

Corrigé des exercices du cours n° 6.

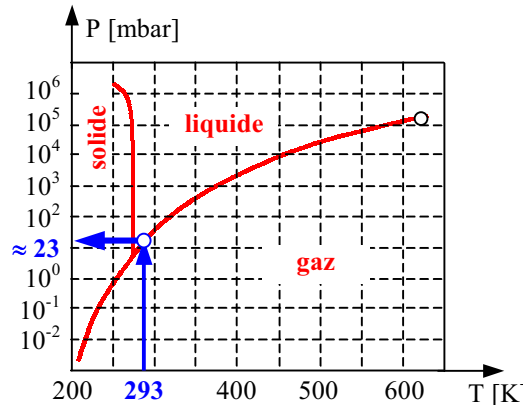
Exercice 1

1.

Non car cela dépend du taux d'humidité de la buanderie : l'eau s'évapore tant que le taux d'humidité reste < 100 %, c'est-à-dire tant que la pression de la vapeur d'eau est inférieure à la pression de la vapeur saturée (23 mbar à 20°C).

2.

20°C ≡ 293 K d'où le tracé :



3.

l'évaporation cesse quand il y a, dans la buanderie, n_s moles de vapeur d'eau à la pression de vapeur saturée (on dit encore "saturante") P_s .

on a donc $n_s = P_s V / RT$ avec V le volume de la buanderie qui correspond au volume de la vapeur d'eau (le volume d'eau liquide étant négligeable devant le volume de la buanderie).

Attention aux unités : 23 mbar ≡ 22 hPa = $22 \cdot 10^2$ Pa

Le calcul nous donne $n_s = 23 \cdot 10^2 \times 30 / (8,31 \times 293) \approx 28,3$ mol

Nous avons initialement un taux d'humidité de 60%, c'est-à-dire une pression de vapeur d'eau $P = 0,6 \times P_s$, c'est-à-dire un nombre de moles de vapeur d'eau égale à $n = PV/RT = 0,6 P_s V / RT = 0,6 \times n_s \approx 17$ mol. Il faut donc encore $n_s - n \approx 11,3$ mol d'eau pour saturer la buanderie.

Or 1 L d'eau a pour masse 1 kg, la masse molaire de l'eau est de $18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol, on a donc notre flaque d'eau qui possède $1 / 18 \cdot 10^{-3} \approx 55,5$ mol d'eau largement suffisant pour apporter les 11,3 mol qui saturent la buanderie.

Ainsi il va rester $55,5 - 11,3 \approx 44,2$ mol d'eau liquide, c'est-à-dire $44,2 \times 18 \cdot 10^{-3} \approx 0,80$ kg d'eau, soit 0,8 L d'eau liquide : **il subsistera une flaque d'eau de 0,8 L et l'on est en présence d'un équilibre liquide / vapeur.**

Exercice 2.

1.

$$M_{H_2O} = 2 \times M_H + M_O \approx 2 \times 1 + 16 \approx 18,0 \text{ g}$$

$$M_{H_2O} \rightarrow 1 \text{ mole}$$

$$m \rightarrow n_{\text{eau}} \text{ moles}$$

$$\Rightarrow \text{Le produit en croix donne } n_{\text{eau}} = \frac{m}{M_{H_2O}} \approx \frac{1}{18 \cdot 10^{-3}} \approx 55,5 \text{ moles}$$

2.

On peut lire le diagramme mais il est plus précis d'utiliser la formule de Duperray : cela correspond à la température de la vapeur saturante à 1 bar (≈ 1 atm)

$$P_{\text{sat}} = P_0 \left(\frac{t}{100} \right)^4 \Rightarrow t = 100 \left(\frac{P_{\text{sat}}}{P_0} \right)^{1/4} \text{ or on a } P_{\text{sat}} = 1 \text{ bar } (\approx 1 \text{ atm}) \text{ lorsqu'il y a ébullition, donc } t = 100 \left(\frac{1}{1} \right)^{1/4} \approx 100 \text{ } ^\circ\text{C}$$

...on s'en doutait !!!

3.

La soupape s'ouvre lorsque la pression à l'intérieur de la cocotte est 1 bar plus élevée qu'à l'extérieur, c'est-à-dire lorsque $P = 2 \text{ bars}$ ce surplus de pression est dû à la pression de la vapeur d'eau qui s'ajoute à la pression de l'air (il s'agit de pressions "partielles").

