MECANIQUE

1. – Extension des notions de Mécanique de Première

- Mouvement circulaire (M11)
- Énergie cinétique, potentielle, mécanique dans un champ de forces Newtonien (M12)
- Énergie cinétique, potentielle, mécanique dans un champ de forces Coulombien (M13)

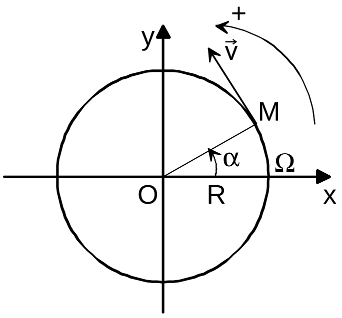
1.1. Mouvement circulaire

1.1.1. Définition

Un point mobile est animé d'un mouvement circulaire si sa trajectoire est un **arc de cercle**.

1.1.2. Abscisse

1.1.2.1. Abscisse curviligne



Dans un repère donné, on considère un point mobile M qui se déplace sur un cercle de centre O et de rayon R. Sur ce cercle, on choisit conventionnellement une origine Ω, un sens positif et une unité de longueur.

L'**abscisse curviligne** du point mobile M est la valeur algébrique de l'arc orienté ΩM :

$$s = \overline{\text{arc}}\,\Omega M.$$

L'**équation horaire** du mouvement du point M sur le cercle est donnée par :

$$s = s(t).$$

1.1.2.2. Abscisse angulaire

L'**abscisse angulaire** du point mobile M est la valeur algébrique de l'angle $\alpha = \left(\overrightarrow{O\Omega}, \overrightarrow{OM}\right)$.

L'**équation horaire** du mouvement du point M sur le cercle est aussi donnée par :

$$\alpha = \alpha(t).$$

1.1.2.3. Relation entre abscisse curviligne et abscisse angulaire

$$\boxed{s = \alpha \cdot R}$$

- **Unités SI :**
- s et R en mètre (m)
- α en radian (rad)

1.1.3. Vitesse

1.1.3.1. Vecteur vitesse

Le **vecteur vitesse** d'un point mobile M en mouvement circulaire a pour caractéristiques :

- **direction** : tangente au cercle trajectoire en chaque point,
- **sens** : celui du mouvement
- **norme** (ou **valeur**): $$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}(t)$$

  ou $$v = R \cdot \frac{d\alpha}{dt} = R \cdot \dot{\alpha}$$

◆ **Unités SI**

- v en mètre par seconde (m/s)
- s et R en mètre (m)
- α en radian (rad)
- ω ou $\dot{\alpha}$ en radian par seconde (rad/s)

1.1.3.2. Vitesse angulaire

◆ **Définition :** La **vitesse angulaire** d'un point mobile en mouvement circulaire est la grandeur notée ω définie par la dérivée par rapport au temps de l'abscisse angulaire **:**

$$\boxed{\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha}}$$

◆ **Unités SI :**

- α en radian (rad)
- ω ou $\dot{\alpha}$ en radian par seconde (rad/s)

1.1.3.3. Relation entre norme (ou valeur) de la vitesse et vitesse angulaire

$$\boxed{v = R \cdot \omega = R \cdot \dot{\alpha}}$$

◆ **Unités SI :**

- v en mètre par seconde (m/s)
- R en mètre (m)
- ω ou $\dot{\alpha}$ en radian par seconde (rad/s)

1.1.4. Accélération

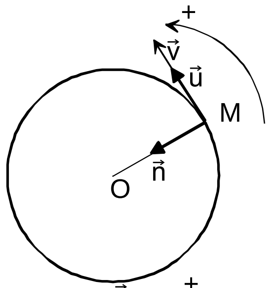
1.1.4.1. Vecteur accélération

Le **vecteur accélération** d'un point mobile M est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse du point M

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

◆ **Unités SI :** a en mètre par seconde carrée (m/s²)

◆ **Base de Frenet**

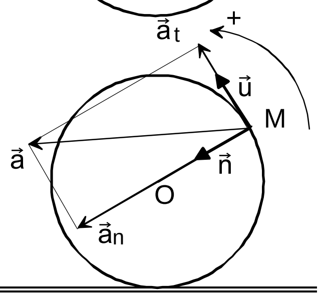


Pour étudier le mouvement d'un point mobile M sur une trajectoire curviligne, on utilise un repère dit **repère de Frenet** associé au point M défini par les deux vecteurs de base :

