

**MECANIQUE**

## 4. – Ondes

- Ondes progressives. Équation  $u(x,t)$  (M41)
- Propagation des ondes dans un milieu absorbant (M42)
- Phénomènes de réflexion ; ondes stationnaires (M43)
- Interférence, différence de marche (M44)

### 4.1. Ondes progressives

#### 4.1.1. Propagation d'un signal

##### 4.1.1.1. Notion de signal

◆ **Exemples de signaux** : coup de sifflet d'un policier, coup de pistolet d'un starter, éclair lumineux, rides à la surface de l'eau...

Un signal est émis par une **source** et transmis par un **milieu de propagation**.

◆ **Définition** : Un signal correspond à une perturbation temporaire (ou ébranlement) d'un milieu de propagation.

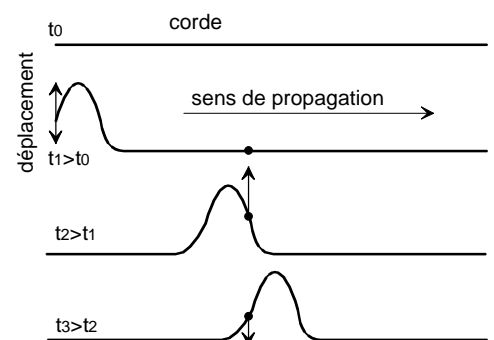
◆ **Remarque** : Lors de la propagation d'un signal, il n'y a pas de transport de matière d'un point du milieu à un autre, mais transfert d'énergie.

##### 4.1.1.1.1. Signal transversal

La modification du milieu se fait **perpendiculairement** à la direction de propagation.

**Exemples** : ébranlement sur une **corde élastique**, ride à la **surface de l'eau**.

Au moment du passage du signal, chaque point du milieu reproduit le mouvement de la source, donc se déplace perpendiculairement à la direction de propagation, puis revient à sa position initiale.

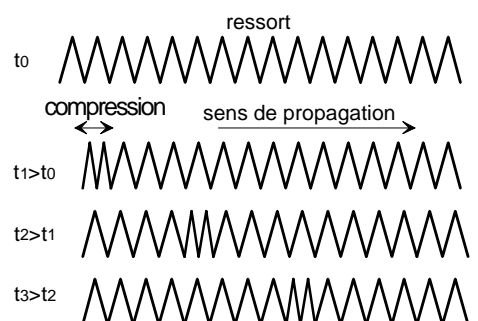


##### 4.1.1.1.2. Signal longitudinal

La modification du milieu se fait **le long** de la direction de propagation.

◆ **Exemple** : ébranlement le long d'un **ressort élastique**.

Au moment du passage du signal, chaque spire subit une compression, puis reprend sa forme naturelle.

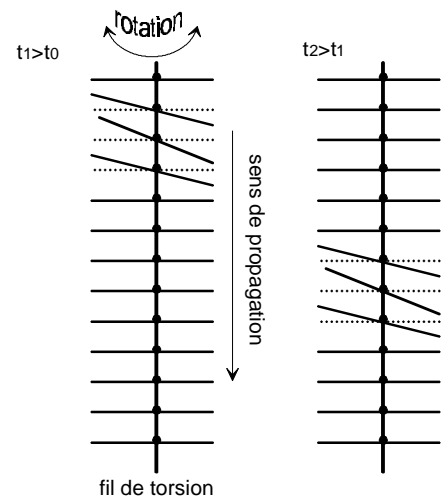


#### 4.1.1.1.3. Signal de torsion

La modification du milieu se fait par une **rotation** dont l'axe est la direction de propagation.

◆ **Exemple** : ébranlement le long d'une **échelle de perroquet** ou d'un **fil de torsion**.

Au moment du passage du signal, chaque élément du fil de torsion subit une rotation, puis reprend sa position naturelle.



#### 4.1.1.2. Célérité d'un signal

L'étude expérimentale de ces phénomènes de propagation conduit aux conclusions suivantes :

- L'ébranlement se propage à **vitesse constante** dans un milieu homogène, par exemple dans l'expérience de la corde, l'ébranlement atteint les points  $M_1, M_2, M_3...$  à des dates  $t_1, t_2, t_3...$  telles que :  $\frac{M_1 M_2}{t_2 - t_1} = \frac{M_1 M_3}{t_3 - t_1} = c$
- Au passage de l'ébranlement, chaque point du milieu de propagation reproduit le mouvement de la source avec un certain **décalage horaire**  $\tau$ .

#### ◆ Définition

La **célérité** (ou **vitesse de propagation**) du signal est le quotient de la distance entre deux points du milieu de propagation par le décalage horaire entre ces deux points :

$$c = \frac{d}{t}$$

La célérité ne dépend ni de la forme, ni de l'amplitude de l'ébranlement, mais de la nature et de l'état du milieu de propagation.

### 4.1.2. Propagation d'une onde plane progressive périodique

#### 4.1.2.1. Notion d'onde

◆ **Définition** : Une onde correspond à la succession d'un nombre important de signaux identiques, à des intervalles de temps égaux se propageant dans un milieu de propagation.

##### 4.1.2.1.1. Onde progressive

On supposera :

- le milieu de propagation non limité ou infini de sorte qu'il n'y ait pas d'effet de bord (réflexion, diffraction...),
- le milieu de propagation homogène et isotrope de sorte que la célérité soit la même dans toutes les directions,
- le milieu de propagation non absorbant de sorte que l'énergie transportée par l'onde se conserve.

##### 4.1.2.1.2. Onde plane progressive

Le milieu de propagation peut être

- **unidimensionnel** (cas d'une corde),
- **bidimensionnel** (cas de la surface d'un liquide),
- **tridimensionnel** (cas de l'air).

