

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Introduction à l'électromagnétisme. Application à la ligne bifilaire en régime continu - Vecteur de Poynting.

Plan :

1. Ligne bifilaire ouverte - Electrostatique.
2. Ligne bifilaire court-circuitée - Magnétostatique.
3. Ligne bifilaire chargée : indépendance des champs E et B
4. Propagation de l'énergie. Vecteur de Poynting
5. Mise sous tension : création d'une onde d'énergie non guidée.

La compréhension des champs électromagnétiques est importante pour traiter la Compatibilité ElectroMagnétique (CEM). La CEM est la façon dont on s'y prend pour empêcher les circuits électriques de créer des perturbations électromagnétiques sur les circuits voisins ou éloignés (jusqu'à quelques km). La CEM concerne également la façon dont on s'y prend pour empêcher un circuit électrique d'être perturbé électromagnétiquement par un perturbateur connu ou inconnu (immunité). Pour comprendre les règles de CEM, il faut connaître certains aspects des champs électromagnétiques. Cela commence par l'étude dite "statique" ou "stationnaire" : le régime continu.

Pré-requis :

Force de Coulomb associée à un champ électrostatique \vec{E}
Energie

1. ligne bifilaire ouverte - Electrostatique.

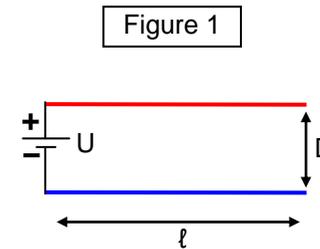
Considérons une "ligne bifilaire" de longueur ℓ , c'est-à-dire 2 conducteurs identiques placés à une distance D l'un de l'autre, séparés par un milieu isolant (air, vide, polypropylène...). Cette ligne peut servir à transmettre de l'énergie (alimentation d'équipements quelconques avec courant ≥ 1 A) ou à transmettre un signal de tension (ligne de transmission avec courant ≤ 1 A). La ligne n'alimente pour le moment aucune charge électrique. La ligne est donc ouverte : le courant est nul dans chaque conducteur. Cette ligne est alimentée par un **générateur de tension constante** (figure 1). Il y a alors, à la mise sous tension, un courant électrique furtif à la surface des conducteurs. Ce courant amène des charges positives $+Q$ sur la surface du conducteur (sur une profondeur de quelques nm) qui est connecté à la borne + du générateur ⁽¹⁾. Conjointement nous avons autant de charges négatives qui se répartissent sur la surface du conducteur "-" (en réalité il y a un déplacement des électrons négatifs de la surface du conducteur "+" vers la surface du conducteur "-") : il s'agit d'un effet capacitif qui existe toujours entre 2 conducteurs soumis à une tension (constante ou non).

Ces charges créent un **champ électrique** (dit "électrostatique" car les charges, une fois réparties en une durée $t = \ell/C \approx$ quelques ns sur les conducteurs, ne bougent plus). La répartition de ce champ électrostatique autour des conducteurs est donnée figures 2, 3 et 4 de la 1/2 page de droite, tiré de l'aplet 3-D electrostatic field (www.falstad.com)

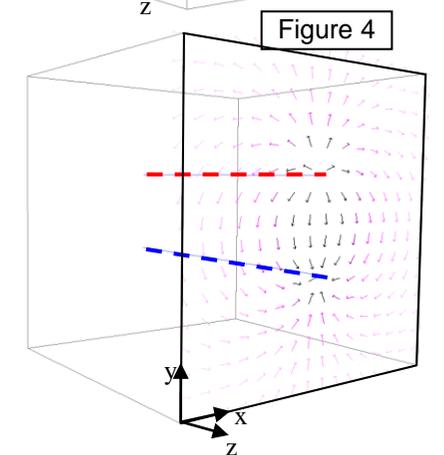
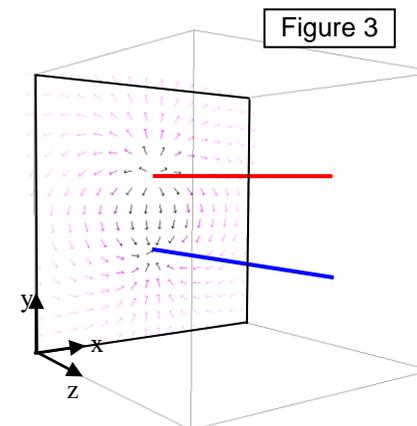
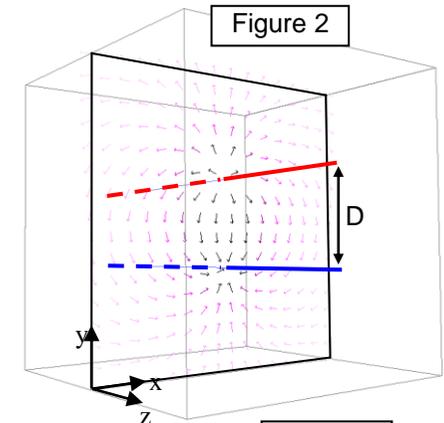
¹ Ces charges $+Q$ et $-Q$ sont données par la formule $Q = C.U$ ("ku = ku") avec $C = \frac{\pi \cdot \epsilon \cdot \ell}{\text{arccosh}\left(\frac{D}{2 \cdot r}\right)}$ [voir réf. biblio. 1] avec ϵ la permittivité diélectrique du milieu isolant, ℓ la

longueur de la ligne, D la distance entre axes des 2 conducteurs de la ligne et r le rayon d'un conducteur.

1. ligne bifilaire ouverte - Electrostatique.



vidéo 1



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

On visualise alors en 3 dimensions, les vecteurs "champ électrostatique" en divers points équidistants placés dans un plan transversal à la ligne ⁽²⁾. Le champ électrostatique est purement transversal ce qui signifie que le vecteur est "contenu" dans le plan transversal (x,y) (c'est-à-dire normal aux axes).

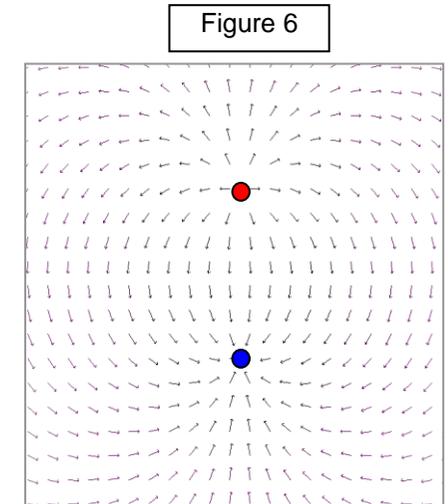
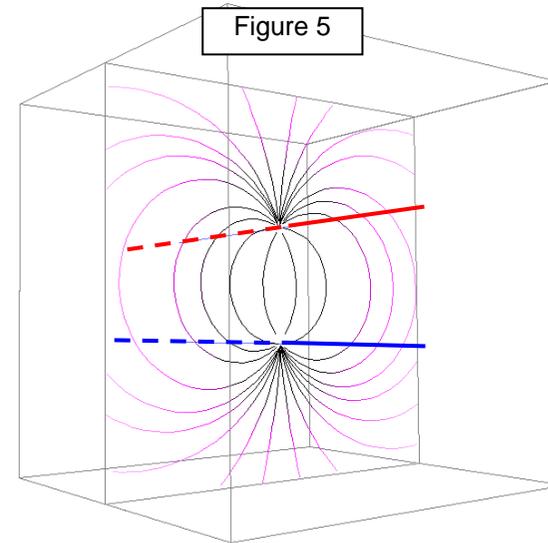
A l'étude des différentes figures 2, 3 et 4 on remarque que les vecteurs ne changent ni en intensité, ni en direction sur l'axe z : cela reste vrai tant que les effets de bords de la ligne n'interviennent pas, c'est-à-dire tant que l'on reste éloigné à une distance $d \gg D$ (au moins $10 \times D$) d'une extrémité de la ligne (côté générateur ou côté ouverture).

La figure 5 représente la répartition 3D du champ en termes de "lignes de champ" (analogue aux lignes de courant dans un cours d'eau qui donne les lignes des vecteurs "vitesse" des molécules d'eau). Cette représentation nous permet de saisir d'un seul coup d'œil l'orientation générale du champ électrique dans le plan d'étude. La figure 6 nous rappelle l'orientation du champ dans un plan transversal (x,y). Le champ électrostatique est d'autant plus intense que les lignes se resserrent : le champ le plus intense se situe dans la zone où les lignes apparaissent en noir sur la figure 5.

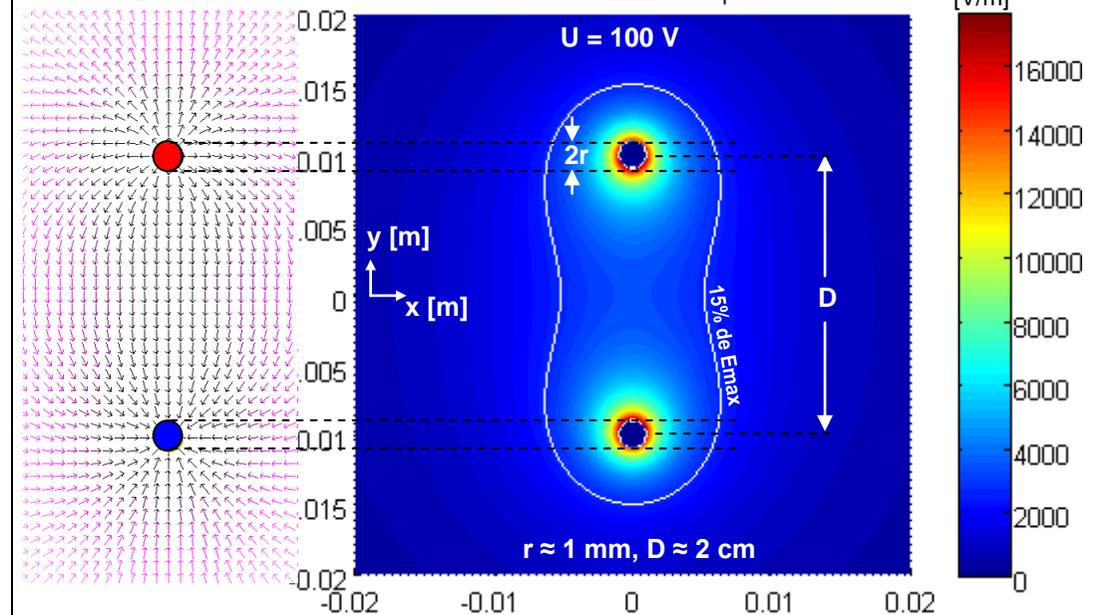
On remarquera que la valeur du champ est d'autant plus faible qu'on s'éloigne de la ligne : cela ne sera plus vrai lorsque la tension va varier dans le temps (cas de l'électrodynamique) où l'on pourra avoir, à une date donnée, un champ nul à une distance d quelconque de la ligne et un champ plus élevé à une distance plus élevée égale à $d + \lambda/4$ (λ = longueur d'onde du champ dans l'air) conséquence du phénomène de propagation non guidée ("rayonnement") qui sera vue ultérieurement.

La figure 7, tirée de l'applet Electrostatics (www.falstad.com) nous montre le vecteur "champ électrostatique" en des points équidistants répartis autour de la ligne, avec une meilleure résolution que précédemment : remarquer que les vecteurs électrostatiques sont dirigés du conducteur + vers le conducteur - et que le champ est d'autant plus intense qu'on se rapproche des conducteurs. Remarque également que le champ est radial à la surface des conducteurs ce qui devient de moins en moins vrai au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la ligne. Les lignes de champ s'étendent jusqu'à l'infini : il est faible mais non nul à l'infini (cependant, en pratique, l'environnement extérieur à la ligne bifilaire modifie plus ou moins fortement le champ électrostatique ambiant : émetteurs divers, présence d'autres conducteurs sous tension). L'influence de la ligne sur un champ électrostatique initialement présent dans un environnement quelconque peut s'avérer alors négligeable (analogie à la flamme d'une bougie qui modifie

² \vec{E} est grandeur vectorielle, ce qui signifie en pratique qu'un capteur de champ électrique placé en un point quelconque de l'espace donnera une valeur qui dépendra non seulement de sa position mais également de son orientation, contrairement à un capteur qui mesurerait une grandeur scalaire (température par ex) et donnerait alors une valeur insensible à l'orientation du capteur.



vidéo 2
Figure 7



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

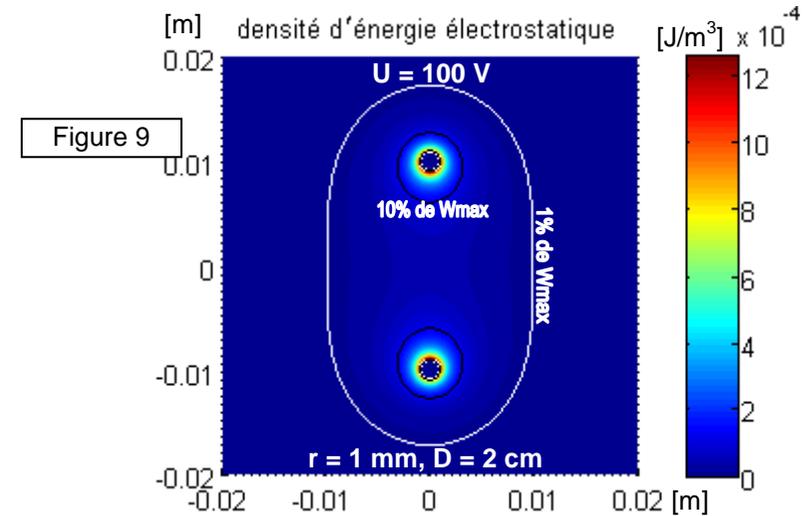
théoriquement la température de l'univers, mais qui en pratique n'a plus d'influence à quelques mètres de distance de la flamme). A titre d'illustration quantifiée, on donne figure 8 la répartition de E (= norme de \vec{E}) autour des fils conducteurs, obtenue avec le logiciel de calcul *Matlab*. Il reste essentiellement confiné à une distance $d < 10 \cdot r$ des axes. Le champ E est max à la surface des conducteurs en regard l'un de l'autre et vaut $E_{\max} \approx 18$ kV/m (couleur rouge foncé). Il chute à $E_{\min} \approx 3341$ V/m au point (0, 0) qui est un minimum local (milieu des 2 conducteurs). Remarquer un léger effet de proximité : le champ E est plus intense dans la zone où les conducteurs se font face, il n'est pas uniformément réparti sur la surface des conducteurs, preuve de la présence d'une répartition non uniforme des charges électriques sur leur surface.

Si la distance D entre les conducteurs montait à 20 cm, E_{\min} descendrait à 190 V/m au point (0,0), à comparer au champ électrostatique naturel atmosphérique de 100 V/m à 300 V/m par temps calme. On peut donc, avec les valeurs usuelles de tension (< qlq kV), négliger l'intensité du champ électrostatique créé par la tension devant le champ électrostatique naturel, à une distance de l'ordre de quelques m d'une ligne (ici 20 cm suffisent déjà). En revanche, si D diminue, alors E_{\min} sera plus élevé que les 3341 V/m min précédents mais tombera à une valeur plus faible à l'extérieur de la ligne, c'est-à-dire pour $|y| > D/2$: le champ reste alors encore plus "confiné" entre les conducteurs et son influence est encore plus faible à l'extérieur de la ligne : vu à une distance $d \gg D$ de la ligne, les conducteurs semblent se confondre en un conducteur unique globalement neutre qui ne produit donc plus de champ : on écartera donc les conducteurs au maximum pour assurer un champ élevé à l'extérieur : cas des antennes filaires.

