

Colonne de gauche = discours fait aux élèves, pas forcément écrit au tableau
Colonne de droite = illustrations du propos tenu au paragraphe correspondant de la colonne de gauche, écrites au tableau ou montrées sur transparents.

Voir l'*Introduction aux cours de thermodynamique* pour situer ce cours dans son contexte. Les exercices signalés sont disponibles en fin du cours.

cours n° 2 : Travail et diagrammes P(V).

Pré-requis : définition du travail d'une force.

A retenir : Le calcul du travail reçu ou donné par un système.

<p>Plan :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Notion de travail 2. travail de la force de pression 3. systèmes étudiés et diagrammes P(V) 4. cycle de transformations 	<p>Bibliographie :</p> <p>Introduction à la thermodynamique, C. Lhuillier et J. Rous, Dunod, 1994. Les machines transformatrices d'énergie, tome 1, par G. Lemasson, Delagrave, 1963</p>
--	---

1. Notion de travail.

Le *travail* est une autre forme d'énergie que la chaleur, c'est l'énergie qui intervient dès qu'il y a mouvement ou déformation d'un corps.

Pour bouger un corps sur une distance $L \approx 1$ mètre, admettons qu'il faille développer une force constante $F \approx 400\text{N}$ (¹). Dans ce cas il faut dépenser une énergie :

$$W_{0 \rightarrow L} = \int_0^L F \cdot dx = F \times \int_0^L dx = F \times L = 400 \times 1 \approx 400 \text{ J.}$$

Comme cette énergie provoque le déplacement du corps, on dit qu'il s'agit d'un *travail* qu'on note W (²) : **le travail est une énergie mécanique.**

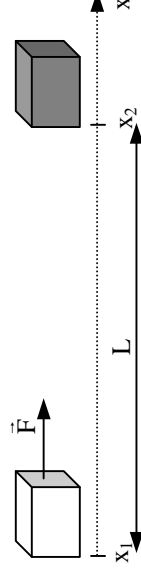
$$W = F \times L \quad \text{lorsque } F = C^{te}$$

La *thermodynamique* est la science qui étudie, à l'origine, les interactions (échanges) chaleur / travail sur un corps, c'est-à-dire le déplacement des corps (*dynamique*) soumis à la chaleur (*thermo*) : moteurs thermiques par exemple ou, inversement, qui étudie la chaleur captée ou rejetée par un corps soumis à une déformation ou un déplacement (réfrigérateurs par exemple).

¹ Dans ce cas le mobile accélérera uniformément.

² Pour *Work* (travail, en anglais).

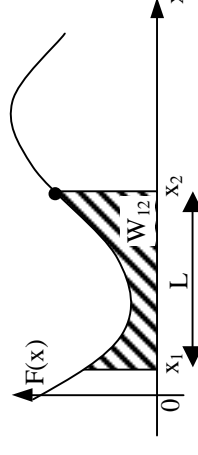
1.



Energie dépensée pour déplacer le corps de x_1 à x_2 :

$$W_{x_1 \rightarrow x_2} = \int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx \triangleq W_{12}$$

Dans le plan $F(x)$ cela correspond à la "surface" du trajet :



Remarque : $W_{12} = F \times L$ si F est constante le long du trajet (accélération du corps)
exercice 1

2. Travail de la force de pression.

La pression d'un gaz sera à l'origine du travail effectué par le gaz, ce qui aboutira au déplacement d'un piston (moteurs thermiques). La pression est donc à l'origine des énergies mécaniques qui seront développées dans les systèmes que l'on étudiera, il est donc essentiel d'en parler spécifiquement. N'oublions pas que les gaz sont des systèmes dont le volume varie beaucoup en fonction des échanges de chaleur \Rightarrow ils *travailleront* beaucoup : ça en fait des systèmes privilégiés en thermodynamique.

