

EPREUVE A3

Problème d'électronique, d'électrotechnique et d'automatique

durée 6 heures

AVERTISSEMENT

Le problème porte sur l'étude d'une structure de convertisseur d'énergie à accumulation inductive (fly-back) associé à un redresseur à absorption sinusoïdale de courant.

Il comporte quatre parties dont les trois premières sont indépendantes.

Il est conseillé de traiter les parties 2, 3 et 4 dans l'ordre, mais, dans tous les cas, le candidat veillera à faire précéder ses réponses du numéro exact et complet de la question traitée.

La première partie est consacrée à un redresseur à absorption sinusoïdale de courant.

La deuxième partie étudie la structure « fly-back » classique et les phénomènes liés à l'inductance de fuites du transformateur.

La troisième partie s'intéresse à l'introduction d'un interrupteur à commutation au zéro de tension dans la structure « fly-back ».

La quatrième partie aborde l'étude d'une structure de convertisseur continu-alternatif fonctionnant sur le principe de l'accumulation inductive d'énergie. On y utilise des résultats de la deuxième partie.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en précisant les initiatives qu'il prend pour la rédaction de sa solution.

Les documents-réponses doivent être insérés à plat dans la copie, l'en-tête détachable placé en haut.

PREMIÈRE PARTIE

REDRESSEUR À ABSORPTION SINUSOÏDALE DE COURANT

La législation européenne sur les contraintes de compatibilité électro-magnétique (CEM) impose maintenant à tout système électrique d'absorber un courant quasi sinusoïdal (le spectre de fréquences est limité par un gabarit) en phase avec la tension du réseau. Les concepteurs ont recours à des redresseurs à absorption sinusoïdale de courant ou circuits correcteurs du facteur de puissance (power factor correction). On se propose ici d'en étudier un exemple.

1. Justification de la nécessité d'un redresseur à absorption sinusoïdale de courant

Le schéma de la figure 1, extrêmement répandu, ne peut plus convenir. Expliquer pourquoi en représentant, sur le document-réponse n° 1, l'allure de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur et, en concordance de temps, l'allure du courant $i_r(t)$ appelé sur le réseau supposé de puissance infinie.

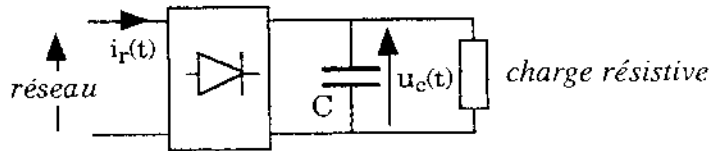


Figure 1

Aux faibles puissances (en dessous de quelques centaines de watts), la structure de base souvent utilisée pour réaliser l'absorption sinusoïdale est celle du hacheur élévateur (boost) représenté à la figure 2.

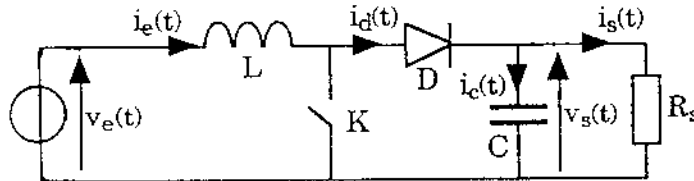


Figure 2

L'interrupteur K et la diode D sont parfaits.

En régime permanent, l'interrupteur K est passant de 0 à t_{on} et ouvert de t_{on} à T_d .

On note : T_d la période de découpage et $\alpha = t_{on}/T_d$ le rapport cyclique.

2. Étude préliminaire de la structure de base alimentée en continu

On alimente le montage par une source de tension continue : $v_e(t) = E = \text{constante}$.

L'évolution du rapport cyclique est telle que le courant $i_e(t)$ dans la bobine n'est pas discontinu et varie entre les valeurs I_m (minimale) et I_M (maximale).

On note respectivement I_e , I_d , I_s , I_c les valeurs moyennes de $i_e(t)$, $i_d(t)$, $i_s(t)$ et $i_c(t)$.