4.

$$t = 100 \left(\frac{P_{\text{sat}}}{P_0} \right)^{1/4} \text{ pour } P_{\text{sat}} = 2 \text{ bars. On a donc } t = 100 \left(\frac{2}{1} \right)^{1/4} \approx 120 \text{ } ^\circ\text{C} (393 \text{ K})$$

Pour une pression de déclenchement plus importante la température des aliments serait plus importante : les aliments cuiraient plus vite mais perdraient leurs qualités gustatives (bouillie pour gens édentés ou qui sortent de chez le dentiste !!!)

5.

On a initialement pour l'air $PV = nRT$ avec $V = \text{volume d'air} = \text{volume cocotte} - \text{volume d'eau} = 8 - 1 = 7 \text{ L} \Rightarrow$

$$n_{\text{air}} = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{1.10^5 \times 7.10^{-3}}{8,31 \times 293} \approx 0,287 \text{ mol.}, \text{ pour une température de } 120^\circ\text{C} (393 \text{ K}) \text{ la pression de l'air vaut}$$

$$P_{\text{air}} = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} = \frac{0,287 \cdot 8,31 \cdot 393}{7.10^{-3}} \approx 1,341.10^5 \text{ Pa (soit } 1341 \text{ mbar).}$$

6.

On a $P_{\text{vap}} + P_{\text{air}} = 2 \text{ bars} = 2.10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P_{\text{vap}} = 2.10^5 - P_{\text{air}} = 0,658.10^5 \text{ Pa.}$

$$n_{\text{vap min}} = \frac{P_{\text{vap}} \cdot V}{R \cdot T} \approx \frac{0,658.10^5 \times 7.10^{-3}}{8,31 \times 393} \approx 0,141 \text{ mole} \Rightarrow \text{masse } m_{\text{min}} = n_{\text{vap min}} \times M_{\text{H}_2\text{O}} \approx 0,141 \times 18 \approx 2,5 \text{ g d'eau (soit } 2,5 \text{ mL} \approx \frac{1}{2} \text{ cuillère à café).}$$

7.

Lorsque la soupape se déclenche, c'est que l'on a 2 bars de pression. 1 kg d'eau prend un volume de 1 L, il reste donc 7 L de volume pour la vapeur. Comme 2,5 mL d'eau suffisent à atteindre les 2 bars (1,34 bars étant fournis par l'air), on en déduit que l'eau reste donc essentiellement liquide dans la cocotte ! soit $m \approx 1 \text{ kg.}$

Evidemment, si on laisse la soupape trop longtemps déclenchée, toute l'eau se sera évaporée et évacuée...c'est brûlé, fallait pas discuter au téléphone !!!

Exercice 3 :

Lorsqu'on ouvre la porte, de l'air humide entre dans le congélateur (dans une salle à 50% d'humidité et à 20°C la pression de vapeur est de 11,5 mbar). Or la pression saturante de l'eau dans le congélateur à -20°C (253 K) est environ de 1 mbar seulement \Rightarrow la vapeur d'eau qui arrive de la salle (cuisine par exemple) se condense dans le congélateur et devient glace (givre) jusqu'à la limite de la vapeur saturante (1 mbar).

Il faut savoir qu'avec seulement 4 cm de dépôt de givre sur les parois du congélateur on consomme 2 fois plus d'électricité pour maintenir la température du congélateur.

Remarquer qu'en hiver l'air est sec : non parce qu'il y a un taux d'humidité faible (il peut être de 50%) mais parce que la pression de vapeur saturante est faible, et donc la vapeur d'eau est en quantité restreinte (l'eau reste essentiellement liquide). Les lèvres gercent !!!

Exercice 4 :

Pour le bain d'eau : (il peut s'agir d'une bouilloire électrique avec quelques glaçons).

Il faut apporter $M_{\text{glace}} \cdot L_F = 0,2 \times 3,52 \cdot 10^5 \approx 70,4 \text{ kJ}$ pour faire fondre la glace puis apporter $M_{\text{eau+glace}} \times C_{\text{eau}} \approx 1,2 \times 4180 \approx 5016 \text{ J}$ pour échauffer l'eau de 1 K (c'est-à-dire également de 1°C). Il faut donc apporter en tout $Q = 70,4 \cdot 10^3 + 5016 \approx 75,4 \text{ kJ}$ pour échauffer l'eau de 1°C (remarque que c'est la fusion de la glace qui nécessite plus de 93% de l'énergie thermique). La durée nécessaire pour apporter cette énergie vaut $t = \frac{Q}{P} \approx \frac{75,4 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} \approx 75,4 \text{ s}$, soit **1 min 15 s**.

De même pour le bain de mercure on obtient $Q = (0,2 \times 0,12 \cdot 10^5) + (1,2 \times 139) \approx 2,57 \text{ kJ}$ apportés en **2,57 s** c'est-à-dire environ 30 fois plus rapide que pour l'eau.