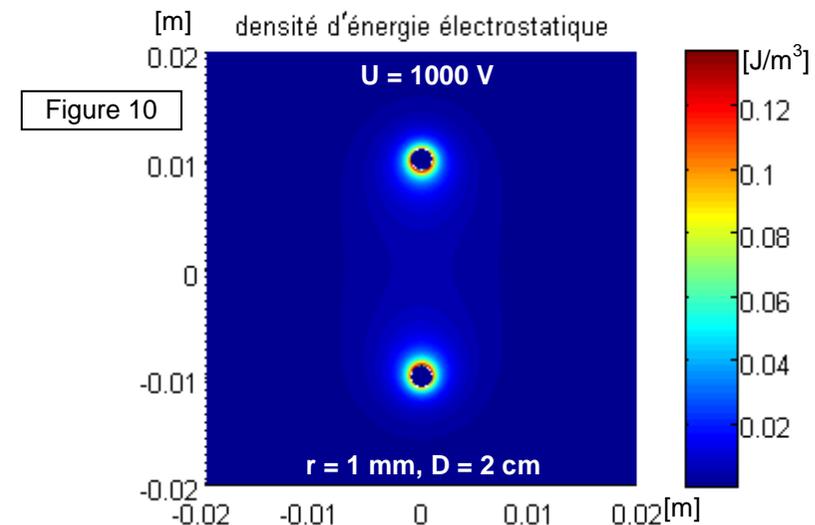
Si U montait à 17 kV pour la ligne étudiée ($r = 1$ mm et $D = 2$ cm) alors E_{\max} monterait à ≈ 3 MV/m : l'air s'ioniserait (c'est-à-dire qu'il deviendrait conducteur) à la surface du conducteur (apparition de l'effet "couronne" des lignes haute tension : ne pas s'en approcher car l'air étant conducteur on s'électrocute alors même qu'on n'a rien touché : il y a chaque année des gens électrocutés par arc électrique lorsqu'ils montent sur le toit des trains alimentés en 25 000 V : il faut s'en éloigner d'au moins 3 m ! <http://www.leparisien.fr/drancy-93700/un-adolescent-electrocute-au-dessus-des-rails-27-06-2009-561643.php>

Si U monte encore (90 kV) alors E_{\min} atteint les 3 MV/m : le champ qui règne en $x = 0$ à l'intérieur de la ligne est partout > 3 MV/m et il y a claquage diélectrique de l'isolant (air) : apparition d'un éclair (foudre), l'isolant est "percé". Cette valeur de tension, souvent accidentelle, peut être due à l'ouverture brutale d'une ligne inductive, être observée lors d'orages avec tombée de la foudre sur la ligne ou lorsqu'on frotte des éléments (étincelle avec des couvertures polaires, décharge électrique lorsqu'on touche une voiture ayant roulé...)

Afin d'éviter la création d'un champ E trop élevé à la surface des conducteurs (pertes d'énergie par ionisation de l'air qui provoque une fuite permanente de courant vers la terre : coût supplémentaire pour EDF, danger...) alors qu'une tension élevée entre conducteurs est imposée (400 kV par ex pour les lignes de transport EDF haute tension), il faut augmenter le rayon des conducteurs : cela entraîne l'augmentation de leur masse. Pour éviter cela (contraintes mécaniques), on peut réaliser une distribution dite en "faisceau" qui consiste à diviser le conducteur en 3 ou 4 brins parallèles maintenus à équidistance les uns des autres par des croisillons conducteurs [2]. Le champ peut atteindre 10 kV/m à 1 m du sol, dessous une ligne haute tension de 735 kV (les poils du corps se redressent à partir d'une valeur de 1 kV/m) [8]



L'énergie électrostatique (de densité volumique égale à $\frac{1}{2} \epsilon \cdot E^2$) est localisée à proximité (c'est-à-dire à une distance $d < 10 \cdot r$) des fils conducteurs (le contour blanc ci-dessus représente la limite dans laquelle la densité d'énergie varie d'un rapport de 1 à 100, le contour noir est obtenu pour un rapport de 1 à 10). Une tension plus élevée donnerait la même répartition de l'énergie (ci-dessous la figure obtenue pour $U = 1000$ V, soit 10 \times plus élevée qu'auparavant, est identique : seule la valeur de la densité d'énergie change) :



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

2. ligne bifilaire court-circuitée - Magnétostatique.

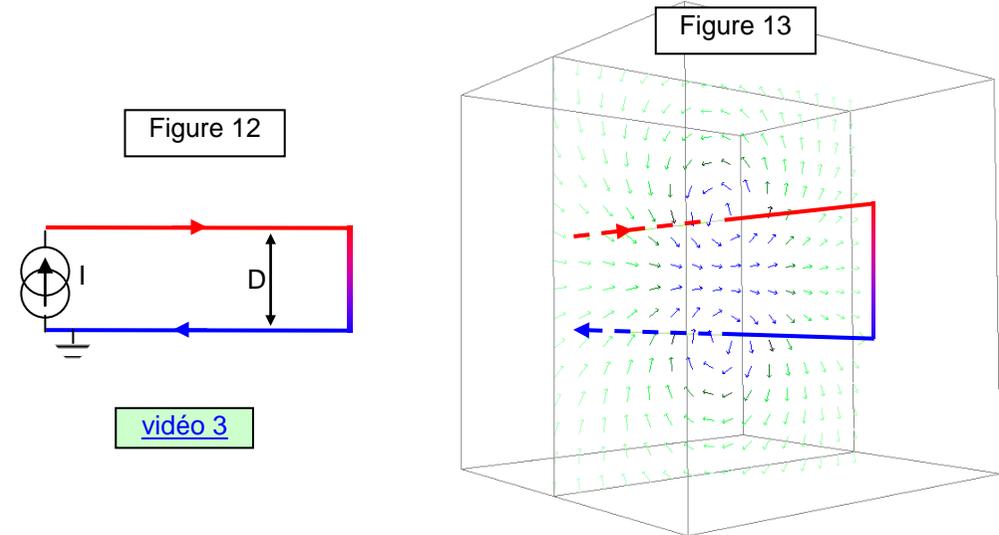
Présentons maintenant le circuit "dual" du précédent, c'est-à-dire une ligne bifilaire sous tension nulle (court-circuitée à son extrémité) et parcourue par un courant constant I (figure 12). L'absence de tension et la résistivité nulle des conducteurs imposent une absence de champ électrostatique en tout point, cependant la présence d'un courant (absent lors de l'étude précédente) crée un autre type de champ : le champ d'induction \vec{B} . La figure 13 tirée de l'applet *3D magnetostatics field* (www.falstad.com) présente le vecteur \vec{B} en chaque point équidistant dans un plan transversal à la ligne. Le champ \vec{B} , est également appelé **champ magnétostatique** car le courant I qui le crée est constant dans le temps. Comme \vec{E} précédemment, \vec{B} est purement transversal dans le cas de la ligne bifilaire, lorsqu'on reste à une distance $\gg D$ d'une des 2 extrémités. La figure 14 présente quelques lignes de champ (on a "supprimé" celles qui étaient trop proches des conducteurs car elles étaient très serrées les unes aux autres : cela aurait alourdi le schéma, mais il faut bien se rappeler que les lignes de champ peuvent être tracées en tout point. La figure 15 nous présente le champ B dans un plan transversal (il s'agirait uniquement de la composante transversale de B si B n'était pas totalement transversal)

Comme le champ E , le champ B est d'autant plus intense qu'on se rapproche des conducteurs (couleur bleu) et s'affaiblit au fur et à mesure qu'on s'en éloigne (couleur verte) : cela est caractéristique des champs statiques.

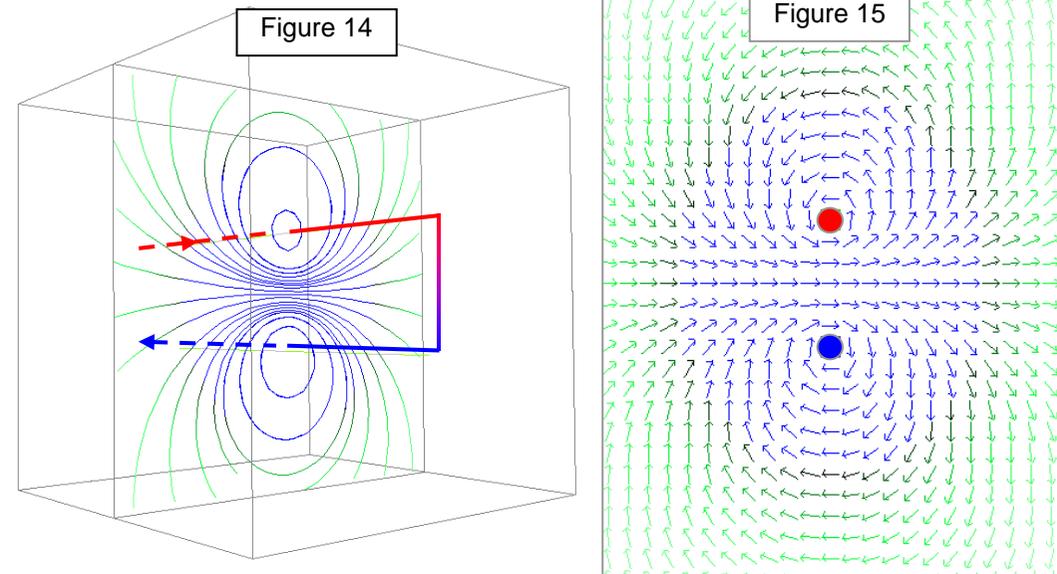
Comme pour le champ électrostatique, le champ magnétostatique créé par la ligne s'étend en principe jusqu'à l'infini, mais en pratique le milieu dans lequel baigne la ligne bifilaire n'est jamais purement "passif" : il influence lui-même le champ magnétostatique créé par le courant de la ligne (présence d'éléments ferromagnétiques comme les alliages de fer, nickel etc...mais également présence du champ magnétostatique terrestre et d'autres champs naturels ou artificiels).

A titre quantitatif, pour un courant I de 1 A on obtient une valeur B de 50 μT à 5 mm maximum de l'axe d'un conducteur de la ligne, c'est-à-dire la valeur approximative du champ magnétique terrestre (au-delà de cette distance le champ créé par le conducteur est plus faible que le champ terrestre). On peut donc également conclure qu'à une distance de l'ordre du mètre d'une ligne bifilaire, avec des courants usuels (< 1000 A par ex), le champ magnétostatique créé par les courants continus usuels devient négligeable face aux autres sources de champ (naturelles ou artificielles). Sous une ligne haute tension à 1 m du sol le champ B peut atteindre 15 μT [8]. Le corps humain est pratiquement insensible au champ magnétique très basse fréquence (qlq 10^{aines} de hertz), effets physiologiques perceptibles à partir de 5 mT, soit 330 fois plus élevé que sous une ligne HT, en conditions de laboratoire). [8].

2. ligne bifilaire court-circuitée - Magnétostatique.



vidéo 3



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Les figures 16 et 17 présentent l'intensité du champ B autour de la ligne bifilaire pour 2 courants différents. On constate que la répartition du champ est identique pour les 2 figures : seule la valeur du champ magnétique diffère. Mais, contrairement à ce qu'on obtenait avec le champ électrostatique, le champ magnétostatique n'est pas nul à l'intérieur des conducteurs : il ne s'annule qu'aux ordonnées $|y| = \sqrt{\frac{D^2}{4} + r^2} \approx D/2$, c'est-à-dire quasiment sur l'axe des conducteurs.

La figure 18 présente la répartition de l'énergie magnétostatique autour de la ligne (celle qui est responsable des surintensités lors des coupures brutales de courant dans les lignes inductives). Cette répartition est donnée par la densité volumique d'énergie magnétostatique $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot B^2$ (à comparer avec la densité

volumique d'énergie électrostatique $\frac{1}{2} \cdot \epsilon \cdot E^2$ vue précédemment). La courbe

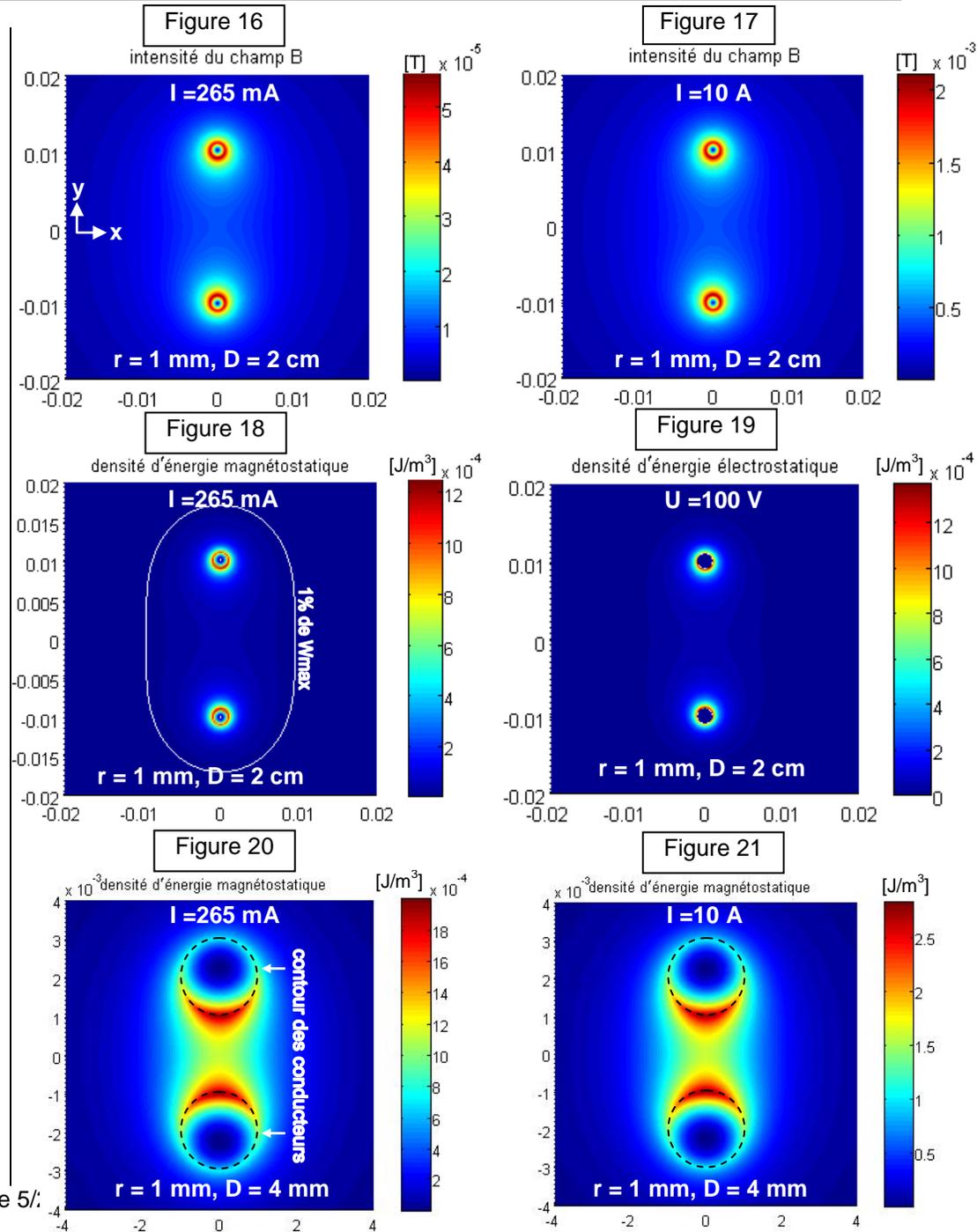
blanche présente le contour le long duquel la densité d'énergie est 100 × plus faible que sa valeur maximale (obtenue aux surfaces en regard des conducteurs) : encore une fois on constate que l'énergie reste concentrée à une distance inférieure à 10×r de chaque axe, et cette répartition ne dépend pas de la valeur de I (elle dépend en fait de la géométrie de la ligne)

Comparons à présent les figures 18 et 19 qui représentent la densité d'énergie magnétostatique pour I = 265 mA et la densité d'énergie électrostatique vu précédemment pour U = 100 V : on constate que leur valeurs sont comparables (autour de 1 mJ/m³ à la surface des conducteurs). Cela n'est pas dû au hasard :

pour un courant tel que $I = \frac{U}{\sqrt{\mu/\epsilon}}$ (soit $U/377 \approx 100 / 377 \approx 265$ mA pour un

diélectrique tel que l'air) alors les densités d'énergie magnétostatique et électrostatique sont comparables, sans être strictement égales (sauf à la surface des conducteurs et dans le plan médian x = 0). Cette configuration sera obtenue lorsque la ligne bifilaire sera chargée par une résistance de 377 Ω⁽³⁾, ou lorsqu'on évaluera les densités d'énergie à une distance d en zone "de champ lointain" en alternatif (d > λ approximativement), c'est-à-dire pour une onde plane (voir cours ultérieur).