Lorsque l'onde est issue d'une source ponctuelle dans un milieu tridimensionnel, l'ensemble des points qui sont en concordance de phase sont sur des sphères concentriques appelées **surfaces d'onde**. Une surface d'onde est perpendiculaire à la direction de propagation.

Si la source est infiniment éloignée, les surfaces d'ondes sont assimilables localement à des plans parallèles : on obtient une **onde plane**.

##### 4.1.2.1.3. Double périodicité du phénomène

- Le mouvement d'un point du milieu de propagation se reproduit identique à lui-même à des intervalles de temps réguliers.
- D'autre part, si l'on considère, à un instant donné, l'ensemble des points du milieu de propagation, on retrouve les mêmes mouvements pour des points régulièrement espacés le long du milieu.

#### 4.1.2.2. Périodicité dans le temps des élongations d'un point fixe du milieu propagateur

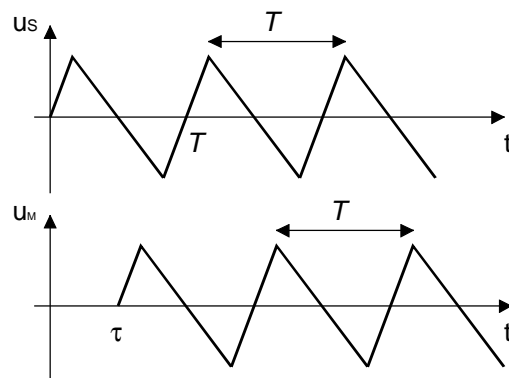
Considérons une onde progressive dans un milieu de célérité  $c$  provenant d'une source de vibrations de fréquence  $f$  donc de période  $T = 1/f$ . On choisira la source comme origine des abscisses.

L'élongation  $u_S(t)$  de la source est une fonction périodique du temps de période  $T$ .

Un point M situé à l'abscisse  $x$  subit le même mouvement que la source, mais avec un retard horaire  $\tau = x/c$ .

Son élongation est donnée par :  $u_M = u_S(t - \tau)$ .

La fonction  $u_M(t)$  qui donne l'élongation d'un point M du milieu de propagation en fonction du temps  $t$  est une fonction périodique, de période  $T$ .



#### 4.1.2.3. Périodicité dans l'espace des élongations des divers points du milieu, à une date fixée

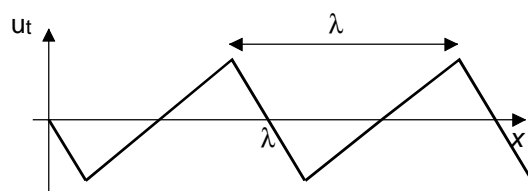
A un instant donné  $t$ , l'élongation d'un point M d'abscisse  $x$  dépend de son abscisse.

On appelle **longueur d'onde** la distance parcourue par l'onde pendant la durée d'une période :  $\lambda = cT$

La fonction  $u_t(x)$  qui donne l'élongation des points du milieu de propagation à l'instant  $t$  en fonction de leur abscisse  $x$  est une fonction périodique, de période  $\lambda$ .

Remarques

- Deux points séparés par un **nombre entier de longueurs d'onde** vibrent en **concordance de phase**.
- Deux points séparés par un **nombre impair de demi-longueurs d'onde** vibrent en **opposition de phase**.



#### 4.1.3. Cas d'une onde plane progressive sinusoïdale

Si l'élongation de la source de vibration est de la forme  $u_S = a \sin(\omega t)$ , le milieu de propagation est parcouru par une onde sinusoïdale.

La pulsation, la période, la fréquence et la longueur d'onde sont alors liés par les relations :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

L'élongation d'un point M d'abscisse  $x$  s'écrit alors :  $u_M(x, t) = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

#### 4.1.4. Généralisation

##### 4.1.4.1. Onde de compression dans un fluide

Comme pour un ressort, une colonne de fluide, contenue par exemple dans un tuyau, peut être le siège d'ondes de compression : chaque tranche de fluide subit, au passage de l'onde, une modification de sa pression due aux vibrations longitudinales des molécules du fluide. La célérité des ondes de compression dans un fluide n'est autre que la **célérité du son** dans ce fluide. Celle-ci dépend de la nature du fluide, de sa pression et de sa masse volumique donc de sa température.

◆ **Ordres de grandeur de la célérité du son (m/s)**

air (0°C)	air (20°C)	hélium (20 °C)	eau	fer (solide)
331	343	965	≈1500	≈6000

#### 4.1.4.2. Onde électromagnétique

Dans un conducteur, on peut provoquer l'oscillation des électrons libres, par exemple grâce à un circuit oscillant L-C.

La pulsation des oscillations est donnée par  $\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ .

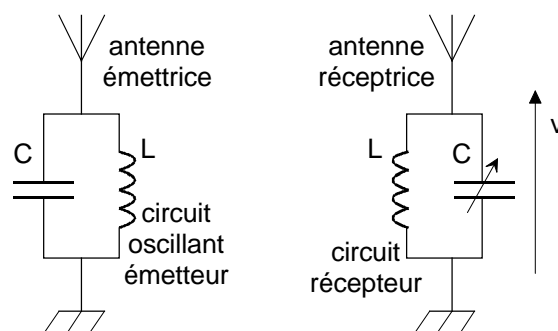
Cette oscillation provoque la création d'un champ électrique variable  $\vec{E}$  et d'un champ magnétique variable  $\vec{B}$ . L'ensemble de ces deux champs constitue le **champ électromagnétique**.