- $\vec{u}$: vecteur unitaire tangent à la trajectoire au point M, de même sens que le mouvement
- $\vec{n}$: vecteur unitaire normal à la trajectoire au point orienté dans le sens de la concavité

Le vecteur vitesse étant tangent à la trajectoire, $\vec{v} = v \cdot \vec{u}$ et le vecteur accélération peut s'écrire :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{u} + v \cdot \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t \cdot \vec{u} + a_n \cdot \vec{n}$$



1.1.4.2. Accélération tangentielle

On appelle **accélération tangentielle** la grandeur a_t telle que :

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} = R \cdot \dot{\omega} = R \cdot \ddot{\alpha}$$

L'accélération tangentielle caractérise la variation de la mesure algébrique de la vitesse.

- **Remarque :** le vecteur $\vec{a}_t$ peut être :
- soit de même sens que $\vec{u}$ (cas d'un **mouvement accéléré**) ; alors $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$; $v \cdot a_t > 0$
- soit de sens contraire à $\vec{u}$ (cas d'un **mouvement ra**lenti) ; alors $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$; $v \cdot a_t < 0$
- soit égal au vecteur nul (cas d'un **mouvement uni**forme) ; alors $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$; $a_t = 0$; $\vec{a} = \vec{a}_n$.

1.1.4.3. Accélération normale

On appelle **accélération normale** la grandeur a_n telle que :

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R \cdot \omega^2$$

L'accélération normale est d'autant plus grande que la vitesse est grande et le rayon petit.

1.1.4.4. Accélération angulaire

L'**accélération angulaire** d'un point mobile en mouvement circulaire est la grandeur notée $\dot{\omega}$ définie par la dérivée par rapport au temps de la vitesse angulaire :

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \ddot{\alpha}$$

- **Unités SI :** $\dot{\omega}$ ou $\ddot{\alpha}$ en radian par seconde carrée(rad/s²)

1.1.5. Mouvement circulaire uniforme

1.1.5.1. Définitions

Un mouvement circulaire est dit uniforme si **la valeur de la vitesse du point mobile est constante**.

1.1.5.2. Vecteur vitesse

La valeur de la vitesse d'un mobile en mouvement circulaire uniforme est constante

$v = \text{constante} = v_0$,

mais **son vecteur vitesse** $\vec{v}$ **change de direction** à chaque instant, donc **n'est pas constant**.

La vitesse angulaire est constante $\omega = \frac{v_0}{R} = \text{constante} = \omega_0$

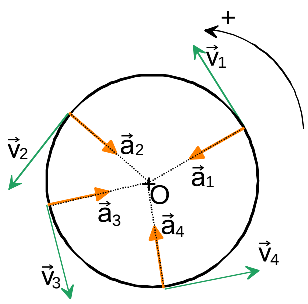
1.1.5.3. Vecteur accélération

L'accélération tangentielle d'un mobile en mouvement circulaire uniforme est nulle $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$

L'accélération angulaire est nulle $\ddot{\alpha} = \dot{\omega} = \frac{a_t}{R} = 0$

Le vecteur accélération n'est pas nul $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_n \cdot \vec{n} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n} = R \cdot \omega_0^2 \cdot \vec{n}$

Le vecteur accélération est centripète. (Sa direction est radiale et il est orienté vers le centre du cercle).



1.1.5.4. Équations horaires

Dans un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω, l'abscisse angulaire α est une fonction affine du temps t :

$$\alpha = \omega_0 \cdot t + \alpha_0$$

et $$\dot{\alpha} = \omega_0$$

1.1.5.5. Période, fréquence

La **période** d'un mouvement circulaire uniforme est la durée que met le point mobile pour effectuer un tour sur le cercle trajectoire.

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0}}$$

La **fréquence** est l'inverse de la période.