2.1. On suppose que le condensateur de sortie présente une capacité C suffisante pour que l'on puisse négliger l'ondulation de la tension de sortie $v_s(t)$ à la fréquence de découpage. On a donc :

$$v_s(t) = V_s = \text{constante}.$$

2.1.1. La bobine d'inductance L est sans perte. Retrouver les relations donnant V_s en fonction de E et α d'une part et I_s en fonction de I_e et α d'autre part.

- 2.1.2. On tient compte, uniquement dans cette question, de la résistance série R_L de la bobine.
- 2.1.2.1. En écrivant l'équation de la maille d'entrée de la figure 2 en valeur moyenne, établir la nouvelle relation donnant V_s en fonction de E , α , R_L et R_s la résistance de charge.
- 2.1.2.2. Tracer l'évolution de V_s en fonction de α quand E est constante et $R_L \neq 0$ (en général $R_L \ll R_s$). On montrera en particulier que cette courbe présente un extremum que l'on calculera.
- 2.1.2.3. Représenter sur le même graphe le cas où $R_L = 0$ et commenter.
- 2.2. On considère maintenant que l'ondulation aux bornes du condensateur est d'amplitude faible mais non négligeable. Le courant $i_s(t)$ peut encore être considéré comme constant et égal à sa valeur moyenne I_s . On se propose d'évaluer cette ondulation en régime permanent dans le cas particulier suivant : le convertisseur fonctionne à la limite de son domaine de conduction continue (ou conduction critique), c'est-à-dire lorsque $I_m = 0$.
- 2.2.1. Quelles relations peut-on écrire, en régime permanent, entre I_d , I_s et I_c ? Représenter, sur le document-réponse n° 2, l'allure des courants $i_c(t)$, $i_d(t)$, $i_e(t)$ et en déduire l'allure de la tension $v_s(t)$ en la justifiant et en mettant clairement en évidence la forme de l'ondulation.
- 2.2.2. Montrer que la tension $v_s(t)$ est extrémale à l'instant αT_d et à un instant t_0 que l'on exprimera en fonction de α , T_d , I_s et I_M .
- 2.2.3. En intégrant $i_c(t) = C \frac{dv_s}{dt}$ entre αT_d et t_0 , exprimer l'amplitude de l'ondulation crête à crête ΔV_s de la tension $v_s(t)$ en fonction de I_s , C , T_d et α .
- 2.2.4. Un expérimentateur regardant à l'oscilloscope l'ondulation de la tension $v_s(t)$ aux bornes de C observera en réalité une courbe qui présente des fronts raides. Expliquer l'origine de ce phénomène et évaluer l'amplitude du front raide.

3. Étude de la structure fonctionnant en redresseur à absorption sinusoïdale

Dans le convertisseur représenté à la figure 3, le redresseur, l'interrupteur K et la diode D sont parfaits ; les composants passifs (bobine et condensateur) ainsi que le filtre sont sans pertes.

Le réseau alternatif sinusoïdal de tension $v_r(t)$, de fréquence $f = 50$ Hz (période T , pulsation ω) est redressé par un pont de Graëtz, de sorte que l'on applique à l'entrée du hacheur élévateur une source de tension $v_e(t)$ telle que :

$$v_e(t) = |v_r(t)| = V_e \sqrt{2} |\sin \omega t|.$$

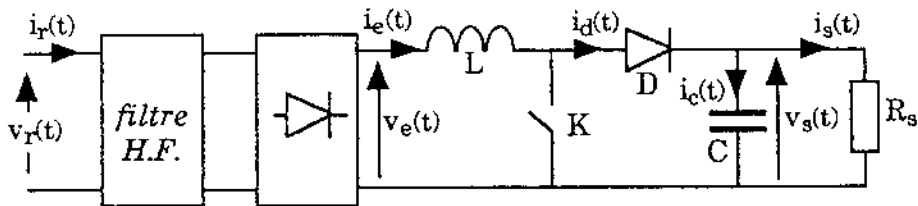


Figure 3

On se place en régime permanent et on suppose que le correcteur de facteur de puissance fonctionne parfaitement. Alors, le courant en ligne appelé au réseau est sinusoïdal et en phase avec la tension $v_r(t)$:

$$i_r(t) = I_r \sqrt{2} \sin \omega t.$$

La cellule (K, D) fonctionne en mode de conduction critique (limite de conduction continue), ce qui signifie que :