³ 377 Ω correspond à l'impédance d'onde du vide $Z_0 = \sqrt{\mu/\epsilon}$, à ne pas confondre avec l'impédance caractéristique de la ligne donnée par la relation $Z_c = \frac{1}{\pi} \sqrt{\mu/\epsilon} \cdot \operatorname{arcosh}\left(\frac{D}{2 \cdot r}\right)$



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Les figures 20 et 21, qui correspondent à une ligne bifilaire de géométrie plus proche de la réalité (les conducteurs sont moins espacés que précédemment), sont obtenues pour des courants de 265 mA et 10 A. On observe plus explicitement un effet de proximité des conducteurs⁽⁴⁾ : les champs sont plus intenses sur les surfaces en regard des conducteurs. La répartition de l'énergie magnétostatique ne dépend pas de l'intensité du courant. Cela restera toujours vrai tant que les milieux diélectriques et les conducteurs resteront linéaires, c'est-à-dire dans la majorité des cas (pas d'effet de saturation)

En comparant les figures 18 et 20 on constate que la densité d'énergie magnétostatique ne dépend pas uniquement du courant mais également de la proximité du conducteur "retour" : plus les conducteurs sont proches l'un de l'autre et plus le champ magnétique (et la densité d'énergie magnétostatique qui en résulte) est élevée pour $|y| < D/2$ ("intérieur" de la ligne). C'est le contraire qui est obtenu à "l'extérieur" de la ligne, c'est-à-dire pour $|y| > D/2$: on a un effet d'addition (ou "superposition") des champs créés par le courant qui traverse chaque conducteur (addition à l'intérieur de la ligne, soustraction à l'extérieur de la ligne). On observe ainsi un des principes fondamentaux de l'électromagnétisme : le principe de superposition des champs magnétostatiques (champ total = addition des champs créés par chaque courant dans les conducteurs). Cela permet également de faire des calculs faciles sur des structures complexes : on divise une structure géométrique complexe en plusieurs fils droits, on calcule le champ créé par chaque fil droit comme s'il était seul puis on additionne vectoriellement les résultats pour obtenir le champ créé par la structure complexe.

3. Ligne bifilaire chargée.

Les lignes précédentes, après mise sous tension avec création d'une énergie électrostatique et magnétostatique confinées à une distance $d \approx 10 \times$ rayon d'un conducteur), ne véhiculent plus d'énergie (une pile ne débiterait plus, sauf à la mise sous tension). Cette énergie, bien qu'elle s'étende à l'infini, reste finie⁽⁵⁾ ; elle a été puisée dans le générateur lors du régime transitoire de mise sous tension avec présence simultanée d'une tension et d'un courant ayant donné lieu à la création d'une puissance (variation temporelle d'énergie) pendant un bref moment.

⁴ En toute rigueur la dénomination "effet de proximité" concerne la répartition du courant à la surface des conducteurs en régime de courant variable. Cette répartition est influencée par la présence plus ou moins éloignée du conducteur "retour", à ne pas confondre avec l'effet pelliculaire [3, chap.2.3.]

⁵ Par exemple la courbe mathématique $y = 1/x^2$ définie pour $x \in [1, +\infty[$ s'étend à l'infini (elle se rapproche toujours de l'axe $y = 0$ sans pour autant le toucher : on dit qu'elle a pour asymptote l'axe $x = 0$), pourtant la

surface qu'elle génère entre la courbe et l'axe $y = 0$ reste finie, égale à $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = \left[-\frac{1}{x} \right]_1^{\infty} = 1$

3. Ligne bifilaire chargée.

Figure 22

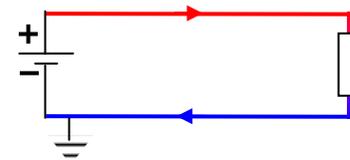


Figure 23

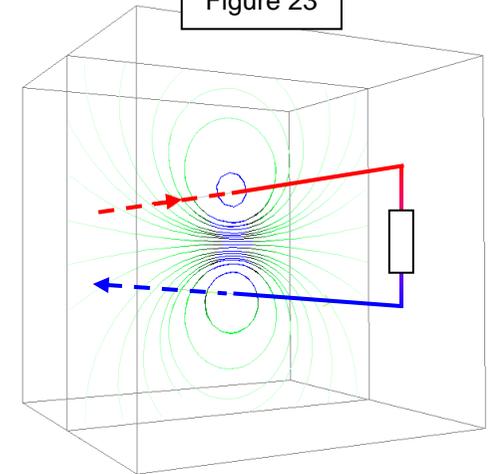


Figure 24

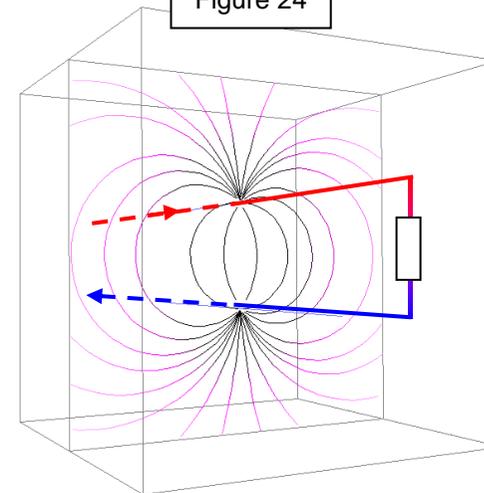
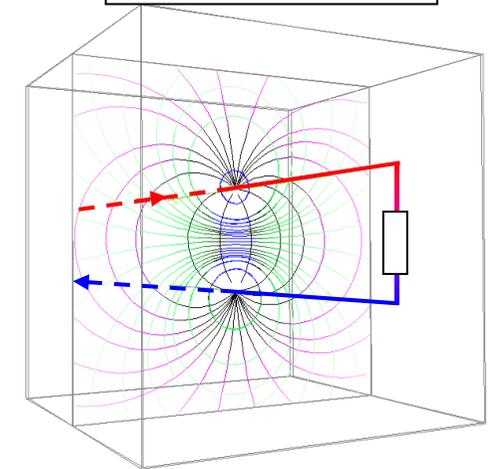


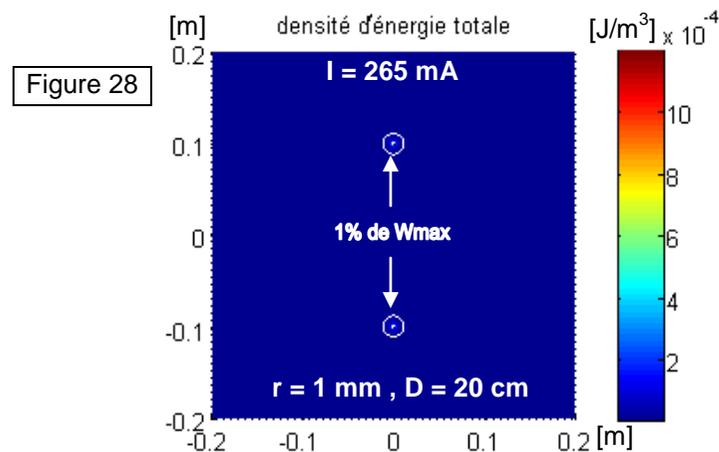
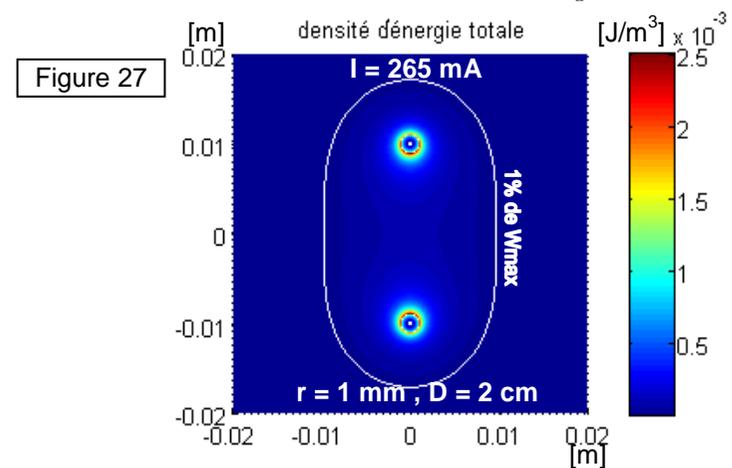
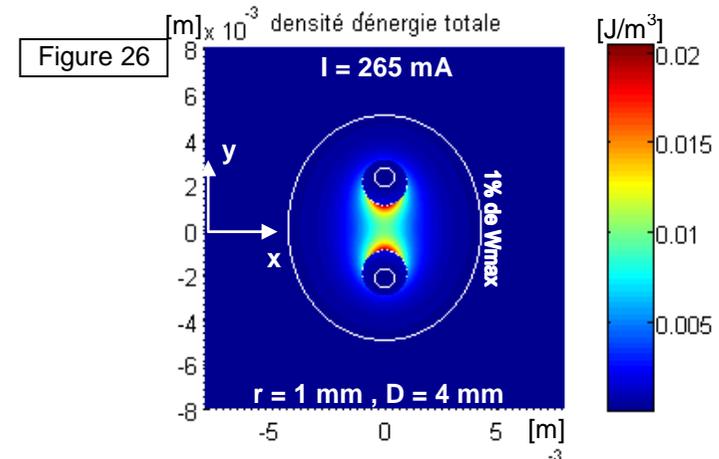
Figure 23 + 24 = figure 25



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Si l'on charge la ligne par une résistance quelconque (figure 22), il va en être autrement : la source débitera une énergie supplémentaire dans la résistance (charge), tant qu'elle y sera connectée. Cela est créé par la **présence simultanée** d'un champ électrique et d'un champ magnétique, qui donnent naissance à un flux d'énergie qui s'écoule de l'alimentation vers la charge, la vitesse d'écoulement de ce flux d'énergie étant donné par le vecteur de Poynting (voir paragraphe suivant). Les figures 23 et 24 à la 1/2 page de droite nous rappellent la répartition du champ électrique et du champ magnétique en l'absence de charge (pas d'énergie véhiculée mais présence d'énergie confinée) vu aux 2 paragraphes précédents. En présence de la charge, il suffit d'ajouter simplement les vecteurs pour obtenir la figure 25 : le champ électrique n'est pas modifié par la présence du champ magnétique, il y a indépendance des champs lorsqu'on est en régime de tension et courant constant : on peut étudier indépendamment l'effet d'une tension et l'effet d'un courant sur un champ. Cela ne sera plus vrai en alternatif, sauf dans le cadre de l'approximation "quasi-statique" ou à proximité ($d < \text{longueur d'onde} / 2\pi$) de la ligne ("champ proche").

Les figures 26, 27 et 28 représentent la densité d'énergie électromagnétique totale autour de la ligne bifilaire, égale à la somme de l'énergie électrostatique et de l'énergie magnétostatique, et cela pour un écartement de plus en plus élevé des axes des conducteurs. Les courbes blanches correspondent à la limite pour laquelle on descend à 1% de la densité maximale d'énergie électromagnétique, c'est-à-dire, grosso modo, au contour à l'intérieur duquel on a l'essentiel de l'énergie électromagnétique confinée : il s'agit pratiquement d'un cercle de rayon $4 \cdot r$ lorsque D est faible ($D = 4 \cdot r$) puis d'un cercle de rayon $10 \cdot r$ centré sur l'axe des conducteurs lorsque $D \gg r$ (figure 28). On peut conclure, pour simplifier, que l'énergie reste localisée dans un rayon max de $10 \cdot r$ autour de l'axe de chaque conducteur (ce qui englobe tous les cas : D faible à D élevé devant r). Avec un conducteur de rayon 1 cm cela donne donc un rayon de 10 cm à l'intérieur duquel l'énergie électromagnétique est localisée, quelle que soit l'intensité du courant (les valeurs de la densité d'énergie changent, pas sa répartition).



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

4. Transmission d'énergie. Vecteur de Poynting.

On démontre que l'énergie véhiculée (ou "propagée") par un champ électromagnétique s'effectue au rythme $\vec{\pi} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu}$ en un point quelconque où règnent à la fois les champs E et B (μ est la perméabilité magnétique du milieu où se trouve le point d'observation de $\vec{\pi}$). Cette "vitesse de transmission de l'énergie", ou ce "flux d'énergie" $\vec{\pi}$ est appelée vecteur de Poynting. Il s'agit plus exactement du débit moyen d'énergie [J/s] évaluée sur une section droite de 1 m² : son unité est donc en [J/s/m²], c'est-à-dire en [W/m²] et rend compte finalement de la densité de puissance observée en un point quelconque de l'espace où règnent les champs E et B. La direction de $\vec{\pi}$ nous donne la direction du déplacement de l'énergie au cours du temps.

Ce vecteur $\vec{\pi}$ était nul aux paragraphes 1 et 2 (ligne à vide et ligne court-circuitée) car on y avait soit B nul (paragraphe 1), soit E nul (paragraphe 2) : les 2 champs doivent être présents en même temps. Il en découle qu'il n'y avait pas d'écoulement d'énergie avec une ligne à vide ou en court-circuit : on le savait bien puisqu'on se rappelle que la puissance développée par une alimentation quelconque est nulle si elle est non chargée (c'est-à-dire "à vide") ou court-circuitée, c'est-à-dire qu'il faut toujours avoir U et I en même temps; cela n'empêche pas la présence d'énergie (énergie confinée à une distance < 10x r des axes), cela empêche simplement son déplacement.