La propagation d'un champ électromagnétique forme des **ondes électromagnétiques**.

Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide et les isolants avec la même **célérité** que la lumière.

Un circuit récepteur placé dans ce champ variable est le siège de courants induits (par exemple, il apparaît une tension  $v$  alternative aux bornes d'un circuit oscillant accordé sur la même pulsation  $\omega$ ). Ceci constitue le principe des transmissions par **ondes hertziennes**.

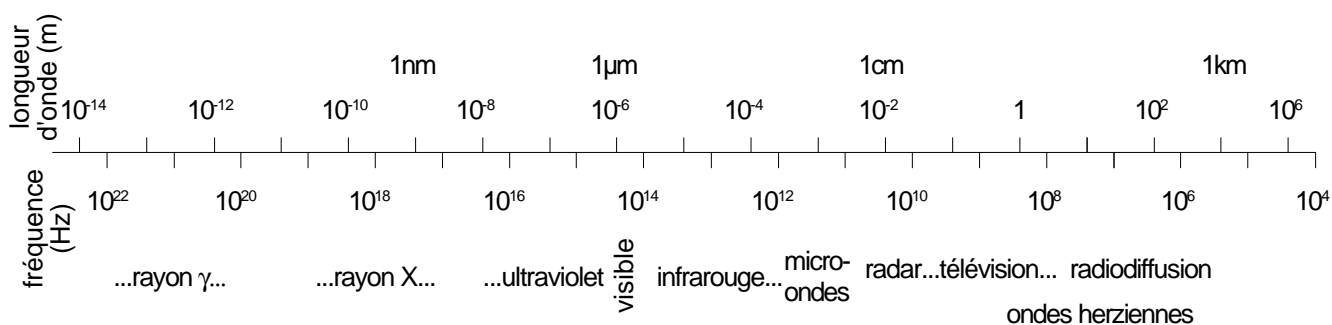
La **lumière** fait partie des radiations électromagnétiques.



#### ◆ Valeur de la célérité de la lumière (m/s)

dans le vide	dans un milieu d'indice $n$
$c = 299\,792\,458$	$c' = c/n$

#### ◆ Vue d'ensemble des ondes électromagnétiques



## 4.2. – Propagation d'une onde dans un milieu absorbant

En **acoustique**, un matériau absorbant est destiné à être appliqué sur une paroi pour affaiblir les **ondes réfléchies** sur cette paroi.

En **optique**, un milieu absorbant atténue la **lumière transmise** à travers ce milieu

### 4.2.1. Intensité d'un son (acoustique)

#### 4.2.1.1. Notion

L'oreille permet une appréciation qualitative des caractéristiques d'un son. Parmi ces caractéristiques, on distingue :

- l'**intensité**, qui permet de dire si le son est fort ou faible (liée à la puissance de la source et à sa distance) ;
- la **hauteur**, qui permet de distinguer les sons aigus et les sons graves (liée à la fréquence de l'onde sonore)
- le **timbre**, qui permet de reconnaître différents instruments de musique (lié au spectre de fréquence) ;
- l'**enveloppe**, qui permet de distinguer l'attaque, le maintien, la décroissance et l'extinction du son (liée à l'évolution de l'onde au cours du temps).

Par la suite, on ne considérera que des ondes sonores périodiques.

#### 4.2.1.2. Définition

L'intensité  $I$  d'une onde acoustique est égale au quotient de la puissance acoustique par l'aire de la surface d'onde traversée

$$I = \frac{P}{S}, \text{ avec :}$$

- $P$  : puissance acoustique (en W) ;
- $S$  : aire de la surface d'onde (en  $\text{m}^2$ ) ;
- $I$  : intensité (en  $\text{W}/\text{m}^2$ ).

Pour une onde sphérique, si  $r$  est la distance de la source, la surface totale entourant la source est  $S = 4\pi r^2$ .

L'intensité acoustique correspond à un flux d'énergie.

#### 4.2.1.3. Niveaux

Notre système auditif éprouve, approximativement, la même impression lorsque l'intensité d'un son varie de 1 à 10 ou de 10 à 100 ou de 100 à 1000, etc. Compte tenu de cette constatation, on adopte une échelle logarithmique pour repérer les niveaux d'intensité sonore.

##### ◆ Définition

Le niveau d'intensité  $N_I$  d'un son pur, de fréquence 1000 Hz, d'intensité  $I$  est donné par  $N_I = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$ . Elle

s'exprime en décibel (dB).

Par convention, l'intensité de référence  $I_0$  est choisie égale à celle du seuil d'audibilité :  $I_0 = 10^{-12} \text{ W}/\text{m}^2$

##### ◆ Remarques :

- le seuil d'audibilité à 1000 Hz est, par définition, 0 dB ;
- le seuil de douleur correspond à une intensité de  $1 \text{ W}/\text{m}^2$ . Son niveau est donc de 120 dB ;
- on définit aussi un niveau de puissance acoustique :  $N_W = 20 \cdot \lg \frac{P}{P_0}$ . On montre que  $2 \cdot N_W = N_I$

#### 4.2.1.4. Mesure

Les **microphones** (dans les gaz) et les **hydrophones** (dans les liquides) sont des capteurs qui délivrent un signal électrique fonction de la pression acoustique. Ce signal peut être traité pour fournir le niveau d'intensité.

Les **sonomètres** destinés à la mesure des bruits fournissent les niveaux de puissance sonore.