- le courant $i_e(t)$ dans la bobine d'inductance L croît de zéro à une valeur i_{em} quand K est fermé,
- le courant $i_e(t)$ décroît de i_{em} jusqu'à zéro quand K est ouvert et la fermeture de K pour une nouvelle période est provoquée par le passage à zéro du courant $i_e(t)$.

Le courant $i_e(t)$ est alors de forme triangulaire et le filtre, supposé parfait, a pour but d'éliminer tous les harmoniques liés au découpage afin de ne pas les réinjecter sur le réseau de sorte qu'entre 0 et $T/2$, le courant filtré $i_{cf}(t)$ correspondant au courant $i_e(t)$ est sinusoïdal.

On a alors la relation :

$$i_{ef}(t) = |i_r(t)|.$$

La période des phénomènes liés au redresseur à absorption sinusoïdale étant égale à $T/2$ (10 ms), on a représenté, figure 4, entre 0 et $T/2$, sans respecter les échelles de temps, l'allure des courants $i_e(t)$ et $i_{ef}(t)$ et la courbe $i_{em}(t)$ enveloppe des maximums successifs de $i_e(t)$.

La période de découpage T_d du hacheur est donc variable au cours d'une demi-période du réseau mais elle reste toujours très inférieure à la période T du réseau.

On peut donc considérer que, sur une période de découpage T_d , positionnée à l'instant t :

- la tension $v_e(t)$ ne varie pratiquement pas ;
- la valeur moyenne du courant $i_e(t)$ dans la bobine d'inductance L est égale à la valeur absolue du courant i_r pris à l'instant t , soit :

$$|i_r(t)| = \frac{1}{T_d} \cdot \int_t^{t+T_d} i_e(t) dt.$$

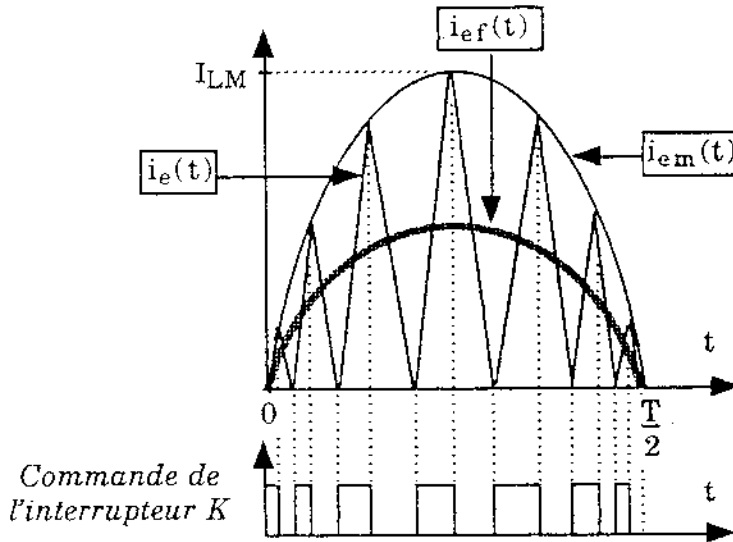


Figure 4

La capacité C du condensateur de sortie est suffisante pour que l'ondulation de la tension $v_s(t)$ à ses bornes reste faible devant sa valeur moyenne. De plus, une boucle de régulation (qui ne sera pas étudiée) permet de maintenir constante cette tension moyenne de sortie.

Un redresseur à absorption sinusoïdale doit s'adapter à n'importe quel type de réseau. Il doit pouvoir fournir une puissance nominale P_s sous la tension V_s quelle que soit la valeur efficace V_e du réseau sur lequel il est branché. L'objectif de cette étude est d'établir des relations permettant de dimensionner les composants passifs (L, C, \dots) pour que le convertisseur puisse fonctionner même dans le cas le plus défavorable.