On aura finalement la puissance $P = U \times I$ fournie à la charge telle que $P = \text{flux du vecteur de Poynting à travers toute surface fermée } S \text{ qui entoure la charge, c'est-à-dire } U \times I = \iint_S \vec{\pi} \cdot d\vec{S}$ Notre corps est insensible à la présence de cette puissance⁶ : toute

l'énergie qui part de la source est récupérée par la charge (il n'y aura pas de pertes dans l'air). A la rigueur on aura des pertes dans les conducteurs s'ils sont résistifs.

On rappelle figure 27 le spectre électrostatique et magnétostatique d'une ligne chargée par une résistance R et soumise à une tension constante U. La figure 28 est l'observation d'un plan transversal à la ligne : le vecteur $\vec{\pi}$ est représenté par des points noirs à certaines intersections de ligne de champ de E et B. Ils sont d'autant plus grands que $\vec{\pi}$ y est élevé. La figure 29 présente le champ $\vec{\pi}$ dans la perspective 3D de la ligne et la figure 30 présente quantitativement la répartition de π autour des conducteurs. Observer que π

⁶ Notre corps n'est sensible qu'à ce qui provoque des variations (par exemple un champ électrostatique n'est détecté que parce qu'il crée une érection des poils de la peau à partir d'une valeur de 1000 V/m, c'est ce déplacement des poils qu'on détecte). En alternatif les champs varient : donc le corps y sera beaucoup plus sensible. Je pense personnellement que l'insensibilité de notre corps à un vecteur de Poynting constant dans le temps est directement lié à ce fait (il en est évidemment plus du tout pareil lorsque le vecteur de Poynting varie dans le temps, c'est-à-dire en régime alternatif par exemple).

4. Transmission d'énergie. Vecteur de Poynting.

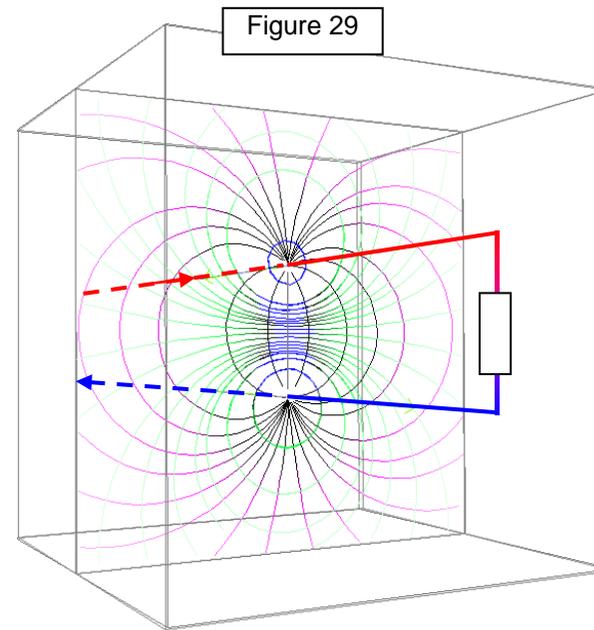


Figure 29

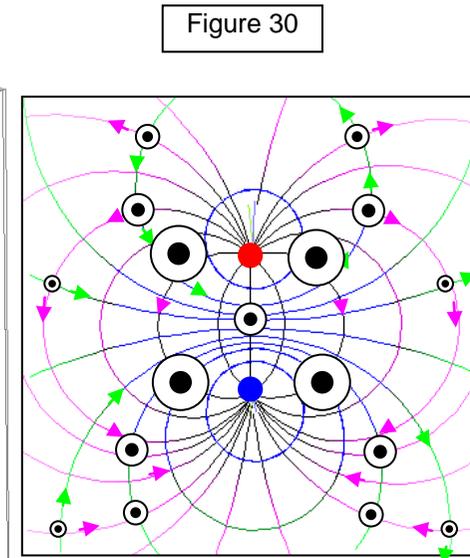


Figure 30

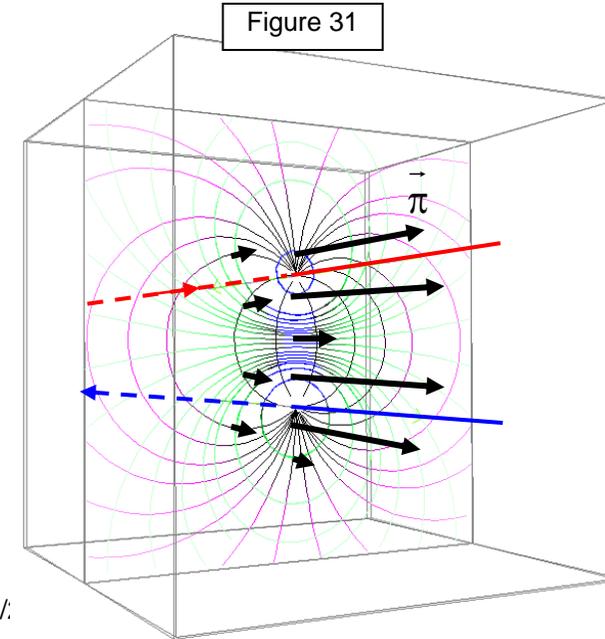


Figure 31

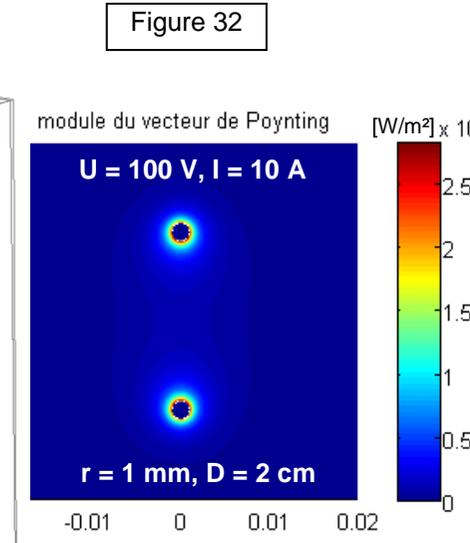


Figure 32

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

est nul à l'intérieur des conducteurs, ce qui est normal car E y est nul : la ligne ne sert qu'à guider l'énergie électromagnétique de la source vers la charge et non pas à la véhiculer⁽⁷⁾ ! l'énergie est, encore une fois, essentiellement véhiculée à une distance $d < 10 \times r$ des axes dans l'isolant qui les entoure.

La figure 33 montre le flux d'énergie qui sort du générateur pour pénétrer vers la charge (avec le cas de conducteurs résistifs cette fois-ci : le flux d'énergie y pénètre aussi et les chauffe). On pourrait croire finalement que l'énergie est véhiculée par les électrons des fils conducteurs : il n'en est rien ; les fils et plus explicitement les électrons de conduction ne véhiculent aucune énergie de la source vers la charge. Ils ne font que guider le flux d'énergie de la source vers la charge. Si l'on prend une source de tension alternative, on verra que le flux d'énergie sera d'autant moins guidé que la fréquence augmentera : l'énergie s'échappera des fils pour aller dans l'espace environnant et ne restera plus confinée à proximité des fils, c'est ce qu'on appellera le phénomène de propagation non guidée, plus souvent appelée "rayonnement". Pour résumer cela, on peut dire que le flux du vecteur de Poynting est nul à travers toute surface fermée qui entoure l'ensemble générateur + charge (sauf si la tension, et donc le courant, par voie de conséquence, est alternative : c'est alors le rayonnement qui sort de cette surface).

Finalement l'énergie électromagnétique à proximité d'un fil conducteur est comme l'eau contenue dans un tuyau d'arrosage : elle reste confinée à l'intérieur du tuyau et reste immobile tant que la vanne placée à son extrémité libre reste fermée (l'énergie confinée est analogue à la pression statique de l'eau dans le tuyau). Si on ouvre le gicleur à l'extrémité libre du tuyau (pour remplir un seau par ex), alors il y a écoulement d'eau du robinet (source) vers le gicleur (charge) : une pression dynamique apparaît (analogue au flux du vecteur de Poynting) et la pression statique reste inchangée (en l'absence de pertes de charges), analogue à l'énergie "électromagnéto-statique" qui reste inchangée et confinée. Si on ouvre et ferme brutalement et de manière répétée le robinet, on peut imaginer qu'il y aura successivement des "coups de bélier" qui vont percer le gicleur et, à terme, le tuyau : l'eau fuit et ne sera plus intégralement fournie au gicleur : c'est le phénomène de rayonnement électromagnétique.

Les figures 34 et 35 montrent la répartition de π pour 2 valeurs différentes du courant : elle est identique pour les 2 cas, seules les valeurs changent. Remarquer encore une fois la valeur $\pi = 0$ à l'intérieur des conducteurs parfaits (c'est-à-dire non résistifs).

La figure 36 nous présente, dans un plan transversal aux conducteurs de la ligne, la norme du vecteur de Poynting le long de la droite qui relie les 2 axes. Remarquer encore une fois la nullité de π à l'intérieur des conducteurs.

⁷ Si les conducteurs étaient résistifs, on observerait π de plus en plus dirigé vers le conducteur au fur et à mesure qu'on s'en approcherait : l'énergie serait "absorbée" par le conducteur...il s'agit tout simplement de l'effet Joule où une partie de l'énergie électromagnétique délivrée par la source est absorbée par les conducteurs puis ré-émise sous forme de chaleur.

Figure 33
champ de vecteurs de Poynting avec conducteurs résistifs

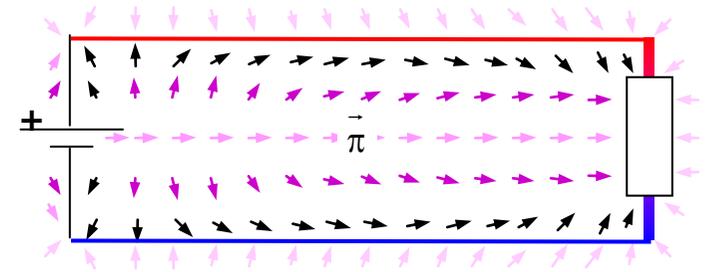


Figure 34

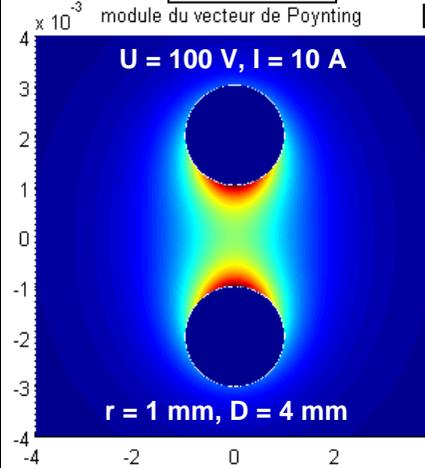


Figure 35

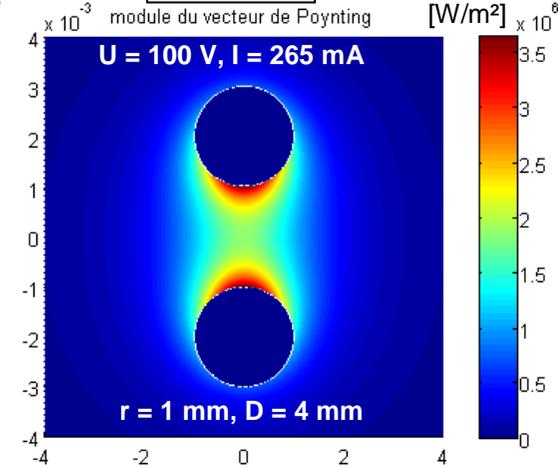
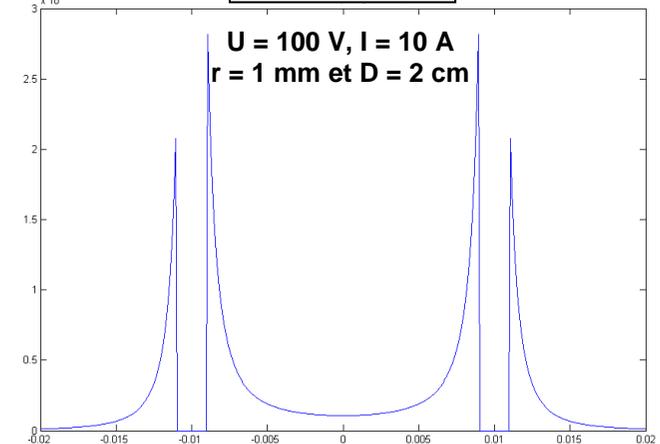


Figure 36

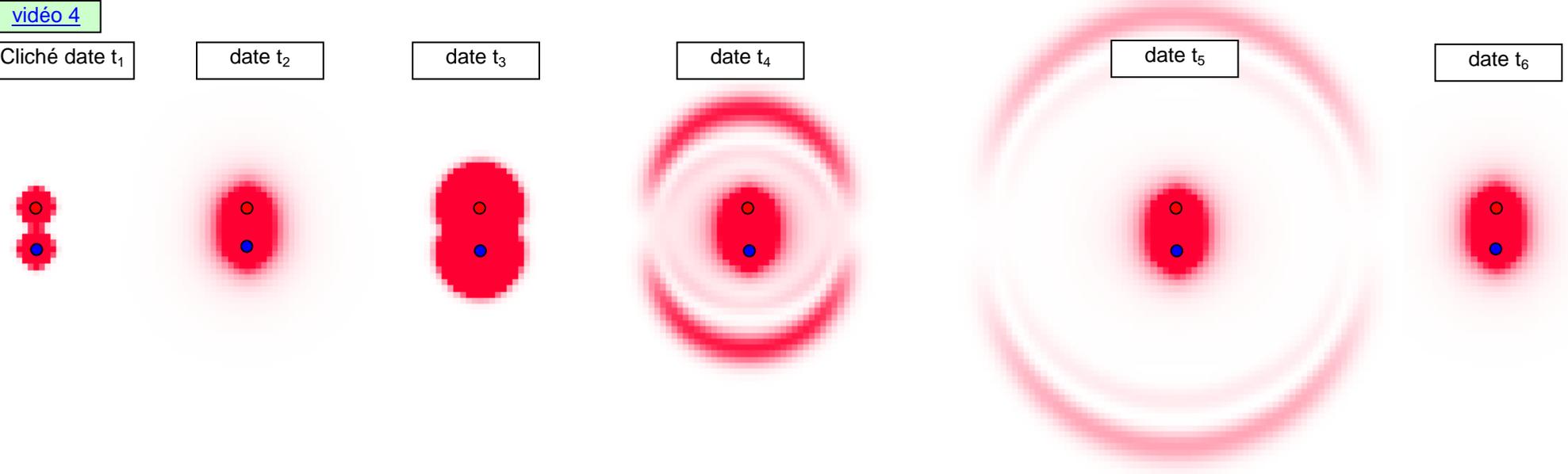


Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

5. Mise sous tension - création d'une onde.

On a vu que l'énergie électromagnétique restait confinée à proximité des conducteurs. Cette énergie a été apportée lors de la mise sous tension de la ligne : il y a eu présence d'un courant furtif (ou tension furtive) nécessaire pour l'établissement de l'énergie. Si la ligne a été soumise à une tension, ces courants furtifs ont donné lieu à une présence de charges en surface des conducteurs ⁽⁸⁾ Il y a donc eu présence simultanée de E (imposée par la tension) et de B furtif (imposé par le courant furtif) : il y a donc eu présence d'un vecteur de Poynting non nul et furtif lors du régime transitoire de mise sous tension : rien d'étonnant car l'énergie a été véhiculée de la source vers les conducteurs.