Affinons cette notion de travail : supposons avoir un cylindre muni d'un piston et rempli de gaz. Appliquons une pression P_{ext} sur le piston. Voir 1/2 page de droite : dans ce cas, en admettant que le déplacement est suffisamment lent pour avoir la pression P du gaz égale à la pression P_{ext} (on est dans le cadre d'une transformation quasi - statique, notion qui sera définie plus rigoureusement dans le cours n°5), on démontre assez facilement (voir 1/2 page de droite) que le travail (énergie) reçu par le gaz au cours de la transformation 1 \rightarrow 2 vaut :

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV \text{ en joules [J]}$$

Note 1 il faudra exprimer P en fonction du volume V du gaz (= volume du cylindre) pour le calcul de l'intégrale.

Note 2 : de même que pour la chaleur, un corps ne *possède* pas un travail : il rejette une quantité de travail ou en absorbe, selon le type de contrainte qu'on lui soumet. On dit que le travail ne représente pas l'état d'un corps, on dit encore que **le travail n'est pas une fonction d'état** (contrairement à la température, au volume, à la pression...)

Lors de la *compression* il est probable que le gaz va s'échauffer ⁽³⁾, on en parlera ultérieurement. Il faut également souligner le fait que le gaz va *recevoir* ou *rejeter* du travail, de la même manière qu'il *recevait* ou *rejetait* de la chaleur : le travail est *signé*, comme la chaleur. Un travail reçu par le système (gaz) est positif, un travail rejeté par le système est négatif.

Ainsi, lors du déplacement de la position 1 à la position 2 :

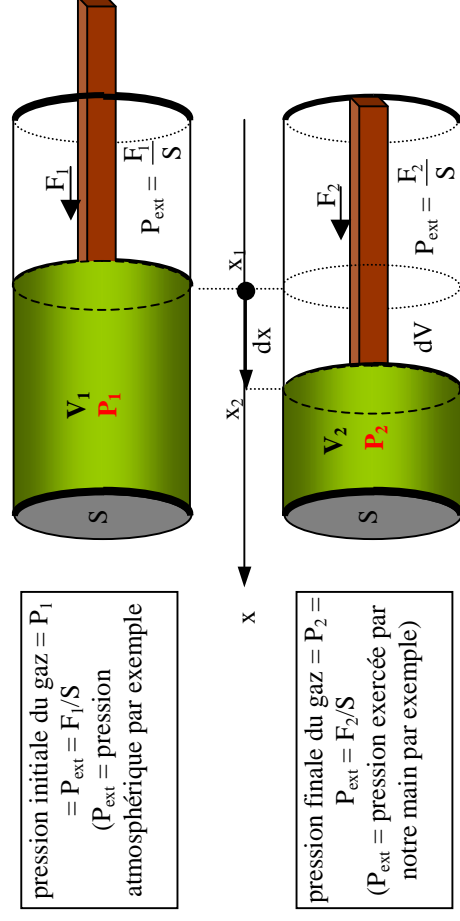
W_{12} est > 0 si le volume du fluide diminue : on a une machine (gaz) qui reçoit du travail de l'extérieur (elle agit comme un frein pour l'extérieur), la transformation est *résistante*).

W_{12} est < 0 si le volume du fluide augmente : on a une machine qui fournit du travail à l'extérieur (elle agit comme un moteur pour l'extérieur, la transformation est *motrice*).

³ Echauffement dû à l'apport de travail et non plus à l'apport de chaleur (cours n°1) mais le résultat est le même...c'est sur ce résultat intéressant que va se baser la thermodynamique.

2.

énergie mécanique (travail) à fournir pour comprimer un gaz :



Il faut appuyer avec la force F_2 pour comprimer le gaz sous la pression F_2/S .

$$\text{Travail reçu par le gaz } W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} P_{\text{ext}} S dx = \int_{V_1}^{V_2} P_{\text{ext}} (-dV) = - \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$$

(déplacement suffisamment lent du piston pour avoir à chaque instant $P_{\text{ext}} \approx P$) \Rightarrow

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV \text{ attention au signe -}$$

La machine (la main qui actionne le piston ici) doit pouvoir fournir l'énergie W_{12} pour comprimer le gaz.