Données numériques :

- La valeur efficace de la tension d'entrée V_e peut varier de $V_{e_{min}} = 85 \text{ V}$ à $V_{e_{max}} = 265 \text{ V}$.
- La tension de sortie moyenne est supposée constante : $V_s = 400 \text{ V}$.
- La puissance utile nominale en sortie est fixée à la valeur $P_s = 120 \text{ W}$.

3.1. On néglige l'ondulation de tension aux bornes du condensateur. Dans cette hypothèse :

$$v_s(t) = V_s = 400 \text{ V}.$$

3.1.1. En régime permanent de fonctionnement, à quelle inégalité doivent satisfaire V_e (valeur efficace de $v_e(t)$) et V_s ? À l'aide des relations établies au § 2.1.1., montrer que, au cours d'une demi-période du réseau (de $t = 0$ à $t = T/2$), le rapport cyclique α évolue en fonction du temps selon la loi :

$$\alpha(t) = 1 - \frac{V_e \sqrt{2}}{V_s} \cdot |\sin \omega t|.$$

- 3.1.2. Compte tenu des hypothèses, quelle est la relation simple liant $i_{em}(t)$ et $i_r(t)$? On note I_{LM} la valeur maximale de la courbe $i_{em}(t)$. En déduire, par un bilan de puissance entre l'entrée et la sortie, que le courant maximal I_{LM} dans la bobine d'inductance L s'exprime par :

$$I_{LM} = 2 \sqrt{2} \frac{P_s}{V_e}$$

Quelle est, dans le cas le plus défavorable, sa plus grande valeur maximale I_{LMM} ? Donner sa valeur numérique.

- 3.1.3. Montrer que le temps de conduction t_{on} de l'interrupteur s'exprime par :

$$t_{on} = 2 L \frac{P_s}{V_e^2}$$

Que peut-on dire de t_{on} si P_s et V_e sont constantes?

- 3.1.4. Exprimer le temps t_{off} pendant lequel l'interrupteur est bloqué en fonction de t_{on} , V_s , V_e et $\sin \omega t$.

- 3.1.5. Exprimer la durée T_d d'une période de découpage en fonction de t_{on} , V_s , V_e et t .

- 3.1.6. Tracer l'évolution de T_d au cours d'une demi-période du réseau quand V_e et P_s sont constants.

Exprimer, dans ces conditions, les durées minimale T_{dmin} et maximale T_{dmax} de la période T_d en fonction de t_{on} , V_e et V_s .

- 3.1.7. Tracer l'allure des courbes de T_{dmin} et T_{dmax} en fonction de P_s quand V_e est constante. Hachurer la zone de fonctionnement du convertisseur.

- 3.1.8. On note $K = 2 \cdot L \cdot P_s \cdot V_s$.

- 3.1.8.1. Étudier, quand $P_s = 120 \text{ W} = \text{constante}$, l'évolution de $\frac{T_{dmin}}{K}$ et $\frac{T_{dmax}}{K}$ quand V_e varie de 85 V à 265 V .

- 3.1.8.2. Représenter $\frac{T_{dmin}}{K}$ et $\frac{T_{dmax}}{K}$ en fonction de V_e après avoir calculé numériquement les points remarquables.

Hachurer la zone de fonctionnement du convertisseur.

- 3.1.9. Dans le cas le plus défavorable, la période T_d ne doit pas dépasser $T_{dmax} = 40 \mu\text{s}$.

- 3.1.9.1. Expliquer cette limitation.

- 3.1.9.2. Calculer la valeur à donner à l'inductance L pour respecter cette condition dans le cas le plus défavorable. Donner sa valeur numérique.

- 3.1.9.3. En déduire la plage de variation de la fréquence de découpage f_d , lorsque $P_s = 120 \text{ W}$, quand V_e varie de 85 V à 265 V . Donner sa valeur numérique.

3.2. Ondulation de la tension de sortie aux bornes du condensateur C .

- 3.2.1. Expliquer physiquement pourquoi la tension $v_s(t)$ aux bornes du condensateur C présente forcément une ondulation basse fréquence. Quelle est la fréquence de cette ondulation?

