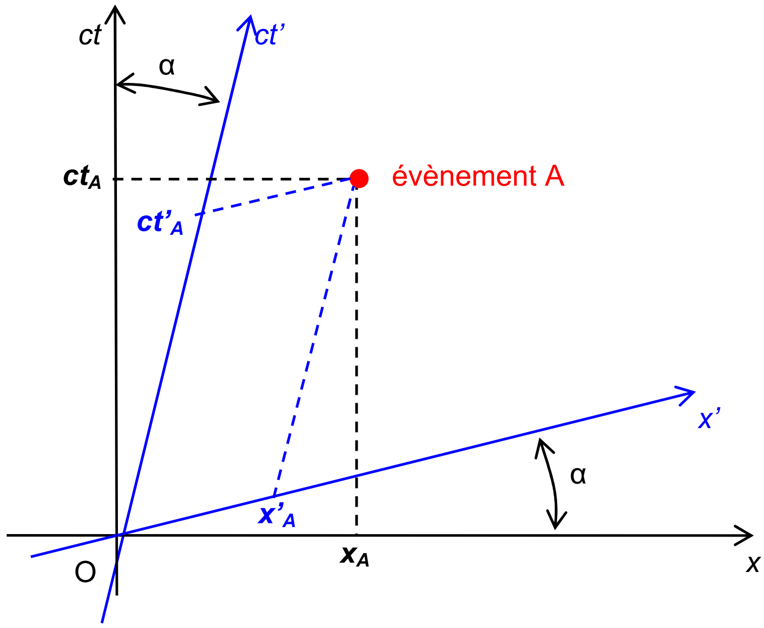


La transformation de Lorentz-Poincaré :

$$\begin{cases} x = \gamma_e\left(x' + \beta_e ct'\right) \\ y = y' \\ z = z' \\ ct = \gamma_e\left(ct' + \beta_e x'\right) \end{cases} \quad \text{avec } \beta_e = \frac{v_e}{c} \text{ et } \gamma_e = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}}}$$

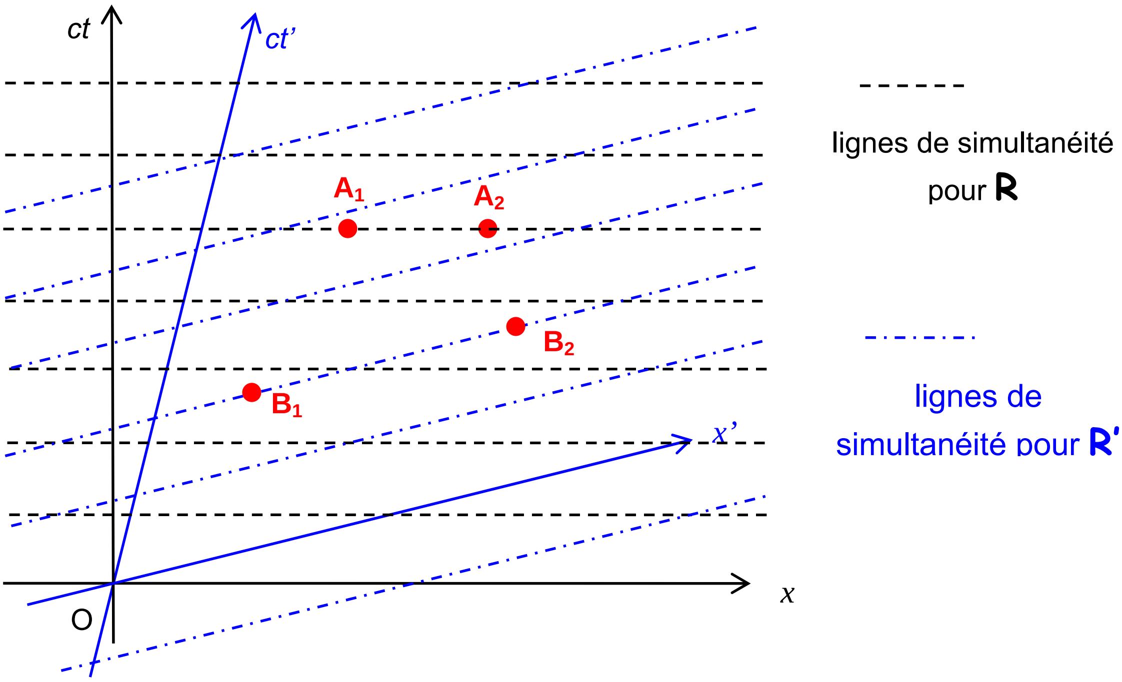
…Les diagrammes d'espace-temps

Ils permettent d'introduire de manière élégante et géométrique la problématique du changement de référentiel.



Lecture des coordonnées dans les deux référentiels

On peut souligner que $tan\,\alpha = \beta_e$ et que suivant *x'* et *ct'* il faut multiplier la valeur lue par le coefficient $\sqrt{\dfrac{1+\beta_e^2}{1-\beta_e^2}}$.



Lignes de simultanéité

Les événements A_1 et A_2 sont simultanés dans R car ils sont sur une même ligne de simultanéité de R mais pas dans R'.

De même les événements B_1 et B_2 sont simultanés dans R' car ils sont sur une même ligne de simultanéité de R' mais pas dans R.

Ceci illustre de manière limpide la relativité de la simultanéité.