Cependant regardons d'un peu plus près ce qu'il s'est passé dans un plan transverse (c'est-à-dire perpendiculaire à l'axe des conducteurs), car quelque chose de nouveau s'est produit (applet *TM electrodynamics* de www.falstad.com : visualisation de l'énergie et du vecteur de Poynting dans le plan transversal, avec setup "dipole wire pair") :



Les clichés ci-dessus montrent l'évolution de la densité d'énergie électromagnétique qui se répartit au cours du temps autour des fils conducteurs (pour une ligne chargée par une résistance à présent), pour dessiner, à la date t_6 , la répartition de l'énergie en régime permanent étudié au paragraphe 1. A la date t_1 on met brutalement la ligne sous tension On constate tout d'abord que l'énergie augmente (date t_1 et t_2) autour de la ligne, ce qui semble intuitif puisqu'il faudra bien atteindre la répartition finale de la

⁸ Les charges créent un champ d'énergie dans l'espace. Cette énergie est intégralement puisée de la source. Lorsqu'on considère une charge fixe dans l'espace, cette dernière crée un champ vectoriel E donc également un champ énergétique W en tout point ; cette énergie est celle qu'il a fallu initialement dépenser pour apporter la charge à l'endroit qu'elle occupe actuellement (par exemple elle a été propulsée à un endroit donné grâce au « Big Bang » qui lui fournit l'énergie nécessaire ! Une fois la charge fixée, le champ énergétique est constant et ne se modifie plus tant que rien ne vient perturber le milieu où se trouve la charge : c'est de l'énergie potentielle. La charge fixe ne rayonne pas d'énergie : elle ne "s'affaiblit pas" au cours du temps. Si l'on modifie le milieu (en apportant une autre charge par exemple) ou si l'on déplace la charge, alors cela nécessitera une nouvelle dépense d'énergie qui modifiera le champ énergétique initial.

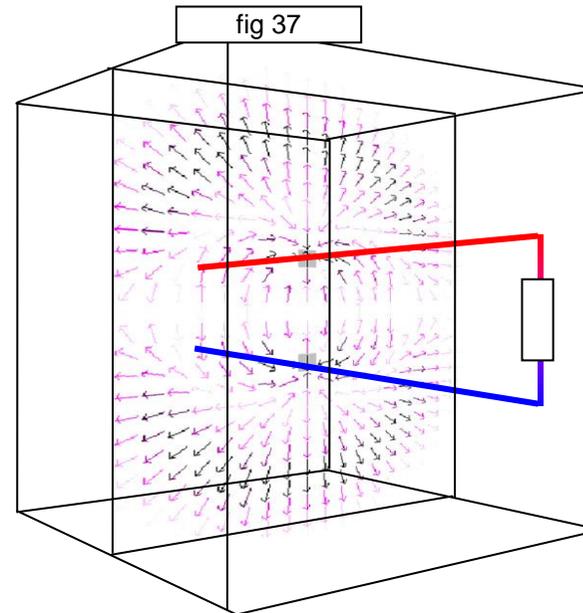
Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

date t_6 ...mais, horreur, au lieu de passer directement de l'étape t_2 à t_6 , comme on s'y attendait, on passe par les étapes t_3 , t_4 et t_5 : de **l'énergie s'échappe des conducteurs** : on a une zone de "vide" d'énergie située à l'intérieur de 2 zones pleines d'énergie : impensable avec ce qu'on retient des études précédentes pour lesquelles l'énergie décroissait forcément lorsqu'on s'éloigne des conducteurs. **Ce qu'on avait vu pour les champs statiques n'est donc plus vrai**...cela signifie donc que de l'énergie peut être émise à distance, sans l'aide de fils pour la guider : on a **rayonnement d'énergie**, cela sera à la base des communications radio.

Analysons ce qu'il se passe. On a vu que le vecteur de Poynting s'avérait non nul à la mise sous tension car on avait présence simultanée d'une tension et d'un courant lors du régime transitoire. Ce vecteur de Poynting devait être dirigé de la source vers les conducteurs (l'énergie progresse de la source vers l'extrémité des conducteurs et est guidée par les fils, comme on l'a vu au paragraphe 4) et ne devrait pas s'écarter des conducteurs. Cependant on observe que de l'énergie s'échappe des conducteurs, preuve que le vecteur de Poynting est également dirigé vers l'extérieur des conducteurs (il diverge : il y a en fait une composante radiale divergente du vecteur de Poynting, donc dans un plan transverse) : le vecteur de Poynting possède donc non seulement une composante longitudinale (c'est-à-dire dirigé vers l'axe z des conducteurs) mais également une composante transversale, c'est-à-dire dirigée dans un plan perpendiculaire à l'axe des conducteurs, ce qui est inattendu ⁽⁹⁾.

A la **figure 37** on représente, à une date t_3 (voir ultérieurement), la composante transversale du vecteur de Poynting (la composante longitudinale étant dirigée vers la charge après quelques aller-retour dans le sens source > charge puis dans le sens charge > source). L'énergie libérée qui en résulte donne lieu également à un va-et-vient transitoire d'énergie entre conducteurs et source, à proximité immédiate de la ligne ($d \ll D$). Cette énergie électromagnétique à proximité de la ligne est appelée "réactive" par opposition à celle qui s'échappe définitivement de la ligne et qu'on appelle énergie "active", ou "rayonnée".

Les **figures 38 à 42** suivantes montrent différents clichés correspondant aux dates vues précédemment lors de la libération d'énergie de la ligne.



⁹ Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface fermée entourant l'ensemble générateur - conducteurs - charge n'est plus nul (alors qu'il l'était en régime permanent, même quand la ligne était chargée par une résistance).

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

La suite du cours n'est pas abordable avec les élèves de BTS et s'adresse plus à un public universitaire L1 ou L2 :

vidéo 5

fig 38
cliché date t_1

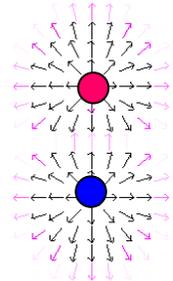


fig 39
cliché date t_2

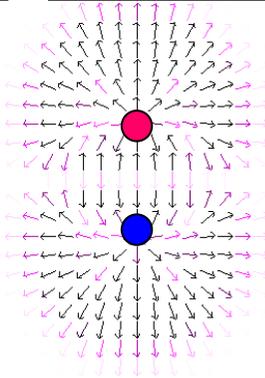


fig 40
cliché date t_3

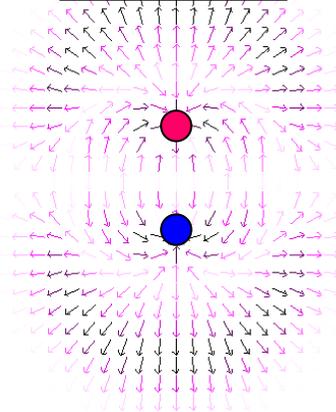


fig 41
cliché date t_4

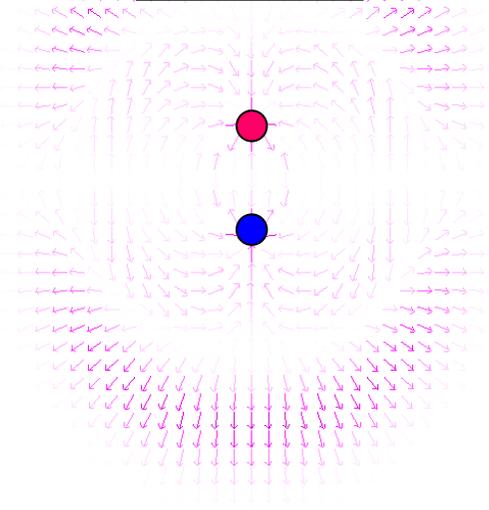
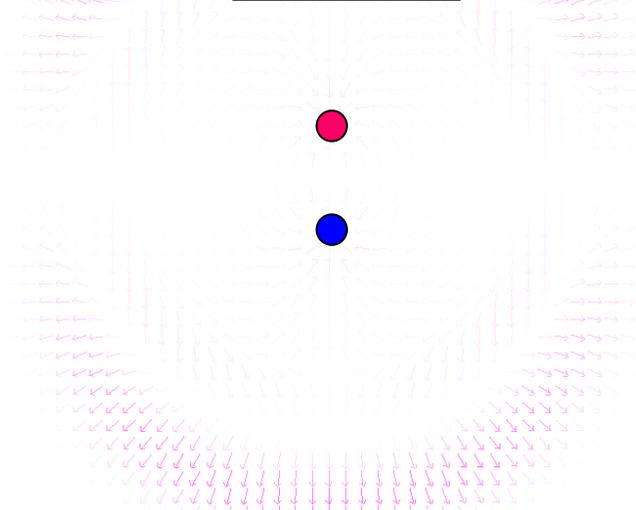


fig 42
cliché date t_5



A strictement parler, les clichés ci-dessus (et ci-dessous par la suite) correspondent à la ligne bifilaire du paragraphe 2 (c'est-à-dire court-circuitée et attaquée par un échelon de courant), mais cela ne change pas l'interprétation des phénomènes (on aura simplement absence de champ électrique en régime permanent). **Date t_1** : libération de l'énergie : le vecteur de Poynting est dirigé vers l'extérieur, la valeur la plus élevée du vecteur de Poynting correspond à la couleur noire. **Date t_2** : on remarque que le vecteur est parfois dirigé vers le conducteur : il s'agit d'une partie d'énergie qui repart vers les conducteurs : énergie réactive, due à la diminution du champ B qui crée une inversion du sens de rotation de l'induction B ⁽¹⁰⁾. **Date t_3** : une onde se détache des conducteurs : une zone claire apparaît entre 2 zones colorées. **Dates t_4 et t_5** : l'onde s'éloigne de la ligne. A la **date t_6** (non représentée ici) on ne voit plus rien : la composante transversale du vecteur de Poynting est nulle partout : il n'y a plus de libération d'énergie perdue ⁽¹¹⁾ dans l'espace (seule l'énergie stationnaire, statique, subsiste, ainsi que l'énergie qui se propage vers la charge et donne un vecteur de Poynting longitudinal).

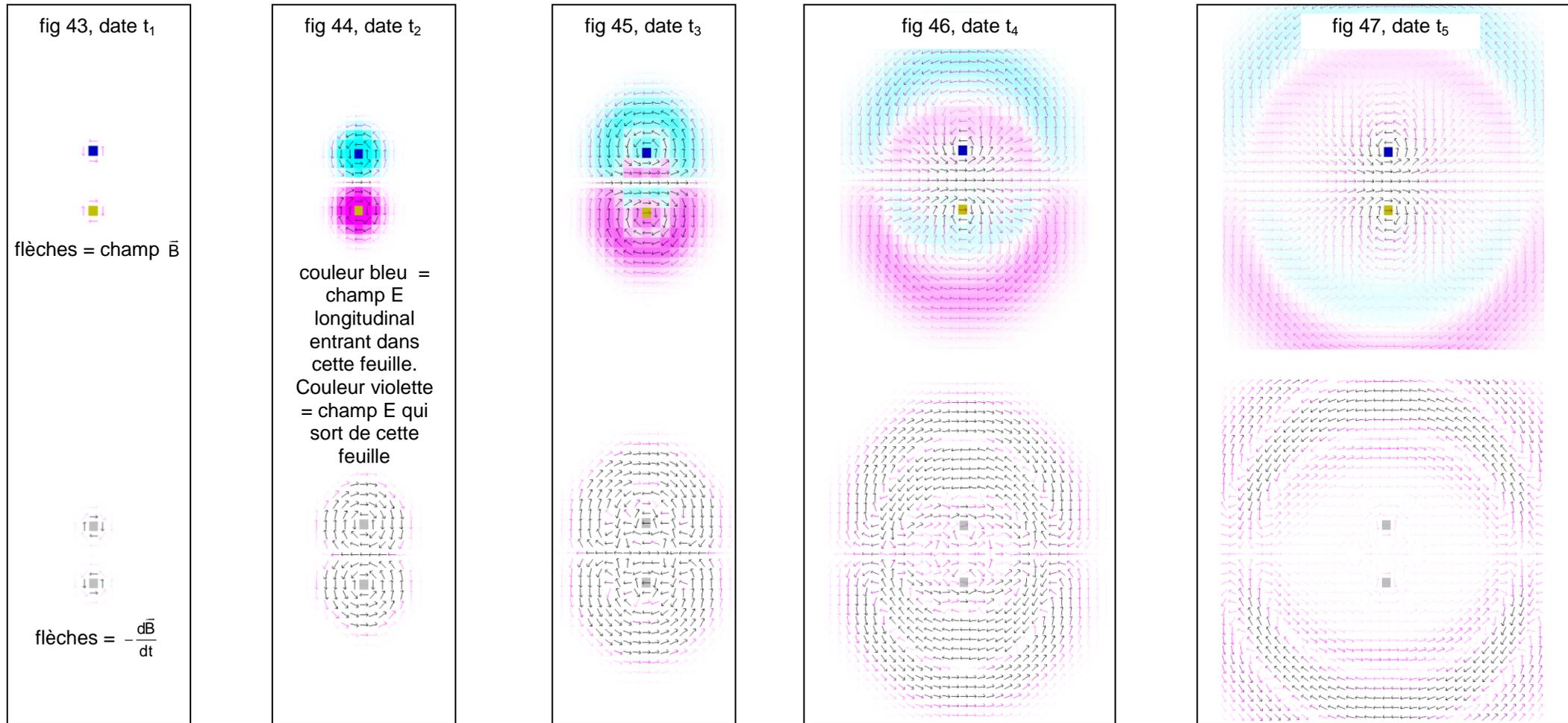
Pour comprendre la raison de l'apparition d'une composante transversale du vecteur de Poynting, il faut entrer dans les détails (non nécessaire pour les élèves de BTS) :

¹⁰ Cette énergie est une énergie réactive : la ligne bifilaire ouverte réfléchit les ondes en bout de ligne et également en départ de ligne (au niveau de la source), on a alors aller-retour de l'onde le long de la ligne (énergie propagée longitudinalement), avec un front d'onde de moins en moins raide (fréquences qui donnent lieu à de l'énergie rayonnée transversalement) et affaiblissement progressif de l'onde (énergie dissipée dans la résistance interne de la source et dans la résistance des conducteurs).

¹¹ Si on ne la récupère pas !