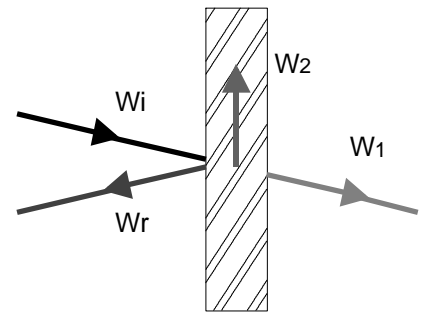
### 4.2.2. Absorption d'une onde sonore

Lorsqu'une onde sonore arrive sur une paroi, une partie de l'onde est réfléchie dans le milieu incident, une autre partie se propage à l'intérieur du matériau de la paroi et une autre partie traverse la paroi. On peut considérer qu'une partie de l'énergie de l'onde incidente est absorbée par la paroi et que l'autre partie est réfléchie. Cette absorption dépend de la nature du matériau et de la fréquence de l'onde sonore.

#### 4.2.2.1. Définition

Le **coefficient d'absorption** d'un matériau est le rapport de l'énergie absorbée à l'énergie incidente :  $\alpha = \frac{W_a}{W_i}$  avec :

- $\alpha$  : coefficient d'absorption,
- $W_a$  : énergie absorbée par la paroi ( $W_a = W_1 + W_2$ ),
- $W_i$  : énergie incidente.



#### 4.2.2.2. Ordres de grandeur des coefficients d'absorption acoustique

matériau	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz
marbre	0,01	0,01	0,01	0,01
brique nue	0,02	0,03	0,04	0,05
linoléum sur feutre	0,08	0,09	0,10	0,12
rideaux lourds plissés	0,31	0,49	0,50	0,66

#### 4.2.2.3. Aire d'absorption

##### ◆ Définition

L'aire d'absorption d'un objet est le produit de son coefficient d'absorption par l'aire de sa surface :  $A = \alpha \cdot S$ .

##### Ordres de grandeur des aires d'absorption (m²)

objet	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz
chaise nue	0,02	0,02	0,04	0,04
fauteuil capitonné	0,37	0,33	0,36	0,40
adulte debout	0,33	0,40	0,50	0,60
personne assise sur siège bois	0,25	0,31	0,35	0,33

#### 4.2.2.4. Réverbération

##### ◆ Notion

Les salles de spectacle, les studios d'enregistrement, les locaux d'habitation ont une "sonorité" due aux différentes réflexions des ondes acoustiques sur leurs parois et qui dépend donc de l'aire d'absorption des parois, des meubles ou des personnes présentes dans ces salles.

##### ◆ Définition

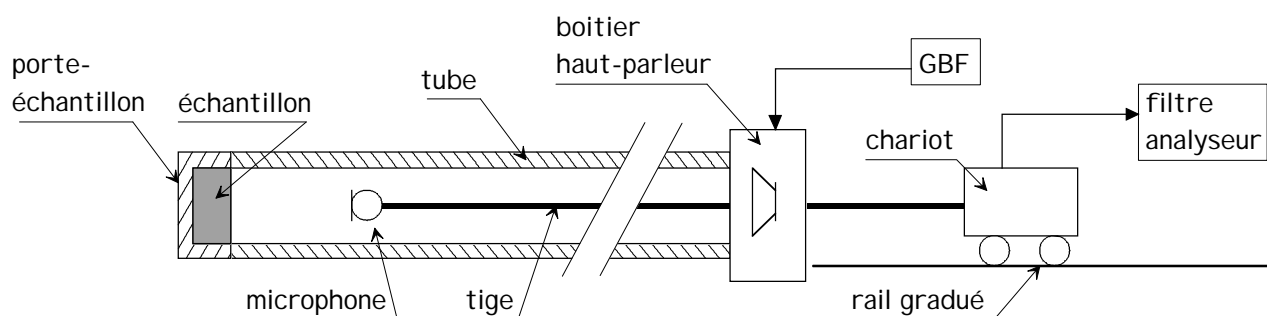
Le **temps de réverbération** d'une salle est la durée  $T_R$  qui s'écoule entre le moment où une source cesse d'émettre et le moment où l'intensité acoustique moyenne du son dans la salle a décru jusqu'au millionième de sa valeur initiale, ce qui représente un affaiblissement de 60 dB.

##### ◆ Ordres de grandeur

local	$T_R$ (s)
salle de conférence	0,75 à 1,1
cinéma	0,85 à 1
salle de concert	1 à 1,5

#### 4.2.2.5. Mesure du coefficient d'absorption acoustique

##### 4.2.2.5.1. Méthode du tube à ondes stationnaires



Un haut-parleur est placé à une extrémité d'un tube rigide et un échantillon du matériau absorbant à étudier est placé à l'autre extrémité. On applique un signal audiofréquence sinusoïdal issu d'un GBF au haut-parleur et on déplace un microphone fixé à une tige dans l'axe du tube grâce à un chariot se déplaçant sur un rail gradué. Le microphone capte la pression sonore du système d'ondes stationnaires (voir § M43) formé dans le tube, à partir de l'onde incidente et de l'onde partiellement réfléchi sur l'échantillon absorbant.

On mesure le rapport  $n$  de la pression acoustique maximale (à un ventre) à la pression acoustique minimale (à un nœud). On démontre que  $\alpha = 1 - \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2$

#### 4.2.2.5.2. Méthode de la chambre réverbérante

On peut utiliser la relation dite de Sabine :  $T_R = 0,164 \cdot \frac{V}{A}$  avec :

- $T_R$  : temps de réverbération (en s),
- $V$  : volume du local (en  $m^3$ ),
- $A$  : aire d'absorption.

