

Oscillateur amorti

1 But

Étude d'un pendule pesant ; équations différentielles ; amortissements fluide et solide.

2 Matériel

Un pendule PENDULOR[®] relié à un ordinateur par une interface ORPHY-GTS[®].

Une équerre (30 °, 60°, 90°).

3 Principe

3.1 Notations

On appellera :

- g : l'intensité de la pesanteur
- m : la masse de l'objet couissant sur la tige
- d : la longueur du pendule (distance du centre de l'objet à l'axe de rotation)
- a : l'angle du pendule (angle entre la tige et la verticale)
- t : le temps
- a' : la vitesse angulaire du pendule : $a' = da/dt$



3.2 Acquisitions

Le logiciel REGRESSI[®] permet de faire les acquisitions de l'angle α en fonction du temps. Faire le schéma du pendule vu de face.

3.3 Équation différentielle

On supposera que la masse de la tige est négligeable et que l'objet est assimilable à un point matériel. La conservation de l'énergie mécanique du système permet de déduire l'équation différentielle du mouvement :

$$d \cdot \ddot{\alpha} + g \cdot \sin \alpha = 0$$

Si les amplitudes sont faibles, $\sin \alpha \approx \alpha$ donc cette équation se ramène à l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique :

$$\ddot{\alpha} + \omega^2 \cdot \alpha = 0$$

avec $\omega^2 = \frac{g}{d}$ et $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

4 Montage et étalonnage

⇒ Réaliser le montage

⇒ Mesurer la longueur $d =$



Appeler le professeur

⇒ Relier le cordon à la prise C de l'interface ORPHY[®] ; allumer l'interface puis l'ordinateur, lancer le logiciel REGRESSI[®] et choisir les menus :

• **Fichier** puis **Orphy GTS**

• **Abscisse** : **Temps**

• **Voie**

• **1 Voie** EA6 **Nom** : a **Unité** : rad **Commentaire** : angle

• **Ref** 0V (placer le commutateur dans cette position)

• **Étalonnage** : interactif

premier point : débloquer la vis de fixation de la tige sur l'axe et tourner la poulie pour amener le curseur au milieu de l'écran ; bloquer la vis de fixation de la tige lorsqu'elle est verticale et taper 0.

deuxième point : incliner la tige à 30 ° à l'aide de l'équerre et taper 0.5236.

• **Enregistrement**

• **Longue durée** non **Durée** 5 s **Nombre** 100

- **Point** non **Monocoup** oui
- **Synchro.** seuil 0 front montant



Appeler le professeur

5 Acquisitions

On fera les acquisitions dans trois pages.

- ⇒ page n°1 : lancer une acquisition de petite amplitude (≈ 0.5 rad)
- ⇒ Enregistrer cette acquisition en tapant sur **Entrée** puis en validant sur **Nouvelle Page**.
- ⇒ page n°2 : modifier la durée d'enregistrement (30 s), ajouter une ailette à la partie supérieure de la tige pour obtenir un frottement fluide et lancer une acquisition d'amplitude ≈ 0.5 rad
- ⇒ Enregistrer cette acquisition en tapant sur **Entrée** puis en validant sur **Nouvelle Page**.
- ⇒ page n°3 : enlever l'ailette et faire passer le fil tendu sur la gorge du réa pour obtenir en frottement solide (faire un essai pour régler la tension du fil de manière à ce que le pendule fasse au moins cinq oscillations avant de s'arrêter) et lancer une acquisition d'amplitude ≈ 0.5 rad.
- ⇒ Enregistrer cette acquisition en tapant sur **Entrée** puis en validant sur **Fin**.



Appeler le professeur

- ⇒ Sauver le fichier de mesures sur la disquette sous le nom "PESANT + G + n" (où G est le groupe et n le n° de la semaine).

6 Oscillations non amorties

Revenir dans la page n°1.

Mesurer la période T du pendule à l'aide du **Curseur Segment** : $T =$

Créer une **Constante Nouvelle m** et donner sa valeur en kg.

Créer une **Constante Nouvelle d** et donner sa valeur en m.

Modéliser $a = f(t)$ par l'équation différentielle du 2^e ordre $a'' = -w^2 a$

Le pendule pesant est-il un oscillateur harmonique pour des petites amplitudes ?

Comparer w et $2\pi/T$; conclure.

En déduire une valeur expérimentale de l'intensité de la pesanteur g .



Appeler le professeur

Imprimer le graphique et le modèle.

7 Oscillations amorties

7.1 Frottement fluide

Ouvrir la page n° 2.

Mesurer la pseudo période T du pendule à l'aide du **Curseur Segment** ; conclusion.

Tracer $a = f(t)$ et modéliser par l'équation différentielle $a'' = -w^2 a - h \cdot a'$.

La force de frottement f que subit le pendule étant proportionnelle à la vitesse du pendule, justifier l'équation différentielle et la forme du graphique.

Que peut-on dire de l'enveloppe des extremums de la courbe $\alpha = f(t)$?



Appeler le professeur

Imprimer le graphique et le modèle.

Approfondissement (facultatif) :

Calculer la constante de temps de l'amortissement $t = 2/h$.

Calculer le facteur de qualité $Q = w/h$.

7.2 Frottement solide

Ouvrir la page n° 3.

Mesurer la pseudo période T du pendule ; conclusion.

Tracer $a = f(t)$ et modéliser par l'équation différentielle $a'' = -w^2 a - c \cdot \text{sign}(a)$ (on rappelle que la fonction $\text{sign}(x)$ vaut +1 si $x > 1$ et vaut -1 si $x < 0$).

La force de frottement f que subit le pendule étant d'intensité constante, justifier l'équation différentielle et la forme du graphique.

Que peut-on dire de l'enveloppe des extremums de la courbe $\alpha = f(t)$?



Appeler le professeur

Imprimer le graphique et le modèle.



Remettre le poste de travail dans l'état initial.