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Observons les clichés de E, B et dB/dt à différentes dates (figures en haut = champs B et E, figures du bas = champ $-dB/dt$) :



Date t_1 : $-dB/dt$ est transversal, E est donc longitudinal (c'est-à-dire qu'il entre ou sort de cette feuille, car $\text{rot } \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$). La composante transversale de π , notée π_t , est alors radiale divergente pour chaque conducteur. **Date t_2** : les composantes longitudinales de E apparaissent clairement (couleur violette : E est orienté vers le lecteur de ce cour ; la composante transversale de E n'est pas représentée ici). Notons qu'à proximité immédiate des conducteurs nous avons $-dB/dt$ qui change d'orientation, cela est dû à une augmentation du champ E, et donc apparition d'un B tel que $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 d\vec{E} / dt$ qui se trouve dans le sens contraire au B précédent : cela donne lieu à un vecteur de Poynting radial convergent vers les conducteurs, donc réabsorption d'énergie par les conducteurs. **Date t_3** : la modification du sens d'orientation de E ayant donné lieu à

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

une diminution de E, on arrive à une inversion du sens de E longitudinal, d'où le changement de couleur de E à proximité des conducteurs : on a en fait création d'une onde. Les figures suivantes peuvent s'analyser de la même manière. On constate donc que le vecteur de Poynting n'est finalement pas uniquement longitudinal : une composante transversale tantôt divergente, tantôt convergente apparaît pour s'annuler en régime établi (onde dite "TEM" en théorie des lignes). Cette composante transversale convergente correspond à une réabsorption partielle de l'énergie émise (l'énergie émise et non réabsorbée étant appelée « énergie active » ou « rayonnée »).

Finalement, parallèlement à cette propagation d'énergie vers la périphérie des fils (qui permet d'expliquer l'établissement du "nuage d'énergie" de la date t_1 à t_2) il y a **propagation d'une onde d'énergie** vers l'extérieur. La présence de cette onde (¹²) signifie qu'un capteur électromagnétique, même très éloigné de la ligne ($d > 10 \times r$), peut capter une énergie électromagnétique et faire bouger en permanence (tant que cette arrivée d'énergie existe) un dispositif quelconque (les électrons d'une antenne de radio par exemple). Cette action n'est rendu possible que parce que l'**énergie se propage**, c'est-à-dire qu'elle "avance" pour entrer dans le capteur posé sur sa trajectoire (¹³), c'est-à-dire qu'on est en présence d'une **puissance**, caractérisée par le vecteur de Poynting (guidé ou non par les fils) qui représente une puissance par m^2 de surface de "captage". La propagation de l'énergie, quand elle est non guidée par les fils, s'appelle généralement le **rayonnement (ou radiation) électromagnétique** et fera l'objet d'un cours ultérieur.

Le soleil nous envoie en permanence des ondes électromagnétiques qui, comme toute onde, se propagent : c'est la **lumière**. Le vecteur de Poynting qui en résulte vaut environ $1000 \text{ W} / m^2$ par temps ensoleillé, ce qui signifie qu'un panneau solaire de 1 m^2 placé transversalement par rapport aux rayons lumineux peut théoriquement délivrer 1000 W ! En réalité les panneaux solaires photovoltaïques actuels n'ont un rendement que de 10 % environ (l'énergie solaire n'a pas été une priorité de nos gouvernements et de nos industriels) : on arrive environ à récupérer seulement 100 W par m^2 de panneau solaire. Notons, pour en finir avec notre ligne que la création de cette onde non guidée (le rayonnement), n'est perceptible que si la mise sous tension (ou sous "courant") de la ligne s'effectue suffisamment rapidement : plus on établit lentement la tension aux bornes de la ligne, et moins l'onde émise est puissante (vecteur de Poynting moins élevé). Dans ce cas le cliché de la date t_6 correspondrait directement à l'état permanent (les clichés de la date t_2, t_3, t_4 et t_5 seraient "invisibles") observé en régime statique. La création de cette onde montre que les champs ne s'établissent pas à vitesse infinie dans tout l'espace, comme on aurait pu le croire aux paragraphes 1, 2 et 3. Lorsque le générateur est alternatif (cas courant en électronique et électrotechnique), le phénomène de rayonnement d'énergie devient de plus en plus prépondérant (par rapport à l'énergie guidée) au fur et à mesure que la fréquence du générateur est élevée : ainsi une ligne à vide connectée à un générateur de tension alternative débitera une "puissance" dans l'air d'autant plus importante que la fréquence sera élevée : on a fabriqué une antenne.

¹² Prévues par la présence simultanée de 2 équations de Maxwell : la relation de Maxwell-Faraday $\text{rot } \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ et la relation de Maxwell-Ampère $\text{rot } \vec{B} = \mu \left(\vec{j} + \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt} \right)$, ces 2 équations montrent qu'une variation

temporelle de B crée la présence d'un champ E (variable dans le temps le plus souvent) et dont la variation crée également la présence d'un B à proximité, et ainsi de suite on assiste à une propagation d'un couple E, B, c'est-à-dire à la présence d'une onde électromagnétique.

¹³ Si l'énergie avait seulement été présente sans se propager, comme c'est le cas de l'électrostatique ou de la magnétostatique vu aux paragraphes précédents, le capteur n'aurait pu être d'aucune utilité. En fait il n'aurait même pas détecté la présence d'un champ électromagnétique statique (la boussole détecte la présence d'un aimant permanent par ex. que si l'on possède une position de référence en l'absence de l'aimant). En effet, un capteur "statique" (par exemple une boussole pour le champ magnétostatique, un capteur à effet Hall ou tout autre capteur sensible à un champ constant) n'a d'intérêt que parce qu'il existe une position de référence déterminée pour une absence de champ. Une information (pôle Nord de la Terre donnée par la boussole par ex.) n'existe que s'il y a eu variation, à un moment donné ou à un autre, d'une caractéristique du milieu dans lequel est placé le capteur. Ainsi une aiguille de boussole qui indique le pôle Nord n'a d'intérêt que parce que parfois on déplace la boussole et donc le cadran placé sous l'aiguille, ce qui indique alors notre direction par rapport au Nord : il y a variation de la position du cadran. Un capteur à effet Hall ne donne une tension que par rapport à la tension donnée en l'absence de champ (position "0" du capteur). Cette propagation de l'énergie électromagnétique (caractéristique de la présence d'une onde électromagnétique) a été prévue théoriquement par Maxwell et confirmée expérimentalement par Hertz, ce qui a permis d'inventer et de construire des radios équipées de capteurs électromagnétiques : les antennes, ensuite la télévision, les radars, le téléphone portable etc...

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Bibliographie :

- [1] *Electromagnétisme*, Traité d'électricité volume 3, de Fred Gardiol, relation 11.159
- [2] *Electrotechnique*, 3^{ème} édition, de Théodore Wildi, De Boeck Université, chap 20.13
- [3] *Energie électrique*, Traité d'électricité volume 12, de M. Aguet et J.J. Morf, chap 2.1.11
- [4] *L'énergie ne passe pas par les fils*, par A. Deiber et F. Paviet-Salomon, BUP n° 858

Pour l'analyse des champs proches, brièvement abordée dans le cours précédent :

- [5] *Understanding electromagnetic fields and antenna radiation takes (almost) no math* par Ron Schmitt www.edn.com/contents/images/82250.pdf du 2 mars 2000.
- [6] *Quelques remarques sur la transmission d'énergie en champ proche*, par H. Bondar et F. Bastien, Annales de la fondation Louis de Broglie, volume 33, n°3-4, 2008.
- [7] *Near Field or Far Field ?* par Charles Capps, Article de <http://www.edn.com/contents/images/150828.pdf> du 16 août 2001.
- [8] www.hydroquebec.com/comprendre/champs/index.html

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Annexe :

Script Matlab permettant l'étude des champs électrostatique et magnétostatique :

```

%%%%%%%%% données de simulation %%%%%%%%%%
U=100; % tension d'étude
I=U/377; % courant d'étude
N=400; % étude des champs sur un plan (x,y) de dimension 2N+1 x 2N+1
r=1e-3; % rayon du conducteur
D=20*r; % distance entre les axes des conducteurs
Xmin=-D;% domaine d'étude
Xmax=D;
Ymin=-D;
Ymax=D;
Zmin=-D;
Zmax=D;
resolution=D/N; % distance entre 2 points de calcul

mu=4*pi*1e-7; % perméabilité du milieu diélectrique
epsilon=1/(36*pi*1e9); % permittivité du milieu diélectrique

%%%%%%%%% initialisation des variables %%%%%%%%%%
x=[];y=[];X=[];Y=[];V=[];E=[];B=[];BX1=[];BX2=[];BY1=[];BY2=[];BX=[];BY=[];
EX=[];EY=[];Elec=[];H=[];W_elec=[];W_magn=[];W=[];V=[];
S=[];Poynting=[];PoyntingX=[];PoyntingY=[];PoyntingZ=[];intersection=[];
X=Xmin:resolution:Xmax;
Y=Ymin:resolution:Ymax;
Z=Zmin:resolution:Zmax;
[x,y] = meshgrid(X,Y);

%%%%%%%%% définition des constantes intermédiaires de calcul %%%%%%%%%%
diam=2*r; % diamètre des conducteurs
d=D/2; % axes des conducteurs placés aux abscisses +/- d
C=pi*epsilon/(acosh(D/diam)); % capacité lineïque
lambda=C*U; % densité lineïque de charge
a=0.5*sqrt(D^2-diam^2);

%%%%%%%%% Calcul du potentiel électrostatique, avec V = 0 entre les axes et
%%%%%%%%% V = +/- U/2 dans les conducteurs, réf : Vander Vorst p.23

```

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

```
V=lambda/(4*pi*epsilon)*log(((x).^2+(y+a).^2)/((x).^2+(y-a).^2));
[N_ligne,N_colonne]=size(V);
for i=1:N_ligne
    for j=1:N_colonne
        if V(i,j)<=-U/2
            V(i,j)=-U/2; % correction des valeurs de V
        end;
        if V(i,j)>=U/2;
            V(i,j)=U/2;
        end;
    end;
end;
clf;surf(x,y,V);shading interp;title('potentiel électrostatique');colorbar;pause

%%%%%%%%% Calcul des coordonnées de E en chaque point (x,y)%%%%%%%%%
[EX,EY]=gradient(-V,D/N,D/N); % calcul des X et Y du vecteur E, chaque point
                                % de calcul étant espacé de D/N en abscisse et
                                % en ordonnée.

for i=1:N_ligne
    for j=1:N_colonne
        E(i,j)=sqrt(EX(i,j)^2+EY(i,j)^2);
    end;
end;
clf;surf(x,y,E);shading interp;title('intensité du champ E');colorbar;
pause;
% clf;quiver(x,y,EX,EY);pause; % spectre de E, regardable si N < 6

% tracé du contour pour lequel on a 10% de Emax
Emax=max(max(E)); % extraction de la valeur la plus élevée de la matrice E
hold on;contour3(x,y,E, [0.1*Emax 0.1*Emax], 'w');
pause;hold off;

%%%%%%%% calcul de la densité d'énergie électrostatique en chaque point (x,y)
W_elec=0.5*epsilon*E.^2;
clf;surf(x,y,W_elec);shading interp;title('densité d\'énergie électrostatique');
colorbar;pause;
```

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

```
% tracé du contour pour lequel on a 1% et 10% de W_elec_max
W_elec_max=max(max(W_elec)); % extraction de la valeur la plus élevée de la matrice W_elec
hold on;contour3(x,y,W_elec, [0.1*W_elec_max 0.1*W_elec_max], 'w');
contour3(x,y,W_elec, [0.01*W_elec_max 0.01*W_elec_max], 'k');
pause;hold off;

%%%%%%%% calcul des coordonnées de B pour chaque point (x,y) Gardiol p.273 %%
r1=sqrt(x.^2+(y-d).^2); % distance du point (x,y) à l'axe du conducteur 1
r2=sqrt(x.^2+(y+d).^2); % distance du point (x,y) à l'axe du conducteur 2
for i=1:N_ligne
    for j=1:N_colonne % calcul de B en chaque point, comme si les conducteurs
        % avaient un rayon infini. Cela sera corrigé par la
        % suite
        BX1(i,j)=-(mu*I/(2*pi))*(y(i,j)-d)./r^2;
        BX2(i,j)=(mu*I/(2*pi))*(y(i,j)+d)./r^2;
        BY1(i,j)=(mu*I/(2*pi))*x(i,j)./r^2;
        BY2(i,j)=-(mu*I/(2*pi))*x(i,j)./r^2;

        if r1(i,j)>=r % calcul de B à l'extérieur du conducteur 1
            BX1(i,j)=-(mu*I/(2*pi))*(y(i,j)-d)./r1(i,j)^2;
            BY1(i,j)=(mu*I/(2*pi))*x(i,j)./r1(i,j)^2;
        end;
        if r2(i,j)>=r % calcul de B à l'extérieur du conducteur 2
            BX2(i,j)=(mu*I/(2*pi))*(y(i,j)+d)./r2(i,j)^2;
            BY2(i,j)=-(mu*I/(2*pi))*x(i,j)./r2(i,j)^2;
        end;
    end
end

BX=BX1+BX2; %%%% abscisses de B aux points (x,y)
BY=BY1+BY2; %%%% ordonnées de B aux points (x,y)
%clf;quiver(x,y,BX,BY);pause; % spectre de B, regardable si N < 6

[N_ligne,N_colonne]=size(BX);
for i=1:N_ligne
    for j=1:N_colonne
        B(i,j)=sqrt(BX(i,j).^2+BY(i,j).^2); % calcul de la norme de B
    end
end
clf;surf(x,y,B);shading interp;title('intensité du champ B');colorbar;pause;
```