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}}$$

◆ **Unités SI :**

- T en seconde (s)
- f en hertz (Hz)

1.1.6. Dynamique du mouvement circulaire uniforme

1.1.6.1. Théorème du centre d'inertie (rappel)

Dans un repère galiléen, un solide (S) de masse m et de centre d'inertie C, soumis à des actions mécaniques modélisables par des forces extérieures, a un mouvement tel que :

$$\boxed{\sum_{(S)} \overrightarrow{F_{ext}} = m \cdot \overrightarrow{a_C}}$$

◆ **Unités SI :**

- F en newton (N)
- m en kilogramme (kg)
- a en mètre par seconde carrée (m/s²)

1.1.6.2. Force centripète

Lorsqu'un solide, de masse m, dont le centre d'inertie C se déplace sur un cercle de rayon R, à vitesse constante v, la somme des forces extérieures exercées sur ce solide est une **force centripète** telle que

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}_n = m \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}$$

1.1.6.3. Exemples

- satellites,
- véhicule dans un virage,
- particule dans une centrifugeuse,
- régulateur à boules…

1.2. Énergie cinétique, potentielle, mécanique dans un champ de forces Newtonien

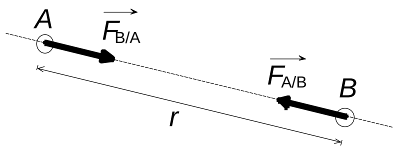
1.2.1. L'interaction gravitationnelle

Pour expliquer le mouvement de la Lune autour de la Terre ou celui des planètes autour du Soleil, le physicien et mathématicien anglais Isaac Newton émit l'hypothèse que les actions de pesanteur sont des cas particuliers d'un phénomène plus général : **l'attraction universelle** qui se manifeste entre tous les corps de l'Univers.

1.2.2. Loi de Newton(1642-1727)

◆ **Énoncé**

Deux corps ponctuels *A* et *B*, de masse respectivement m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des **forces attractives**, directement opposées, dirigées suivant la droite *AB*, d'intensité proportionnelle à leur masse et inversement proportionnelle au carré de leur distance.



$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$$

$$\boxed{\left\|\vec{F}_{A/B}\right\| = \left\|\vec{F}_{B/A}\right\| = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}}$$

◆ **Unités :**

- $F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ en (N)
- m_A et m_B en (kg)
- r en (m)

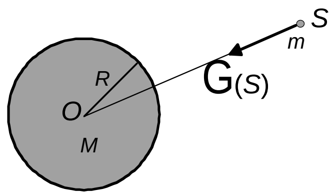
La constante *G* s'appelle **constante de gravitation** et vaut $6{,}673 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

◆ **Remarques :**

- Cette relation est encore valable pour des corps non ponctuels, mais à symétrie sphérique, en particulier pour les planètes, les étoiles… *r* est alors la distance de leur centre.
- Le poids d'un corps au voisinage de la Terre est pratiquement égal à la force d'attraction universelle exercée par la Terre sur ce corps.

1.2.3. Champ gravitationnel (ou champ Newtonien)

1.2.3.1. Champ créé par un astre



Considérons un astre, à symétrie sphérique, de centre *O*, de masse *M*, de rayon *R* et un corps (satellite) de masse *m*, se trouvant à un instant au point *S* tel que *OS* = *r*.
La force de gravitation exercée par l'astre sur le satellite est :

$$\vec{F}_{O/S} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \vec{n} = m \cdot \frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \vec{n}$$

On pose $$\vec{F}_{O/S} = m \cdot \vec{\mathcal{G}}(S)$$

avec $\vec{\mathcal{G}}(S)$: **vecteur champ de gravitation** créé par l'astre au point *S* : $\vec{\mathcal{G}}(S) = \frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \vec{n}$

sa valeur s'exprime en $m.s^{-2}$.
En un point donné, ce vecteur ne dépend que de la masse de l'astre et de la position du point.