Remarque : W_1 ou W_2 n'a aucun sens (contrairement à W_{12}) : W n'est pas une *fonction d'état* (un corps ne *possède* pas un travail).

Le plan P(V), pression du gaz en fonction de son volume, est alors une représentation privilégiée si l'on veut trouver graphiquement le travail développé par le gaz (une étude graphique est souvent plus précise qu'une étude théorique qui nécessite le calcul d'une intégrale, chose que l'on ne maîtrise que dans de rares cas) : voir 1/2 page de droite, en effet, la relation $W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P.dV$ nous indique que le travail développé par le gaz est tout simplement la surface engendrée par la courbe P(V) (au signe près) voir 1/2 page de droite.

3. Systèmes étudiés et diagrammes P(V).

Il est nécessaire, en physique, de bien définir le corps (ou l'ensemble de corps) étudié de manière à observer les différentes interactions qui y agissent (qu'est-ce qui en sort, qu'est-ce qui y entre...) et d'en déduire des lois générales. Ce corps est alors "isolé", par la pensée, de son environnement immédiat (appelé "extérieur" ou "univers") avec lequel il est susceptible d'agir⁴. Le corps étudié est alors appelé "système". La thermodynamique étudie les interactions mécaniques (travail) et thermiques (chaleur) d'un système avec son extérieur.

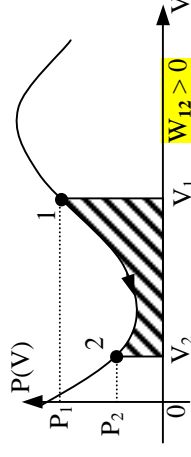
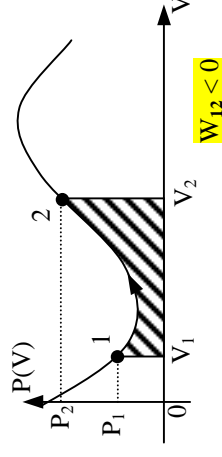
On parle de système "ouvert" lorsque le système échange de la matière avec le système extérieur, c'est-à-dire, dans la grande majorité des cas, lorsque sa masse varie⁵ : c'est le cas fréquent de l'air contenu dans un cylindre de moteur à combustion interne qui est admis dans le cylindre puis évacué grâce à des soupapes d'admission et d'échappement. Dans ce dernier cas, le diagramme P(V) que l'on trace souvent représente la pression P du gaz en fonction du volume V du cylindre (et non plus du gaz) : il ne s'agit plus d'un diagramme de Clapeyron du paragraphe précédent mais d'un diagramme de Watt ! On en parlera ultérieurement avec les *transvasements*.

Le travail W_{12} considéré jusqu'à présent et calculé dans le plan de Clapeyron (aire située sous le trajet 1-2 du paragraphe 2 précédent) est une énergie nécessaire pour effectuer la *transformation* 1-2 (compression par exemple) : c'est une *énergie de transformation*. La machine (pompe) qui effectue ce travail peut être amenée à admettre puis évacuer le fluide hors du cylindre : dans ce cas elle effectue, outre W_{12} , un travail W_{trans} de *transvasement* différent de W_{12} qui ne modifie pas l'état du fluide : ce n'est pas une énergie de transformation. L'énergie totale mise en jeu par la machine sera alors $W_{\text{machine}} = W_{\text{trans}} + W_{12}$. Cela sera précisé avec la notion d'*enthalpie* (voir cours n° 3).

⁴ Des erreurs viennent fréquemment du fait que notre système est mal délimité : on pense connaître toutes les variables qui inter-agissent avec lui et on en oublie parfois...

⁵ On ne parlera pas des réactions nucléaires !

De la relation $W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P.dV$ on a alors W_{12} donné par la "surface" du trajet effectué dans le plan P(V) $\hat{=}$ Coordonnées de Clapeyron, pour aller de l'état 1 (P_1, V_1) à l'état 2 (P_2, V_2) : ce plan est donc privilégié pour l'étude précise des travaux échangés.