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

```

%%%%%%%% calcul de la densité d'énergie magnétostatique en chaque point (x,y)
W_magn=(0.5/mu)*B.^2;
clf;surf(x,y,W_magn);shading interp;title('densité d\primeénergie magnétostatique');
colorbar;pause;

%%%%%%%% calcul de la densité totale d'énergie en chaque point (x,y)
W=W_elec+W_magn;
clf;surf(x,y,W);shading interp;title('densité d\primeénergie totale');colorbar;pause;

%%%%%%%% calcul du vecteur de Poynting P %%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:N_ligne
    for j=1:N_colonne
        Elec=[EX(i,j) EY(i,j) 0]; % coordonnées du vecteur E au point (x,y,0)
        H=1/mu*[BX(i,j) BY(i,j) 0];
        S=cross(Elec, H); % S = Elec ^ H, est de la forme [0,0,z]
        PoyntingX(i,j)=S(1,1); % coordonnées du vecteur de Poynting pour chaque
            % point (x,y)
        PoyntingY(i,j)=S(1,2);
        PoyntingZ(i,j)=S(1,3);
        Poynting(i,j)=sqrt(PoyntingX(i,j)^2+PoyntingY(i,j)^2+PoyntingZ(i,j)^2);
    end;
end;
clf;surf(x,y,Poynting);shading interp;title('module du vecteur de Poynting');
hold on; contour3(x,y,Poynting,5,'k');hold off;colorbar;pause;

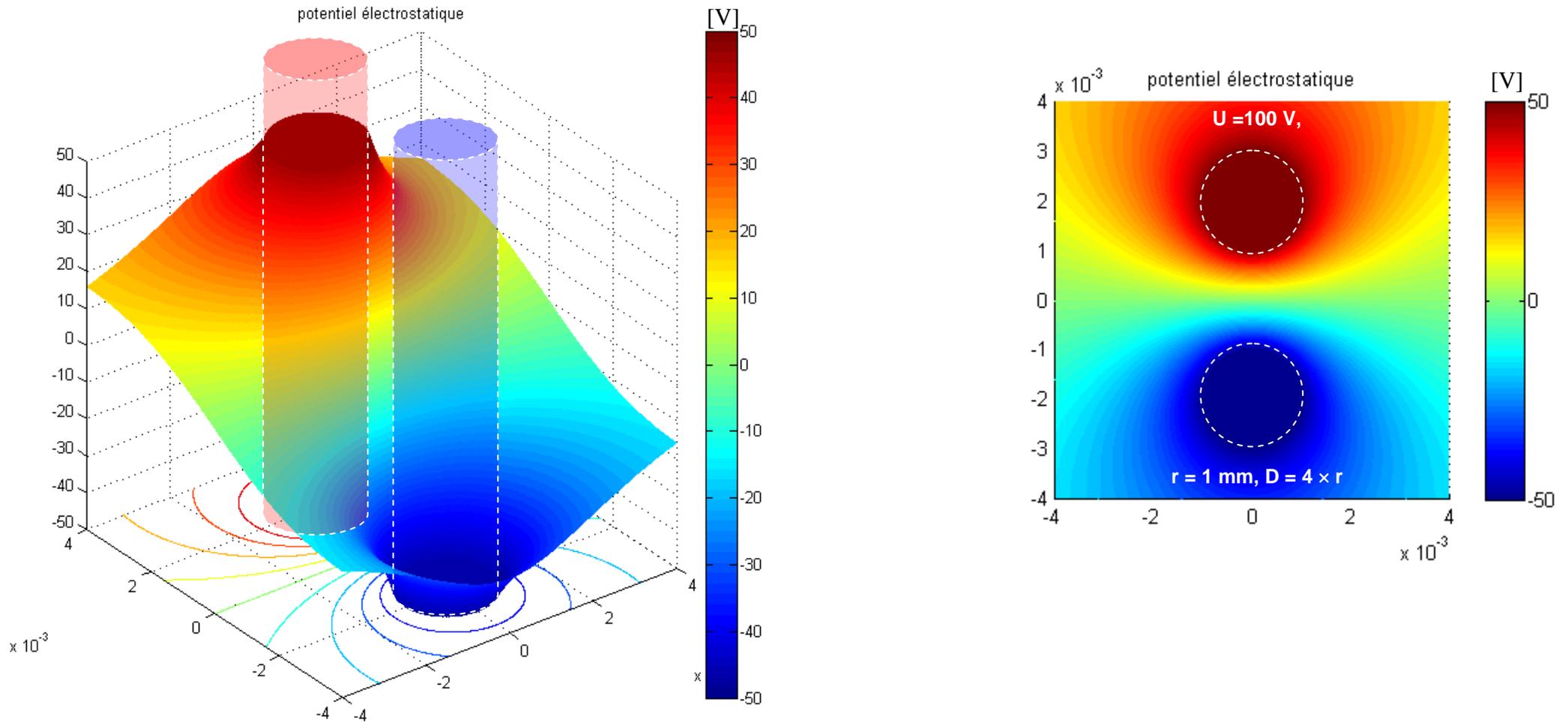
%%%%%%%% projection dans le plan X= X0 %%%%%%%%%%%%%%%
X0=0;
N=length(Xmin:resolution:X0);
intersection=Poynting(:,N); % extraction de la Nième colonne de P qui correspond à X = X0
clf;plot(Y,intersection);title('norme du vecteur de Poynting dans le plan X = 0');

```

Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

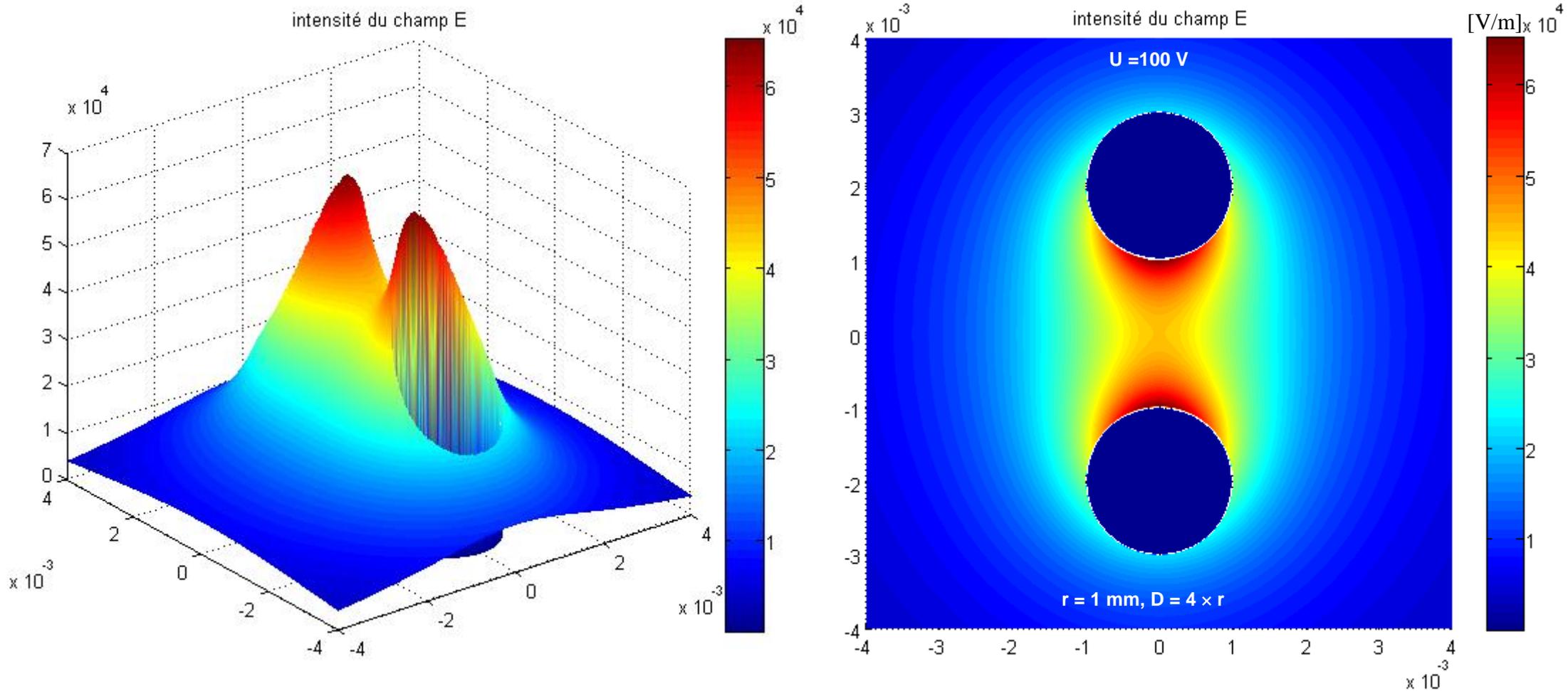
Quelques illustrations pour vidéo - projecteurs ou transparents.

Tracé des potentiels électrostatiques pour $U = 100 \text{ V}$, $I = U/R \approx 265 \text{ mA}$ ($R \approx 377 \Omega$) ; $D = 4 \text{ mm}$, $r = 1 \text{ mm}$:



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

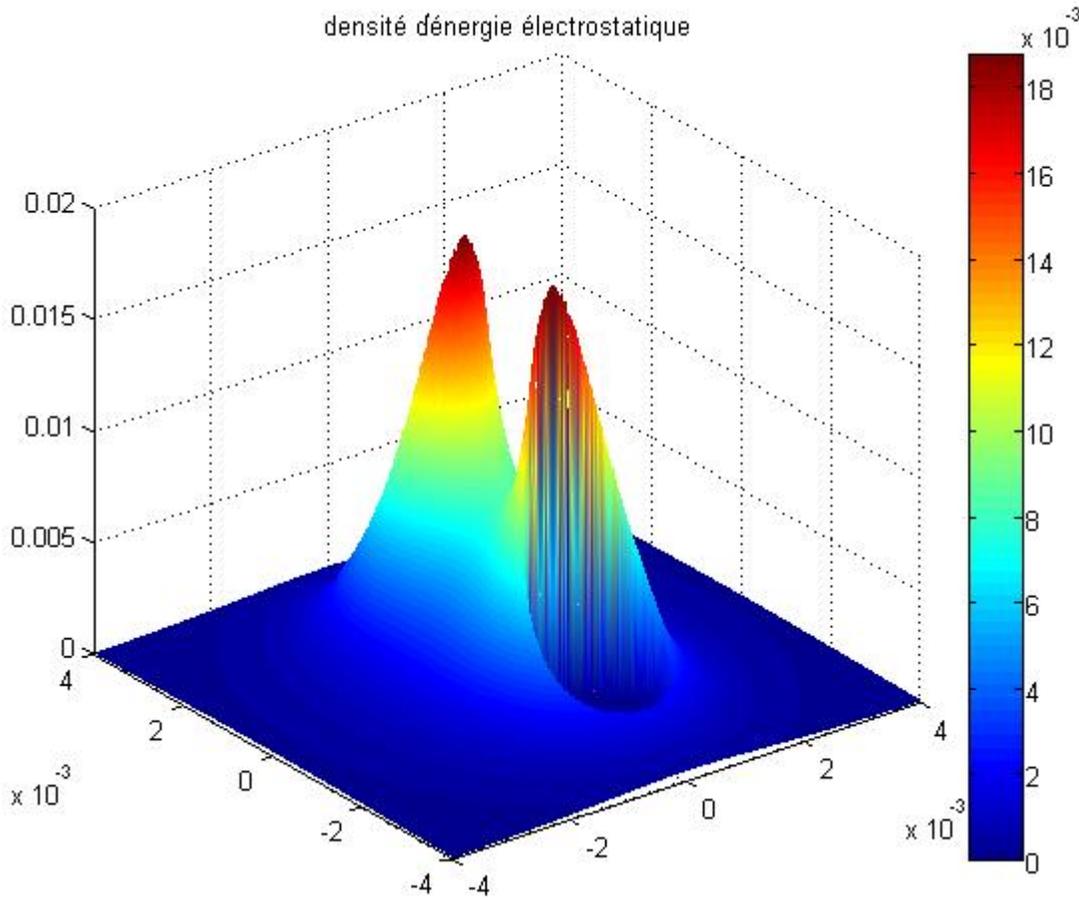
Tracé de l'intensité de E



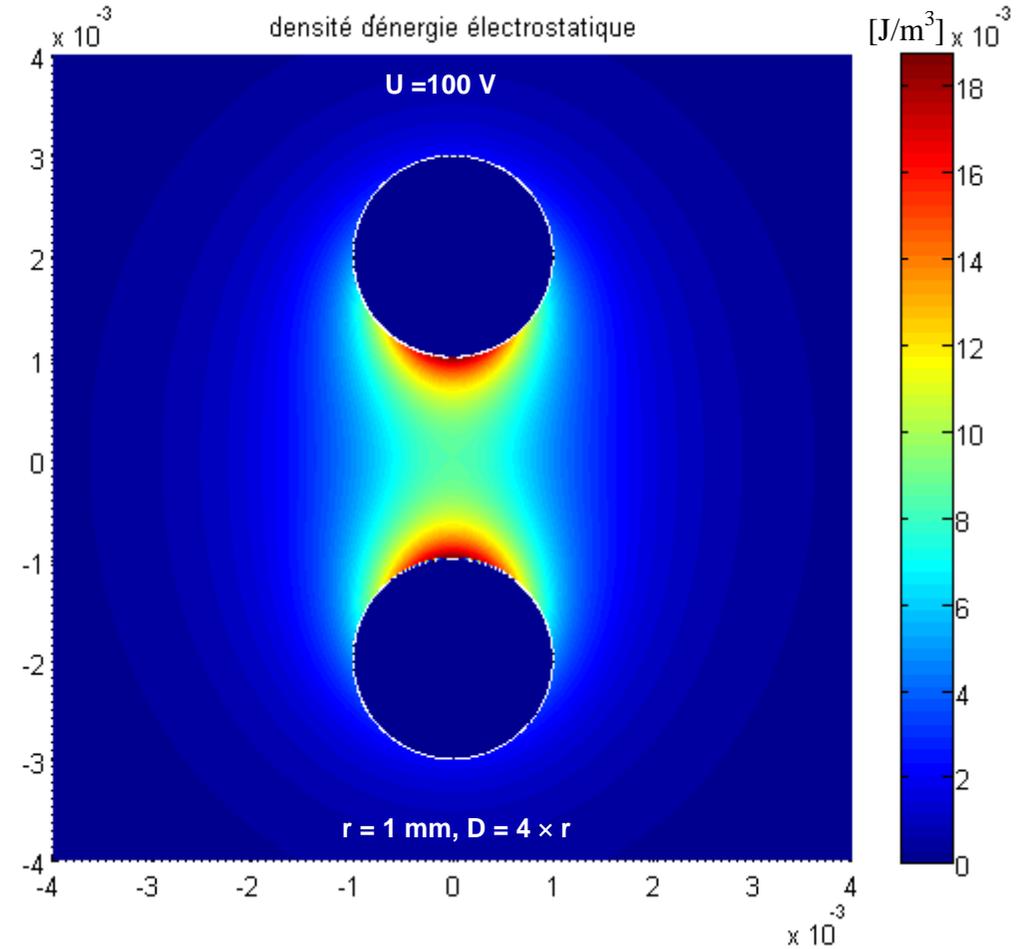
Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Tracé de la densité volumique d'énergie électrostatique