On introduit une certaine surface  $S_1$  du matériau absorbant dans une chambre réverbérante de surface réfléchissante  $S$  et ayant, avant introduction du matériau, un temps de réverbération :  $T_0 = \frac{0,164 \cdot V}{S \cdot a_0}$ ,  $a_0$  désignant le coefficient d'absorption des parois réfléchissantes. Après introduction du matériau, on relève un temps de réverbération :  $T = \frac{0,164 \cdot V}{(S - S_1) \cdot a_0 + S_1 \cdot a}$ . On détermine le coefficient  $a$  en éliminant  $a_0$  des deux équations.

### 4.2.3. Absorption d'une onde lumineuse (optique)

#### 4.2.3.1. Notion

Lorsqu'un faisceau lumineux traverse un milieu matériel formé de molécules ou d'ions polyatomiques, une partie de l'énergie du rayonnement incident est absorbée par le milieu et ne se retrouve pas dans le faisceau transmis à la sortie du milieu.

#### 4.2.3.2. Flux énergétique

Le rayonnement émis par une source lumineuse transporte de l'énergie. Cette énergie peut être détectée par divers récepteurs (œil, photodiode, photo résistance, cellule photoémissives, etc.).

##### ◆ Définition

On appelle **flux énergétique**  $\Phi$  (en W) d'un faisceau de rayonnement, le quotient de l'énergie transportée  $W$  (en J) par sa durée  $t$  (en s) :

$$\Phi = \frac{W}{t}$$

##### ◆ Ordres de grandeur

source	$\Phi$
soleil ( $\perp$ aux rayons)	1 kW/m <sup>2</sup>
lampe à incandescence de 100 W	72 W

##### ◆ Mesure de flux

Lorsqu'une **photodiode** éclairée est polarisée en inverse, son courant inverse est proportionnel au flux. L'intensité du courant de saturation d'une **cellule photoémissive** est proportionnelle au flux.

#### 4.2.3.3. Définitions

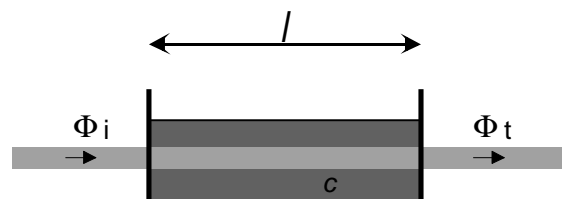
Soit  $\Phi_i$  et  $\Phi_t$  les flux incident et transmis d'un faisceau monochromatique traversant un milieu absorbant.

On appelle **transmittance** le rapport :  $T = \frac{\Phi_t}{\Phi_i}$ .

Cette grandeur, sans unité, est comprise entre 0 et 1. On peut aussi l'exprimer en pourcentage.

On appelle **absorbance** (décimale), le logarithme décimal de l'inverse de la transmittance :  $A = \lg \frac{1}{T}$ .

Cette grandeur, sans unité est comprise entre 0 et l'infini.



#### 4.2.3.4. Loi de Beer-Lambert

En lumière monochromatique, l'absorbance d'une substance en solution est proportionnelle à sa concentration  $c$ , à l'épaisseur  $l$  du liquide traversé et dépend de la longueur d'onde de la lumière :  $A = \varepsilon \cdot c \cdot l$ , avec :

- $l$  : épaisseur de la solution en mètre (m),
- $c$  : concentration molaire de la substance absorbante ( $\text{mol/m}^3$ ),
- $\varepsilon$  : absorbance linéique molaire, facteur caractérisant la substance et dépendant de la longueur d'onde.

#### 4.2.3.5. Applications

Les mesures d'absorbance se réalisent par des **colorimètres** ou des **spectrophotomètres** et permettent de réaliser des mesures de concentration (dosages) ou l'étude de cinétiques de réaction.



## 4.3. – Phénomènes de réflexion ; ondes stationnaires

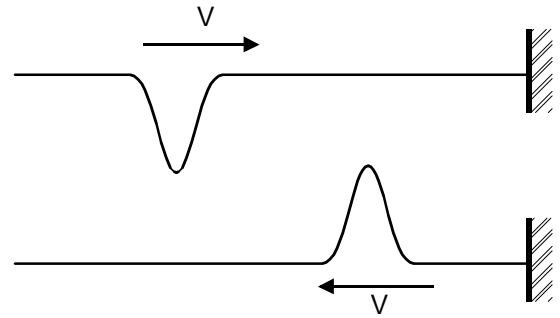
### 4.3.1. Ondes et obstacles (étude expérimentale)

#### 4.3.1.1. Milieu à une dimension

Ondes sur une corde

Ondes sur un ressort

Ondes sur une échelle de perroquet



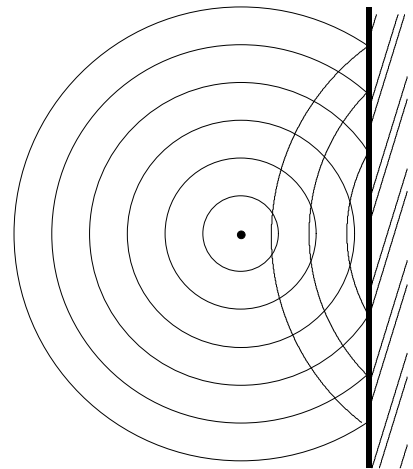
#### 4.3.1.2. Milieu à deux ou trois dimensions

Ondes à la surface d'un liquide (cuve à ondes)

### 4.3.2. Le phénomène de réflexion

Lorsqu'une onde (incidente) se déplaçant dans un premier milieu de propagation (1) arrive à la limite d'un autre milieu de propagation (2), une partie de l'énergie de cette onde retourne dans le premier milieu et forme l'**onde réfléchie** ; une autre partie de l'énergie passe dans le deuxième milieu et forme l'onde transmise (ou réfractée).