$W_{\text{machine}} \neq W_{12}$ lorsqu'il y aura *transvasement* (voir cours n° 3)
Exercices 2, 3 et 4.

3.

Système $\hat{=}$ corps ou ensemble de corps que l'on isole, par la pensée, de son environnement (appelé alors "extérieur" ou "univers") afin de l'étudier isolément. On est supposé connaître tous les échanges d'énergie que le système est susceptible d'échanger avec l'extérieur.

Exemple : fluide enfermé dans un cylindre, morceau de cuivre...

Système ouvert $\hat{=}$ système qui échange de la matière avec l'extérieur \Rightarrow sa masse varie.

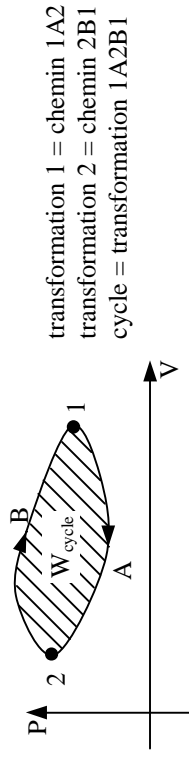
Exemple : fluide dans un compresseur à piston muni de soupapes, fluide qui s'échappe d'une bouteille.

Remarques :

- P(V_{système}) $\hat{=}$ diagramme de Clapeyron (adapté à l'étude des systèmes fermés)
- P(V_{cylindre}) $\hat{=}$ diagramme de Watt (adapté à l'étude des systèmes ouverts).

4. Cycle de transformations.

Afin d'obtenir des dispositifs qui fonctionnent en permanence, on est amené à utiliser des transformations répétitives, périodiques. Pour que les machines qui les réalisent soient optimales, il faut que le fluide (ou corps) finisse dans le même état que dans son **état initial** (caractérisé par la donnée de P, V ou T). La série de transformations est alors dite "cyclique" : **il faut au moins 2 transformations pour effectuer un cycle**, c'est-à-dire une série de transformations dont l'état final est égal à l'état initial du gaz :



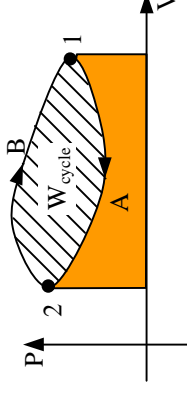
Pour effectuer la transformation du fluide, la machine qui le contient effectue le travail $W_{\text{cycle}} = W_{1A2} + W_{2B1}$. Or W_{1A2} et W_{2B1} sont de signe contraire puisqu'ils sont parcourus dans un sens différent (ici $W_{1A2} > 0$ et $W_{2B1} < 0$) : W_{cycle} est donc représenté, au signe près, par la surface hachurée. Remarque que, si la transformation "retour" est identique à la transformation "aller" (transformation dite "réversible"), le bilan énergétique est nul (pas de travail perdu ou gagné sur un cycle).

Un cycle est dit *moteur* lorsque $W_{\text{cycle}} < 0$ (sens horaire de parcours) car il fournit cette énergie à l'extérieur. Dans le cas contraire le cycle est dit *résistant* (sens trigonométrique de parcours). Il faut bien remarquer ici que la transformation W_{1A2} est résistante, mais cela n'empêche pas que le cycle est globalement moteur.

Remarque :

L'évaluation d'un travail est facile grâce au diagramme P(V) puisqu'il suffit de mesurer une surface : ce diagramme est donc bien adapté à l'étude des moteurs thermiques. La détermination d'une quantité de chaleur n'est pas aussi immédiate : on pourra utiliser le diagramme entropique S(T) qui permet d'évaluer approximativement Q de la même façon que l'on évalue W sur un diagramme P(V) (mesure d'une surface), cela est néanmoins hors programme des BTS. Le 1^{er} principe de la thermodynamique (cours n° 3) nous permettra néanmoins de calculer Q dans des cas simples (gaz parfaits en particulier).

4.