Exercice 5.

1.

On a la pression au sol $P_0 \approx 1000 \text{ hPa}$ et la température au sol $T_0 = 273 + 15 \approx 288 \text{ K}$, d'où la constante de la relation $T^\gamma P^{1-\gamma} = C^{\text{te}}$ qui vaut $C^{\text{te}} \approx 288^{1,4} \times (1000 \cdot 10^2)^{1-1,4} \approx 27,7 \text{ usi}$

On en déduit la température T_1 à la pression P_1 de 940 hPa : $T_1 = \left(\frac{C^{\text{te}}}{P_1^{1-\gamma}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \approx 283 \text{ K}$, soit **10 °C**

La mole d'air n'est pas en équilibre thermique avec l'atmosphère ambiant.

2.

Pour qu'il y ait formation d'un nuage, il faut que la pression de la vapeur d'eau devienne \geq pression de vapeur saturante à 10°C (dans ce cas la pression de l'eau deviendra égale à la pression atmosphérique, c'est-à-dire 940 mbar).

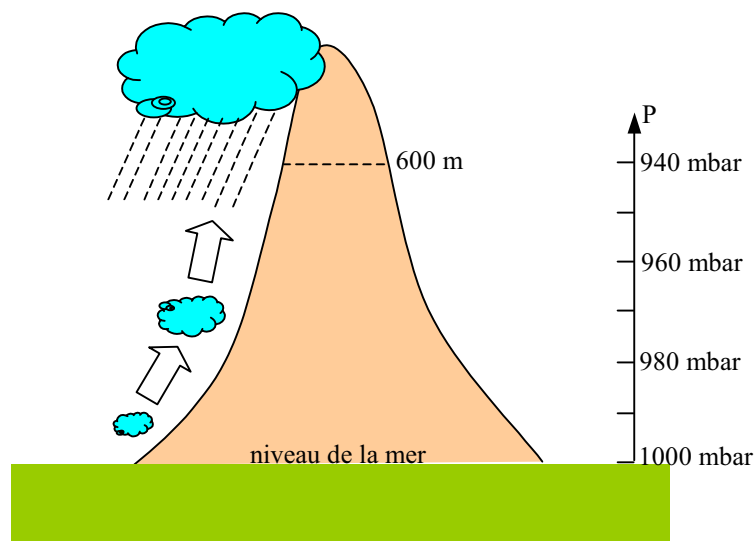
La pression P_0 au sol de la vapeur d'eau vaut 80% de la pression de la vapeur saturante à 15°C, c'est-à-dire $P_0 = 0,8 \times 16,9 \approx 13,5 \text{ mbar}^1$, comme la vapeur subit également la détente adiabatique, on a également $T^\gamma P^{1-\gamma} = C^{\text{te}}$, la C^{te} vaut donc ici $C^{\text{te}} \approx 288^{1,4} \times (13,5 \cdot 10^2)^{1-1,4} \approx 155 \text{ usi}$, et donc la pression P_1 à 600 m où la vapeur est à $T_1 = 10^\circ\text{C} = 283 \text{ K}$ vaut

$P_1 = \left(\frac{C^{\text{te}}}{T_1^\gamma} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \approx 12,7 \text{ mbar} > 12,2 \text{ mbar}$ (pression de vapeur saturante à 10°C) : la vapeur ne peut donc pas atteindre

cette pression théorique de 12,7 mbar et se liquéfie : il y a donc formation d'un nuage (gouttelettes d'eau). En réalité la condensation a lieu avant que les 12,2 mbar soient atteints car l'air est chargé de particules qui facilitent la condensation. Si la température avait été inférieure à 0°C, il s'agirait d'un nuage de glace.

Si l'air avait été plus sec, la formation du nuage aurait eu lieu à une altitude plus élevée (pression plus faible donc détente adiabatique qui donne une température plus faible).

Si l'air progresse davantage en altitude (montagne plus haute) alors il y a des chances pour que cela donne de la pluie (un mouvement de convection de l'air dû à la chaleur de vaporisation libérée par la vapeur crée un brassage des gouttes qui prennent de la masse).



Exercice 6.

La pression de vapeur saturante à -10°C de l'eau vaut 2,79 mbar (contre 23,3 mbar à 20°C) : cela signifie que l'air ne peut pas capter plus de 2,79 mbar de vapeur à -10°C : l'air est donc sec (même si le taux d'humidité vaut 100%).

¹ la pression de l'air sec vaut donc $1000 - 13,5 \approx 986 \text{ mbar}$