En général, un corps de masse *m*, placé en un point *P* où existe un *vecteur champ de gravitation* $\vec{\mathcal{G}}(P)$, est soumis à une *force de gravitation* : $\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{\mathcal{G}}(P)}$

1.2.3.2. Champ gravitationnel terrestre

En appliquant ce qui précède à la Terre, avec :

- T : centre de la Terre,
- R_T : rayon de la Terre = $6{,}37.10^6$ m,
- M_T : masse de la Terre = $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg,
- S : un satellite,
- h : altitude du satellite (distance sol-satellite),

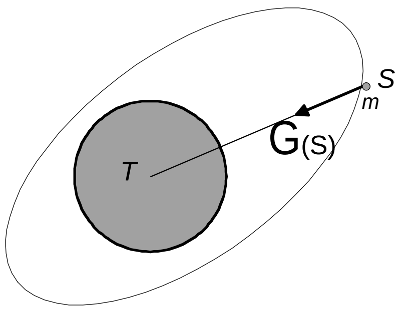
$$\vec{\mathcal{G}}(S) = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{n}$$

On pose $\mathcal{G}_0 = \dfrac{G \cdot M_T}{(R_T)^2}$ alors $\mathcal{G}(S) = \mathcal{G}_0 \cdot \dfrac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$

avec $\mathcal{G}_0 = 9{,}83\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \approx g_0$ valeur du champ de gravitation terrestre au niveau du sol ≈ intensité de la pesanteur au sol

1.2.4. Mouvement d'un satellite terrestre

1.2.4.1. Cas général



Système : satellite, de masse m, de centre d'inertie S, en vol balistique (moteur arrêté).
Repère : géocentrique (galiléen)
Action exercée sur le système :

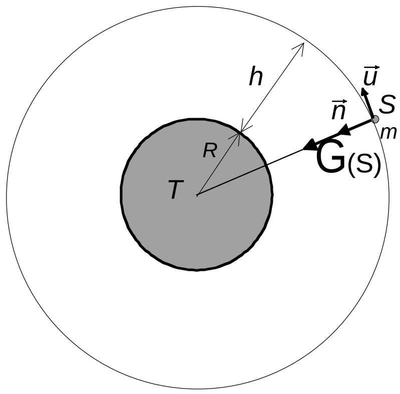
force de gravitation exercée par la Terre $\vec{F} = m \cdot \vec{\mathcal{G}}(S)$

D'après le théorème du centre d'inertie, $\vec{F} = m \cdot \vec{a}_S$

d'où $\vec{a}_S = \vec{\mathcal{G}}(S)$

Le vecteur accélération d'un corps soumis à la seule action d'un champ de gravitation est égal au vecteur champ de gravitation du lieu où il se trouve.
Conséquence : le mouvement d'un satellite est indépendant de sa masse.

1.2.4.2. Cas des satellites à trajectoire circulaire



Si la trajectoire est circulaire, le centre de la trajectoire est confondu avec le centre de la Terre.

Dans la base de Frenet, $\vec{\mathcal{G}}(S) = \mathcal{G}(S) \cdot \vec{n}$

D'où $\vec{a} = \mathcal{G}(S) \cdot \vec{n}$

Or $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt} \cdot \vec{u} + \dfrac{v^2}{r} \cdot \vec{n}$

◆ **Conséquences :**

- $\dfrac{dv}{dt} = 0$: le mouvement d'un satellite à trajectoire circulaire est un mouvement uniforme.
- $\dfrac{v^2}{r} = \mathcal{G}(S)$ d'où $v = R_T \sqrt{\dfrac{\mathcal{G}_0}{R_T + h}}$
- Sur une trajectoire circulaire, la vitesse d'un satellite dépend de son altitude : elle diminue si l'altitude augmente.
- La période de révolution T est telle que $\dfrac{T^2}{(R_T + h)^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$ (3ème loi de Kepler)

1.2.4.3. Cas des satellites géostationnaires

Les satellites de télécommunication doivent être immobiles par rapport à la Terre. Leur trajectoire doit être circulaire, contenue dans le plan équatorial et leur période de révolution doit être égale à un jour sidéral (86164 s). D'après la 3ème loi de Kepler, leur altitude doit être $36 \cdot 10^6$ m.

1.2.5. Énergies cinétique, potentielle et mécanique dans un champ Newtonien

On choisira le *repère géocentrique* pour le calcul de ces énergies.