L'onde réfléchie se déplace dans le même milieu que l'onde incidente, donc l'onde réfléchie a la **même longueur d'onde** que l'onde incidente.



### 4.3.3. Lois de la réflexion

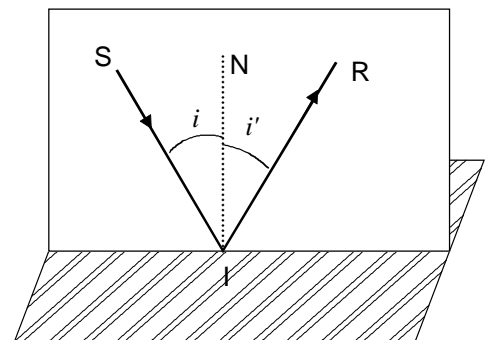
#### 4.3.3.1. Longueur d'onde

L'onde réfléchie se déplace dans le même milieu que l'onde incidente, donc l'onde réfléchie a la **même longueur d'onde** que l'onde incidente.

#### 4.3.3.2. Définitions

Lorsqu'une onde (incidente) arrive sur la surface de séparation de deux milieux de propagation, en chaque point I de cette surface, on peut définir :

- I : **point d'incidence**,
- SI : **rayon incident**,
- IN **normale** à la surface,
- SIN : **plan d'incidence**,
- IR **rayon réfléchi**,
- $i$  : **angle d'incidence**,
- $i'$  **angle de réflexion**.



#### 4.3.3.3. Lois

**L'onde réfléchie et l'onde incidente ont même longueur d'onde.**

**Un rayon réfléchi est situé dans le plan d'incidence.**

**L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence :  $i = i'$ .**

### 4.3.4. Applications

Mur de scène des théâtres antiques, mur antibruit au bord des autoroutes, télémètre à ultrasons (sonar), échographie médicale, vélocimétrie à effet Doppler...

## 4.3.5. – Ondes stationnaires

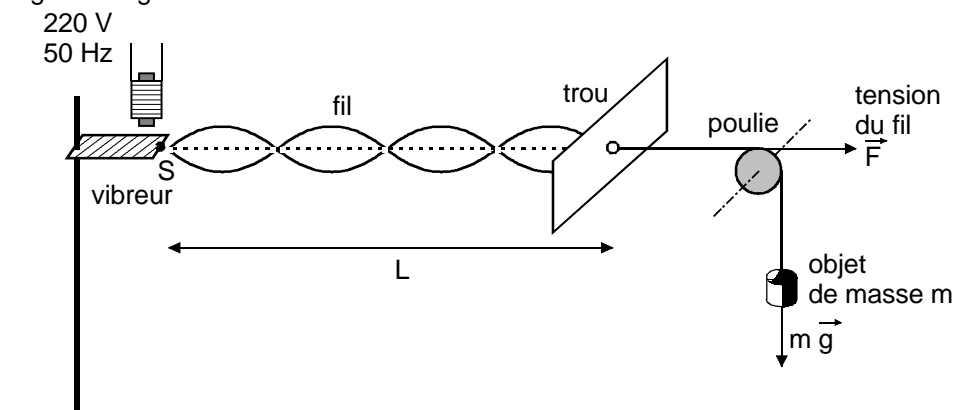
### 4.3.5.1. Notion

Lorsque, dans un même milieu de propagation, l'onde réfléchie sur un obstacle rencontre l'onde incidente, il se produit une superposition de ces ondes. Dans certaines conditions, ceci peut provoquer un phénomène de résonance pour lequel certains points du milieu de propagation ont une amplitude de vibration importante.

### 4.3.5.2. Étude expérimentale (corde de Melde)

#### 4.3.5.2.1. Observation directe

La partie de la corde située entre le vibreur et la plaque percée d'un petit trou présente une succession de **fuseaux** stables d'égales longueurs.



Les extrémités des fuseaux restent constamment au repos ; on les appelle **nœuds** d'élongation. Les milieux des fuseaux vibrent avec une amplitude maximale ; on les appelle **ventres** d'élongation.

#### 4.3.5.2.2. Observation stroboscopique.

Les fuseaux n'ont pas d'existence réelle, mais leur perception est due à la **persistance rétinienne**.

À l'exception des nœuds, **tous les points de la corde vibrent avec la même fréquence**.

**La longueur d'un fuseau est égale à la demi-longueur d'onde.**

**Tous les points de la corde situés entre deux nœuds consécutifs vibrent en concordance de phase.**

**Deux points appartenant respectivement à deux fuseaux consécutifs vibrent en opposition de phase.**

### 4.3.5.3. Étude théorique

#### 4.3.5.3.1. Superposition de deux ondes sinusoïdales.

Lorsque deux signaux provoquant des modifications de faible amplitude d'une grandeur physique se superposent en un point M d'un milieu, l'élongation de ce point est la somme algébrique des élongations que provoquerait en ce point chacun des signaux séparément.

#### 4.3.5.3.2. Stationnarité de la phase

En chaque point M du milieu se superposent une onde incidente qui provoque l'élongation  $y_{1M}$  et une onde réfléchie se propageant dans le sens négatif qui provoque l'élongation  $y_{2M}$  telles que :

$$y_{1M} = a \cdot \cos(\omega t - \omega x/c + \varphi_1)$$

$$y_{2M} = a \cdot \cos(\omega t + \omega x/c + \varphi_2)$$

D'après le principe de superposition, l'élongation du point M devient :  $y_M = y_{1M} + y_{2M}$  soit

$$y_M = 2a \cdot \cos(\omega x/c + \alpha) \cdot \cos(\omega t + \Phi) \text{ avec } \alpha = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \text{ et } \Phi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

La vibration au point M est une fonction sinusoïdale du temps :

- de même pulsation  $\omega$  que les ondes initiales,
- dont l'amplitude  $A = 2a \cdot |\cos(\omega x/c + \alpha)|$  dépend de la position de M,
- dont la phase  $\omega t + \Phi$  est indépendante de  $x$  : il ne s'agit pas d'une onde progressive, mais d'une onde stationnaire.