densité d'énergie électrostatique

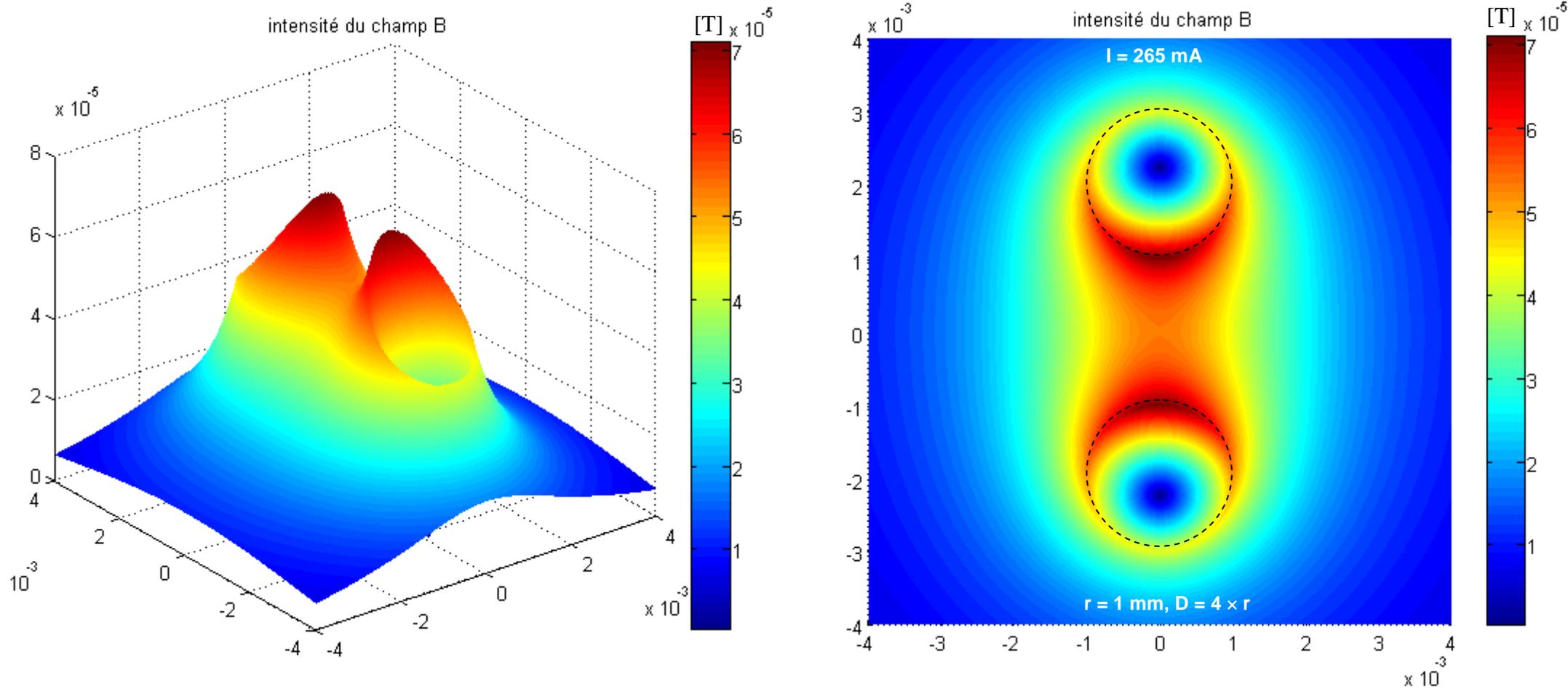


densité d'énergie électrostatique



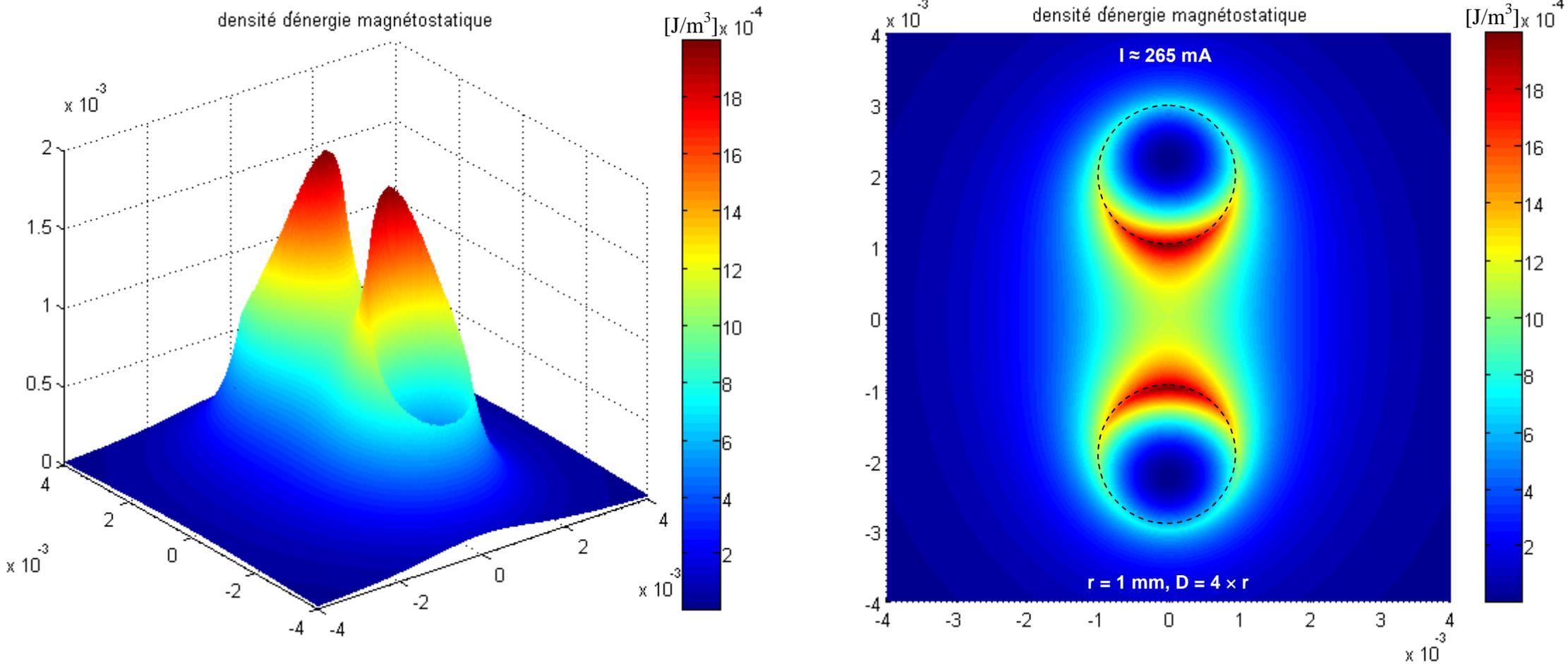
Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Tracé de l'intensité du champ magnétique



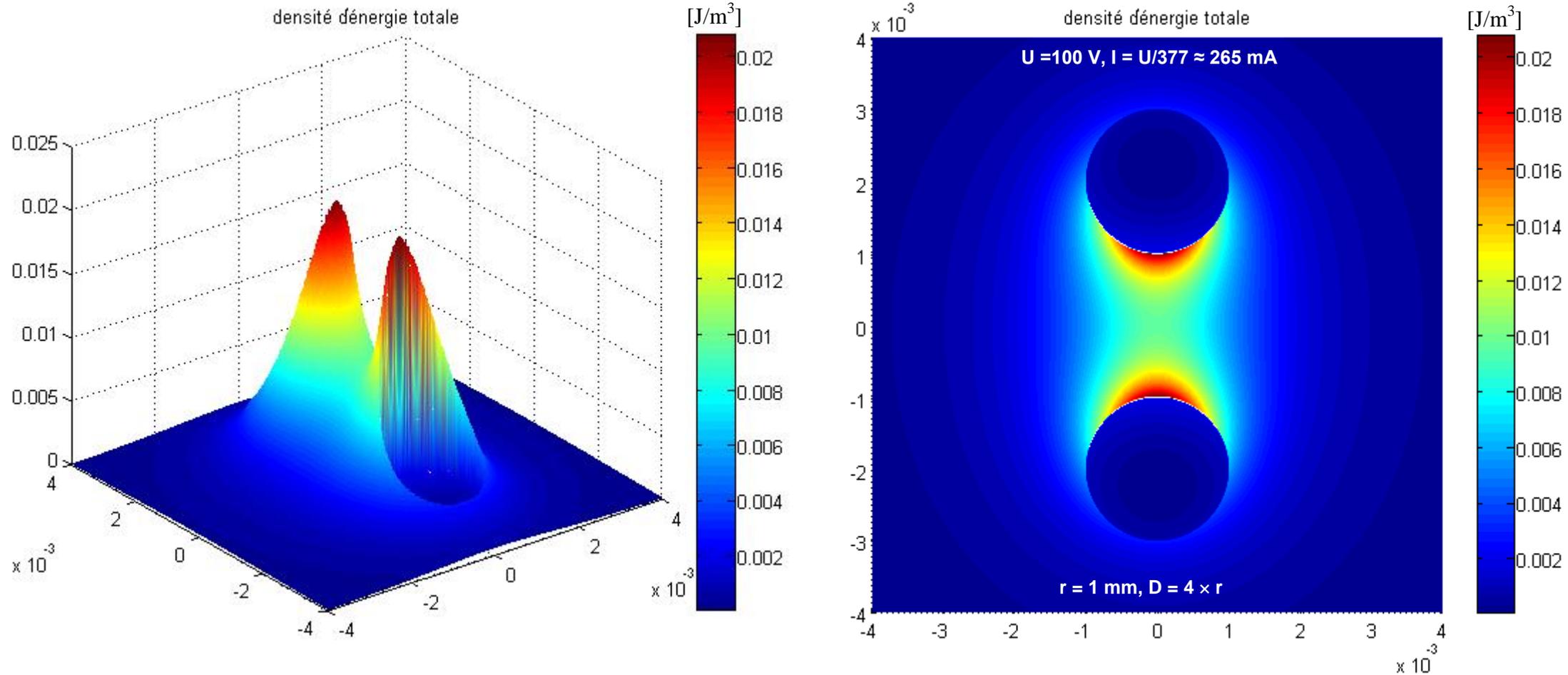
Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Tracé de la densité d'énergie magnétostatique :



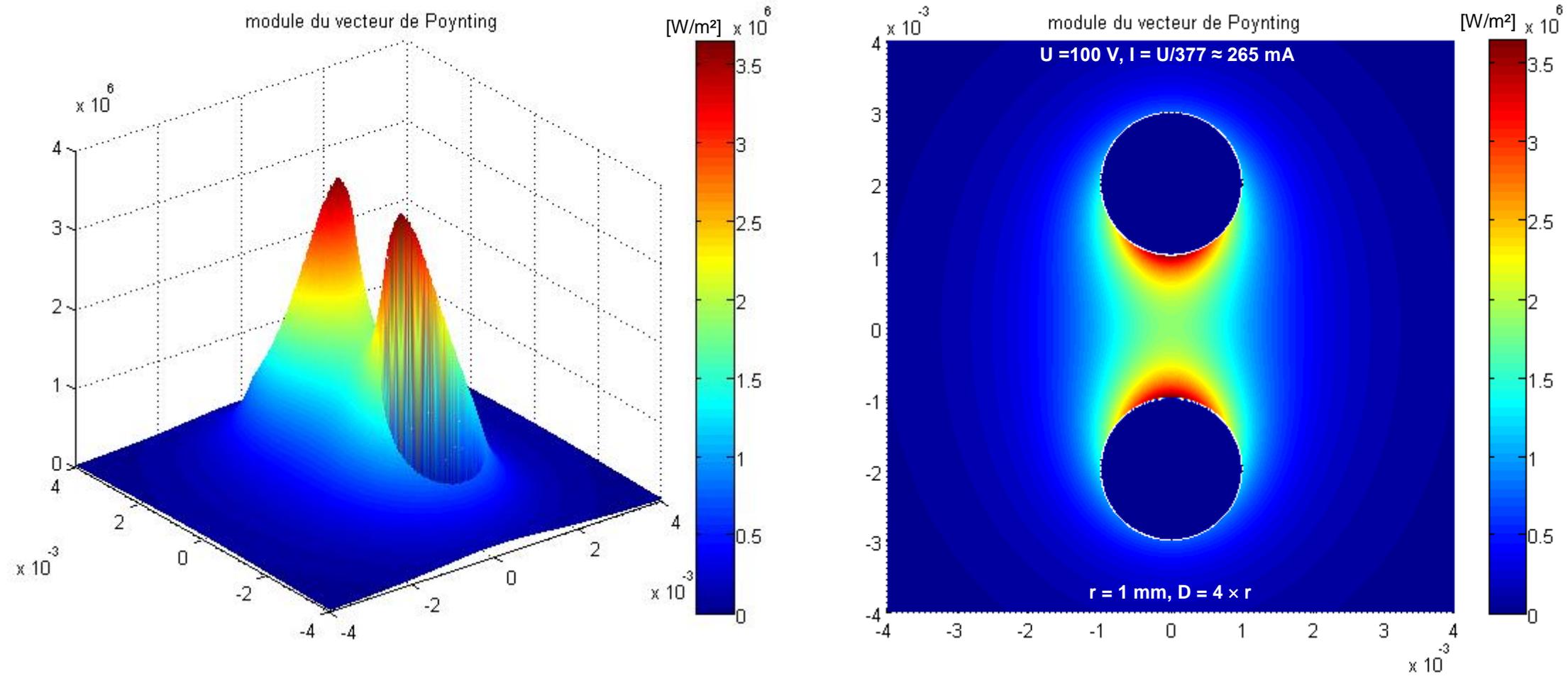
Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Tracé de la densité volumique d'énergie totale



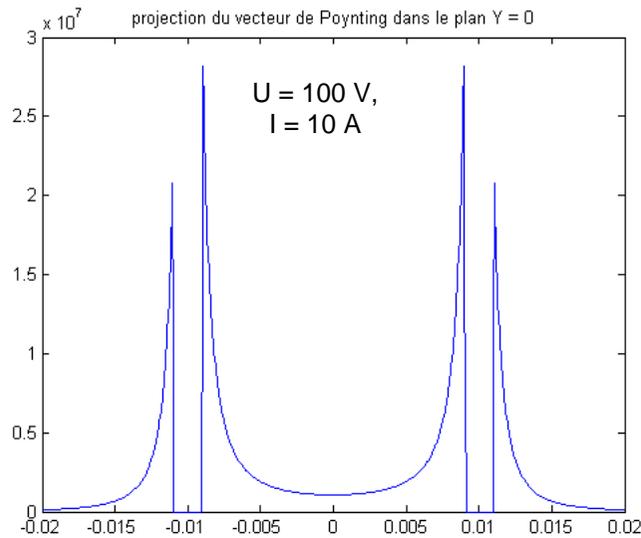
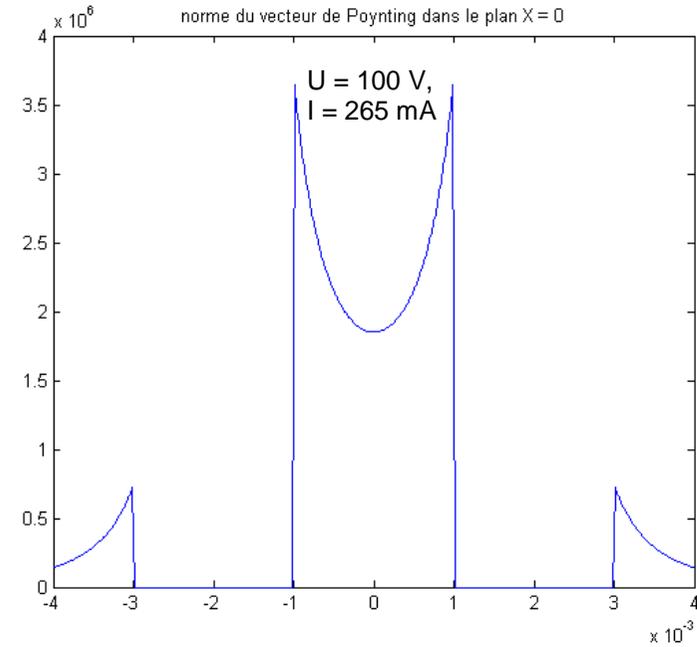
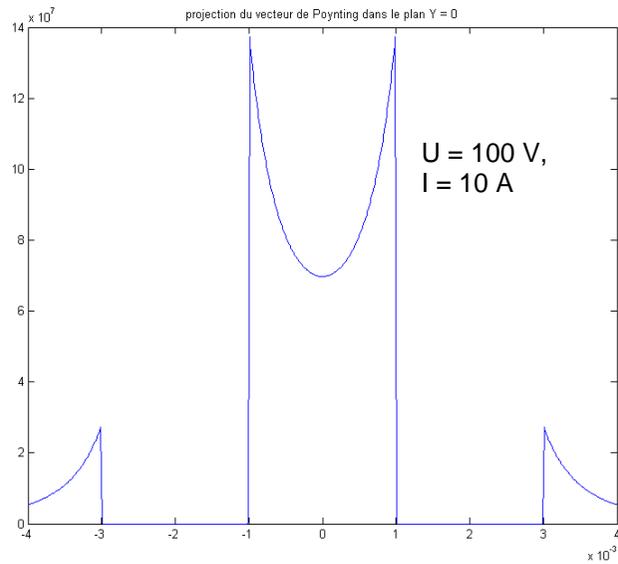
Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

Vecteur de Poynting



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

*



Voir l'Introduction pour situer ce cours dans son contexte. Colonne de gauche = texte. Colonne de droite = illustrations de la colonne de gauche.