1.2.5.1. Énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un satellite de masse *m* et de vitesse *v* est $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Si la trajectoire du satellite est circulaire de rayon *r*, $\boxed{E_c = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{2r}}$

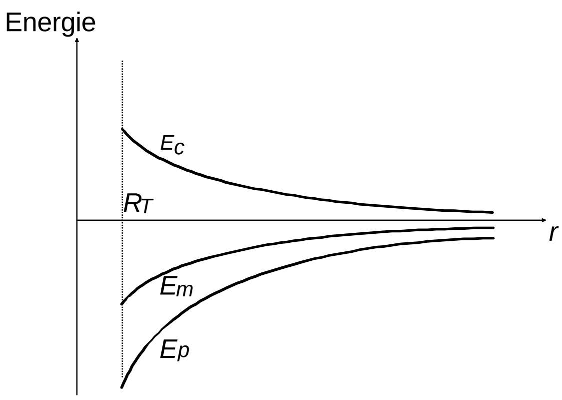
1.2.5.2. Énergie potentielle

L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation est $\boxed{E_p = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{r}}$

1.2.5.3. Énergie mécanique

L'énergie mécanique du satellite est $\boxed{E_m = E_c + E_p}$

ou encore, en remplaçant les énergies cinétique et potentielle $\boxed{E_m = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{2r}}$



1.2.5.4. Énergie de satellisation

L'énergie nécessaire pour mettre un satellite de masse *m* sur orbite circulaire à partir du sol est appelée *énergie de satellisation*. Elle est égale à $\Delta E = E - E_0$ avec :

- E_0 : énergie du satellite au sol (entraîné par la Terre en rotation) $E_0 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R_T}$
- E : énergie du satellite sur son orbite (de rayon *r*) $E = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{2(R_T + h)}$

Dans le cas d'une orbite basse (h ⟨⟨ R_T), on montre que $\Delta E \approx \frac{G \cdot M_T \cdot m}{2R_T} \approx \frac{m \cdot g_0 \cdot R_T}{2}$

1.2.5.5. Énergie de transfert d'orbite

Pour faire passer un satellite de masse *m* d'une orbite de rayon r_1 à une orbite de rayon r_2, il faut lui communiquer une énergie appelée *énergie de transfert d'orbite*, égale à

$$\Delta E = -\frac{1}{2} G \cdot M_T \cdot m \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Si le satellite s'éloigne du sol, ($r_1 < r_2$), alors $\Delta E > 0$.

1.2.5.6. Vitesse de libération

On appelle *vitesse de libéra*tion la vitesse au-dessus de laquelle un engin lancé depuis un astre s'en éloigne indéfiniment.
La vitesse de libération depuis la Terre est de 11,2 km/s.

1.3. Énergie cinétique, potentielle, mécanique dans un champ de forces Coulombien

1.3.1. L'interaction électrostatique

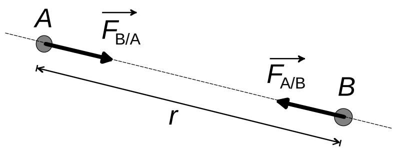
La matière est constituée de particules dont une caractéristique est la **charge électrique** exprimée en **coulomb** de symbole **C**. Toute charge est un multiple d'une charge dite élémentaire notée ***e*** dont la valeur est ***e* = 1,602·10^{-19} C**. Dans l'état normal, la matière contient autant de charges positives que de charges négatives : elle est **neutre**. On peut électriser un corps, par frottement ou par contact avec un corps déjà électrisé. Il porte alors une charge électrique qui peut être **positive** ou **négative**. Deux charges de même signe se repoussent. Deux charges électriques de signes contraires s'attirent.
Dans ce chapitre, les particules chargées sont supposées immobiles dans un repère galiléen.

1.3.2. Loi de Coulomb (1736-1806)

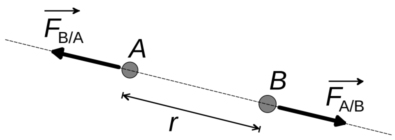
◆ **Énoncé :**
Deux corps ponctuels *A* et *B*, placés dans le vide, de charge respectivement q_A et q_B exercent l'un sur l'autre des **forces**, directement opposées, dirigées suivant la droite *AB*, d'intensité proportionnelle à leur charge et inversement proportionnelle au carré de leur distance.