#### 4.3.5.3.3. Amplitude

Elle peut prendre, suivant les valeurs de  $x$ , toutes les valeurs comprises entre 0 et  $2a$ .

- **Ventres** : ce sont les points d'amplitude maximale égale à  $2a$  :  $|\cos(\omega x/c + \alpha)| = 1$  d'où  $\omega x/c + \alpha = k\pi$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ . Les abscisses  $x_1$  et  $x_2$  de deux ventres successifs sont telles que  $\omega x_1/c + \alpha = k\pi$  et  $\omega x_2/c + \alpha = (k+1)\pi$ . Soit  $x_2 - x_1 = \lambda/2$ .
- **Nœuds** : ce sont les points d'amplitude nulle :  $|\cos(\omega x/c + \alpha)| = 0$  d'où  $\omega x/c + \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ .

Les abscisses  $x_1$  et  $x_2$  de deux nœuds successifs sont telles que  $x_2 - x_1 = \lambda/2$ .

*Remarque* : L'amplitude réelle est plus grande à cause des réflexions multiples de l'onde entre les extrémités.

#### 4.3.5.3.4. Phase

Suivant les valeurs de  $x$ , la phase peut prendre deux valeurs :

- si  $\cos(\omega x/c + \alpha) > 0$ ,  $y_M = +A \cdot \cos(\omega t + \Phi)$
- si  $\cos(\omega x/c + \alpha) < 0$ ,  $y_M = -A \cdot \cos(\omega t + \Phi)$  ou  $y_M = +A \cdot \cos(\omega t + \Phi + \pi)$ .

Entre deux nœuds consécutifs,  $\cos(\omega x/c + \alpha)$  garde le même signe : les vibrations des points situés entre deux nœuds sont en concordance de phase.

Au passage d'un nœud,  $\cos(\omega x/c + \alpha)$  change de signe : de part et d'autre d'un nœud, les vibrations sont en opposition de phase.

#### 4.3.5.4. Applications

Instruments de musique à cordes ou à tuyaux, tube de Kundt...

## 4.4. – Interférence

### 4.4.1. Notion

Lorsque, dans un même milieu de propagation, deux sources de vibrations produisent des ondes qui se superposent, il peut se produire des zones où les deux ondes s'annihilent et d'autres zones où elles se renforcent.

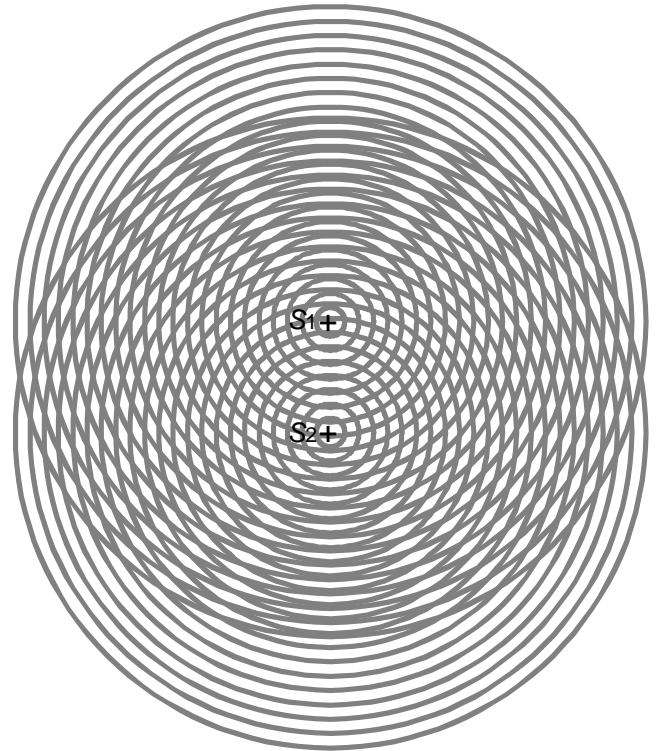
### 4.4.2. Étude expérimentale (cuve à ondes)

#### 4.4.2.1. Observation

Les deux pointes d'une fourche fixée à un vibreur viennent frapper, simultanément et périodiquement, la surface de l'eau d'une cuve. Chaque pointe  $S_1$  et  $S_2$  est la source d'une onde qui se propage à la surface de l'eau, sous forme de rides circulaires, à la vitesse constante  $v$  et de longueur d'onde  $\lambda$ . Sous un éclairage normal à la surface de l'eau, les crêtes forment des cercles clairs et les creux, des cercles sombres.

- À l'intersection de deux cercles clairs, deux crêtes se superposent : l'élongation est maximale.
- À l'intersection de deux cercles sombres, deux creux se superposent : l'élongation est minimale.
- À l'intersection d'un cercle clair et d'un cercle sombre, une crête et un creux se superposent : l'élongation est nulle.

Il apparaît des lignes gris clair joignant les points d'élongation nulle ; ces lignes séparent des bandes formées de taches alternativement claires et sombres, dessinant les lignes d'extremums.