$W_{\text{cycle}} = W_{1A2} + W_{2B1}$ = surface orange - (surface orange + surface hachurée) = - surface hachurée < 0

$\Rightarrow W_{\text{cycle}}$ = surface engendrée par le cycle (au signe près) :

- $W_{\text{cycle}} < 0$ pour un parcours horaire : cycle *moteur*
- $W_{\text{cycle}} > 0$ pour un parcours trigo : cycle *résistant*

Dans le plan P(V), un cycle est moteur s'il est décrit dans le sens horaire. Il est résistant (frein) dans le cas contraire.

Exercices 5 et 6

Exercices sur le travail.

Notez bien que ces exercices font parti intégrante du cours et doivent être résolus au fur et à mesure de leur apparition dans le cours. Ils permettent de bien assimiler les concepts abordés dans chaque paragraphe et de se donner quelques ordres de grandeur. Ils sont originaux de façon à être parfaitement adaptés au paragraphe étudié. Les données numériques sont issues de différents ouvrages. Il n'est pas certain qu'elles soient exactes à la décimale près...de toute façon la physique est une science qui modélise, et donc qui fait des approximations ! Cela nous suffira amplement !

Exercice 1. Evaluation d'une quantité de travail en fonction de F(x)

On comprime de l'air dans une chambre à air de vélo à l'aide d'une pompe. L'ensemble pompe + chambre à air est modélisé par l'ensemble cylindre + piston ci-dessous :



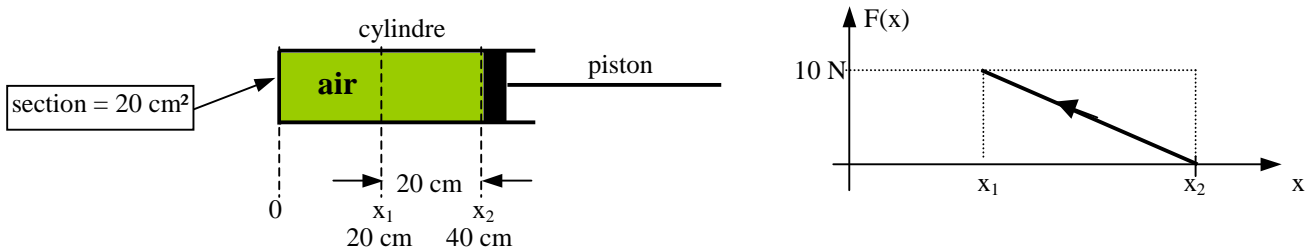
La force exercée par notre main sur le piston varie de la façon décrite ci-dessus en fonction de x .

Quel est le travail développé par notre main lors d'un déplacement de x_1 à x_2 ?

Rép : 1 joule.

Exercice 2. Evaluation d'une quantité de travail en fonction de P(V)

On reprend le dispositif de l'exercice 1 précédent en changeant tout simplement l'origine des x :



La force exercée par notre main sur le piston varie de la façon décrite ci-dessus en fonction de x .

1. Donnez l'évolution de la pression P de l'air en fonction du déplacement x du piston.
2. Donnez l'évolution de la pression P de l'air en fonction du volume V d'air dans le cylindre.
3. Déduisez de la question précédente le travail reçu par l'air.

Rép : 1 joule.

Exercice 3 : Etude d'une compression.

Une masse d'air de 1 kg subit la transformation suivante :

$$\begin{aligned} \text{état initial : } & \begin{cases} P_1 \approx 10^5 \text{ Pa (pression atmosphérique).} \\ V_1 \approx 0,9 \text{ m}^3 \end{cases} \\ \text{état final : } & \begin{cases} P_2 \approx 4,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V_2 = ? \end{cases} \end{aligned}$$

La transformation 1-2 est telle que le produit $P \cdot V = C^{\text{te}}$.

1. Tracez avec précision, sur une feuille quadrillée, la courbe représentative de la transformation dans le plan $P(V)$.
2. Calculez le travail échangé lors de cette transformation, d'une part graphiquement et d'autre part algébriquement. (on rappelle qu'une primitive de $1/x$ est $\ln x$).