$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$$

$$\boxed{\left\|\vec{F}_{A/B}\right\| = \left\|\vec{F}_{B/A}\right\| = K \cdot \frac{|q_A \cdot q_B|}{r^2}}$$



charges de signes contraires



charges de mêmes signes

◆ **Unités :**
- $F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ en (N)
- q_A et q_B en (C)
- *r* en (m)

La constante *K* s'appelle **constante de Coulomb** et vaut $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o} \approx 9{,}0 \cdot 10^9$ N·m^2·C^{-2}

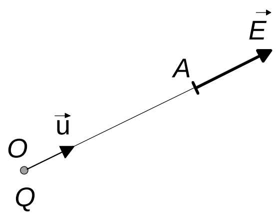
◆ **Remarque :**
Cette relation est encore valable pour des corps non ponctuels, mais à symétrie sphérique ; *r* est alors la distance de leur centre.

1.3.3. Champ électrique (ou champ Coulombien)

1.3.3.1. Champ créé par une charge ponctuelle

Une charge ponctuelle, placé en *O*, de charge *Q*, crée autour d'elle un champ électrique dont les lignes de champ sont des droites rayonnant à partir du point *O*. En un point *A*, tel que *OA* = *r*, le **vecteur champ électrique** est $\vec{E}$ tel que

$$\boxed{\vec{E} = \frac{K \cdot Q}{r^2} \cdot \vec{u}}$$



◆ **Unités SI :**
- *E* en volt par mètre (V·m^{-1})
- *Q* en coulomb (C)
- *r* en mètre (m)

1.3.3.2. Relation entre force et champ

Un corps de charge *q*, placé en un point *P* où existe un *vecteur champ électrique* $\vec{E}$, est soumis à une *force électrique* :

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{E}}$$

◆ **Unités SI :**
- F en newton (N),
- q en coulomb (C),
- E en volt par mètre ($V \cdot m^{-1}$)

1.3.4. Potentiel électrique

1.3.4.1. Existence

On admet que l'on peut toujours associer à un champ électrique une grandeur V, **fonction de la position**. La valeur de V au point M s'appelle potentiel électrique en M. Il s'exprime en volt (V). Sur une **surface équipotentielle**, tous les points sont au même potentiel. En chacun des points, le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est orthogonal aux surfaces équipotentielles.

1.3.4.2. Travail de la force électrique

Le travail de la force électrique qui s'exerce sur une charge q, lorsqu'elle passe d'un point A à un point B, est :

$$\boxed{W_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)}$$

◆ **Unités SI :**
- W en joule (J)
- q en coulomb (C)
- V en volt (V)

◆ **Autre unité :** L'électron-volt (eV) est le travail de la force électrique qui s'exerce sur un électron pour un déplacement AB lorsque $V_A - V_B = 1$ V : 1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J

◆ **Remarques :**
- Le potentiel n'est défini qu'à une constante additive près.
- En électricité, le potentiel de la Terre est pris par convention égal à zéro.
- On appelle ***masse*** la carcasse métallique d'un appareil, reliée à la Terre ; elle est donc au potentiel 0.

1.3.5. Énergie potentielle dans un champ Coulombien ou électrique

1.3.5.1. Cas général

Une charge q placée dans un champ électrique en un point où le potentiel est V possède une **énergie potentielle** E_p telle que $\boxed{E_p = q \cdot V}$

◆ **Unités SI :**
- E_p en joule (J),
- q en coulomb (C),
- V en volt (V).

◆ **Remarque :** ne pas confondre E_p : *énergie potentielle* avec E : *champ électrique*.

1.3.5.2. Cas d'un système de deux charges

Deux charges Q et q, placées à la distance r l'une de l'autre, forment un système d'énergie potentielle :

$$\boxed{E_p = +K \cdot \frac{Q \cdot q}{r}}$$

◆ **Unités SI :**
- E_p en joule (J),
- Q et q en coulomb (C),
- r en mètre (m)

◆ **Remarques :**
- $E_p = 0$ pour $r = \infty$ (état de référence)
- $E_p > 0$ si Q et q sont de même signe et $E_p < 0$ si Q et q sont de signes contraires.