#### 4.4.2.2. Évolution au cours du temps

Au cours du temps, les rides s'éloignent de  $S_1$  et  $S_2$  à la même vitesse  $v$ . Les extremums progressent le long des lignes d'extremums et les points d'élongation nulle le long des lignes d'élongation nulle : lignes d'extremums et lignes d'élongation nulle restent fixes au cours du temps.

Les lignes de repos, qui forment les **franges d'interférence**, paraissent sombres ; elles sont séparées par les lignes d'extremums le long desquelles se propagent des rides fortement éclairées.

### 4.4.3. Étude théorique

Les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  sont animées des mêmes mouvements sinusoïdaux

transversaux :  $y_{S1} = y_{S2} = a \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$ .

Lorsqu'une onde arrive en point  $M$ , elle a parcouru la distance  $d_1$  en venant de  $S_1$  et la distance  $d_2$  en venant de  $S_2$ .

On appelle **différence de marche** la différence  $d_2 - d_1$ .

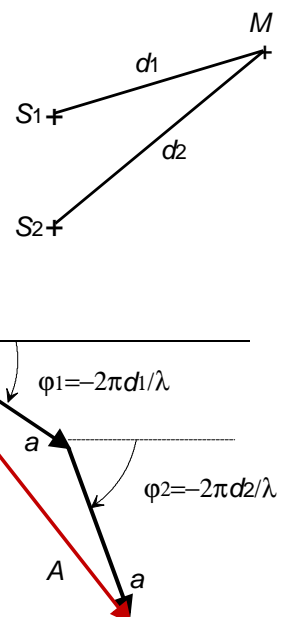
Au temps  $t$ , le point  $M$  a une élongation :  $y_1 = a \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right)$  due à  $S_1$

et  $y_2 = a \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right)$  due à  $S_2$ .

D'après la loi de superposition, l'élongation résultante du point  $M$  est  $y = y_1 + y_2$ .

La construction de Fresnel donne l'amplitude de ce mouvement :

$$A = 2a \cdot \left| \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right| = 2a \cdot \left| \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right|.$$



Cette amplitude, indépendante du temps, dépend de la des deux vibrations parvenant au point  $M$ .

**L'amplitude est maximale** et égale à  $2a$  lorsque  $\cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \pm 1$  soit  $d_2 - d_1 = k\lambda$ .

Les points d'amplitude maximale se répartissent sur des branches d'hyperboles (dont la médiatrice de  $S_1S_2$ ) de foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

**L'amplitude est nulle** lorsque  $\cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 0$  soit  $d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ .

Les points constamment immobiles se répartissent sur une seconde famille d'hyperboles admettant aussi  $S_1$  et  $S_2$  comme foyers, qui s'intercalent avec les précédentes.

#### Position des franges. Interfrange

On étudie la position des franges d'interférence sur un plan  $(Q)$  contenant le point  $M$ , parallèle à  $S_1S_2$  et perpendiculaire au plan de la figure.

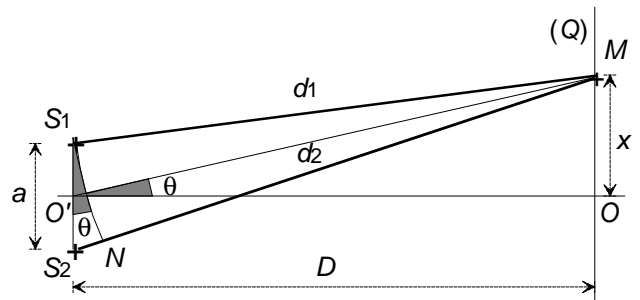
En appelant :

- $a$  : la distance entre les sources  $S_1S_2$ ,
- $D$  : la distance entre des sources au plan  $(Q)$ ,
- $x$  : la distance du point  $M$  à la médiatrice  $O'O$  des sources

L'angle  $\theta$  étant très petit,  $\theta \approx \tan \theta$  d'où  $x = D\theta$  et la différence de marche  $S_2N = a\theta = a x/D$ .

Les points d'**amplitude maximale** sont à des distances

$x$  telles que  $x = k \frac{\lambda D}{a}$ .



Les points d'**amplitude nulle** sont à des distances  $x$  telles que  $x = \left( \frac{2k+1}{2} \right) \frac{\lambda D}{a}$ .

La distance commune  $i = \frac{\lambda D}{a}$ , entre deux franges voisines de même nature s'appelle **interfrange**.

### 4.4.4. Applications

Le phénomène d'interférence peut s'observer dans tous les domaines des ondes (mécaniques, acoustiques, optiques, électromagnétiques...). Pour que les ondes issues de deux sources puissent produire des interférences, il faut que ces sources soient **cohérentes**, c'est à dire de même fréquence et de déphasage constant.

En **acoustique**, on peut **réduire le niveau sonore** en un endroit (poste de travail) en y faisant interférer deux ondes sonores obtenues à partir du bruit ambiant et en les réglant de telle sorte que cet endroit soit sur une frange d'amplitude nulle.

En **optique** :

- Les **couleurs des lames minces** (bulles de savon ou couches d'huile) proviennent de franges d'interférences entre la lumière incidente et la lumière réfléchiée sur les surfaces des lames.
- Le **contrôle de qualité des surfaces** polies, la **mesure de l'épaisseur de cales** de référence utilisées dans les ateliers de métrologie peuvent être obtenus avec une très grande précision ( $10^{-7}$ ) par des techniques interférométriques.
- Un **hologramme** est une figure d'interférences produite par une source de lumière (laser) éclairant un objet et la lumière diffusée par l'objet.

En **astronomie** (ou en **radioastronomie**), on améliore la résolution des observations effectuées au moyen des télescopes (ou des radiotélescopes) en utilisant plusieurs miroirs (ou antennes).