3. *Est-il nécessaire d'apporter de l'énergie motrice pour réaliser cette transformation ?*

Rép : 2 : ≈ 135 kJ ; 3 : oui.

Exercice 4 : calcul du travail échangé lors de trois transformations différentes.

On effectue, de 3 façons différentes, une compression qui amène du diazote N_2 (\approx air) de l'état 1 ($P_1 = P_0 \approx 1$ bar, $V_1 = 3.V_0$) à l'état 2 ($P_2 = 3.P_0$, $V_2 = V_0 \approx 1$ litre).

La première transformation est isochore (volume constant) puis isobare (pression constante), la seconde est isobare puis isochore, la troisième est telle que $P.V = C^{te}$.

1. *Représentez dans le plan P(V) les 3 transformations.*
2. *Quelles sont les travaux reçus dans les 3 cas ?*
3. *Quelle transformation choisira-t-on si l'on veut dépenser le moins d'énergie motrice ?*

Rép : 2 : ≈ 600 J, 200 J, 329 J ; 3 : la seconde.

Exercice 5 :

On reprend les 2 premières transformations de l'exercice précédent de manière à réaliser un cycle : on effectue donc une compression qui amène du diazote N_2 (\approx air) de l'état 1 ($P_1 = P_0 \approx 1$ bar, $V_1 = 3.V_0$) à l'état 2 ($P_2 = 3.P_0$, $V_2 = V_0 \approx 1$ litre). Puis on force le gaz à revenir à son état initial grâce à une détente isochore puis isobare.

1. *Quel est le travail échangé par le gaz avec l'extérieur ?*
2. *Est-ce qu'un tel cycle nécessite l'apport d'un travail de l'extérieur pour pouvoir être exécuté ?*

Rép : 1 : 400 J ; 2 : oui.

Exercice 6 : Etude d'un compresseur.

Le système étudié est constitué d'un cylindre muni d'un piston, d'une soupape d'admission des gaz S_A et d'une soupape d'échappement S_E liée à un ressort fixe qui maintient une pression P_2 constante sur S_E .

On effectue alors les opérations suivantes :

a) **Transformation 0 \rightarrow 1** : le piston est au fond du cylindre et redescend en aspirant du gaz sous la pression atmosphérique $P_1 = 1000$ hPa et la température ambiante $T_1 \approx 300$ K. Sous l'effet de la viscosité du gaz S_A s'ouvre automatiquement (S_E fermée grâce au piston). Le volume occupé par le gaz vaut alors $V_1 \approx 0,25$ L (volume du cylindre).

b) **Transformation 1 \rightarrow 2** : le piston remonte suffisamment rapidement pour que la compression soit considérée comme adiabatique. S_A se ferme automatiquement, S_E est toujours fermée car $P < P_2$. Le gaz atteint finalement la pression $P_2 = 10 \times P_1$ à la température T_2 et occupe le volume V_2 .

Pour une transformation adiabatique, on nous apprend que $P.V^\gamma = C^{te}$ et que $T^\gamma.P^{1-\gamma} = C^{te}$ avec $\gamma \approx 1,40$.

c) **Transformation 2 \rightarrow 3** : S_A étant toujours fermée, le piston poursuit sa course : la pression tend à être supérieure à P_2 et donc la soupape S_E s'ouvre, ce qui refoule le gaz à pression constante $P_3 = P_2$.

d) **Transformation 3 \rightarrow 0** : le piston entame sa descente : S_E se ferme automatiquement et S_A s'ouvre, on est alors ramené à la transformation vue en a).

1. *Donnez le diagramme P(V) des 4 transformations réalisées.*
2. *Sachant que la transformation b) est une transformation adiabatique, calculez T_2 et V_2 .*
3. *Calculez le travail développé par le système gaz + piston lors d'un aller - retour du piston : est-il nécessaire de fournir de l'énergie motrice pour réaliser ce cycle ?*

Rép : 2 : 579 K, 48,3 mL ; 3 : 81,5 J