1.3.6. "Mouvement" d'un électron autour du noyau

Cette étude peut être faite sous la forme des deux exercices suivants :

1.3.6.1. Modèle de la mécanique classique[1]

Le physicien Rutherford a proposé en 1911 un modèle de l'atome d'hydrogène où l'électron de charge –e est en mouvement uniforme sur une trajectoire circulaire de rayon r centrée sur le proton de charge e supposé immobile.

On suppose d'abord un électron immobile à une distance r d'un proton.

1. Exprimer le module de la force d'interaction électrostatique qui existe alors entre le proton et l'électron ; comparer cette valeur avec celle de la force de gravitation calculée en M12a.
2. Calculer l'énergie potentielle électrique du système {proton, électron}, lorsque les deux particules sont distantes de r, en posant que cette énergie est nulle pour $r = \infty$

On suppose maintenant l'électron tournant autour du proton sur une orbite circulaire de rayon r et centrée sur le proton.

3. En appliquant au système {proton, électron}, les lois de la mécanique classique, exprimer l'énergie cinétique E_c de l'électron en fonction de e et de r ; montrer que $E_c = -1/2 \cdot E_p$.
4. Quelle est l'énergie mécanique E_m du système, exprimée en joule puis en électron-volt ?
5. Quelle énergie faut-il fournir à l'atome pour l'ioniser, c'est à dire éloigner à l'infini l'électron du proton ($r = \infty$), la vitesse de l'électron devenant alors négligeable ?

Application numérique : e = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ *C : charge élémentaire* $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ *kg : masse de l'électron*
$r = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ m $m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg : masse du proton

Remarque : ce modèle de l'atome contredit la stabilité de l'atome et la nature discontinue de ses spectres d'émission.

1.3.6.2. Modèle de la mécanique quantique[2]

Le physicien Niels Bohr (prix Nobel en 1922) a proposé en 1913 un autre modèle de l'atome d'hydrogène qui "expliquait" la stabilité de cet atome et aussi permettait d'interpréter les données expérimentales de ses spectres de raies. Ce modèle s'inspire de la "théorie des quanta" introduite vers 1900 par Marx Planck.

En mécanique quantique, on admet que la quantité de mouvement p de l'électron de masse m_e à la distance r du noyau vaut $p = \hbar / r$ et que son énergie cinétique vaut $E_c = 1/2 \cdot p^2/m_e$. L'atome est le plus stable lorsque son énergie est minimale.

1. Exprimer l'énergie de l'atome d'hydrogène en fonction de r, de m et de diverses constantes
2. Représenter graphiquement les variations de cette énergie en fonction de $x = 1/r$ en calculant 9 valeurs de x variant de 0 à $40 \cdot 10^9$ m^{-1}. Pour quelle valeur de x l'atome est-il le plus stable ?
3. Calculer la valeur numérique de la distance r qui rend l'atome le plus stable. Quel est alors la valeur de son énergie E_0 (exprimée en joule et en électron-volt) ?
4. Les énergies permises à l'atome d'hydrogène s'expriment par $E_n = -E_0/n^2$ où n est un entier ≥ 1. Calculer la valeur des énergies E_2 et E_3.
5. Lorsqu'un atome passe d'un niveau d'énergie $E_{initial}$ à un autre E_{final}, il émet une radiation de fréquence υ telle que $E_{initial} - E_{final} = h \cdot \upsilon$ et de longueur d'onde λ dans le vide telle que $\lambda = c/\upsilon$.

Calculer la fréquence et la longueur d'onde dans le vide de la radiation émise par un atome d'hydrogène lorsqu'il passe du niveau d'énergie E_3 au niveau d'énergie E_2. Quelle est la couleur de la raie émise ?

Application numérique :

$\hbar = h/2\pi = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ J·s : constante de Planck réduite
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C : charge élémentaire
$m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg : masse de l'électron
$c = 2{,}998 \cdot 10^8$ m/s : célérité de la lumière dans le vide.

Couleur	Longueur d'onde λ (nm)
Rouge	622 - 780
Orange	597 - 622
Jaune	577 - 597
Vert	492 - 577
Bleu	455 - 492
Violet	390 - 455

Remarque : ces modèles atomiques sont actuellement largement périmés.

---

[1] SAISON : Physique Term CE - Nathan 1979
[2] CROS : Fondement de la physique : Terminale CE – Belin 1979