Le modèle de comportement en basse fréquence du condensateur de filtrage est conforme au schéma équivalent de la figure 5 dans lequel :

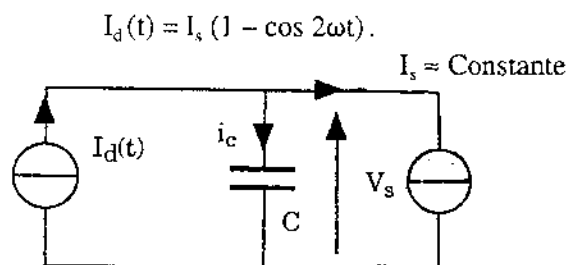


Figure 5

- 3.2.2. Établir l'expression de $I_d(t)$ qui est proposée. On exprimera I_s en fonction de I_r , V_e et V_s .

- 3.2.3. Dessiner, à l'aide du document-réponse n° 3, l'allure du courant $i_c(t)$ et celle de la tension $V_s(t)$ (en faisant clairement figurer les points remarquables). Pour plus de clarté, on grossira l'ondulation par rapport à la tension filtrée.
- Exprimer l'amplitude de l'ondulation crête à crête ΔV_{sBF} de $v_s(t)$.
 - Calculer la valeur de C pour laquelle $\Delta V_{sBF} = 15 \text{ V}$.
- 3.2.4. On choisit un condensateur de $47 \mu\text{F}$ et 450 V . On calcule maintenant l'ondulation ΔV_{sHF} causée par le découpage qui se superpose à celle qui vient d'être calculée.
- 3.2.4.1. À quel moment de la période T du réseau et pour quelle valeur de V_c l'amplitude de l'ondulation haute fréquence est-elle maximale ?
- 3.2.4.2. Que valent alors la période $T_{d,max}$ et le rapport cyclique ?
- 3.2.4.3. Évaluer numériquement l'amplitude de l'ondulation maximale ΔV_{sHF} à haute fréquence à partir de la relation établie à la question 2.2.3. Commenter ce résultat sachant que la résistance série du condensateur vaut $R_c = 1,3 \Omega$.

DEUXIÈME PARTIE

ALIMENTATION FLY-BACK

Le schéma de principe d'un convertisseur de type « fly-back » est représenté figure 6. On utilise dans le texte les notations de cette figure. L'interrupteur K fonctionne avec une période T . Il est passant de 0 à αT et ouvert de αT à T avec $0 < \alpha < 1$.

Le redresseur à absorption sinusoïdale de la première partie se comporte comme une source parfaite de tension continue E et alimente le convertisseur.

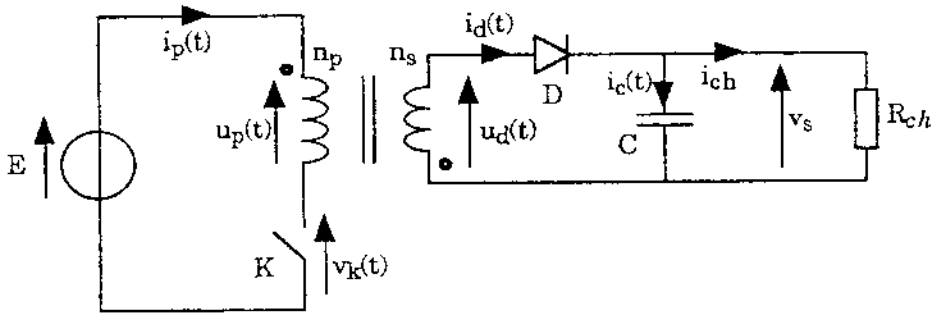


Figure 6

On modélise l'élément magnétique du convertisseur par le schéma équivalent de la figure 7 dans lequel L_m représente l'inductance magnétisante parcourue par le courant $i_m(t)$ et L_f représente l'inductance de fuites ramenée au primaire. Le bobinage primaire comporte n_p spires et le bobinage secondaire n_s spires.

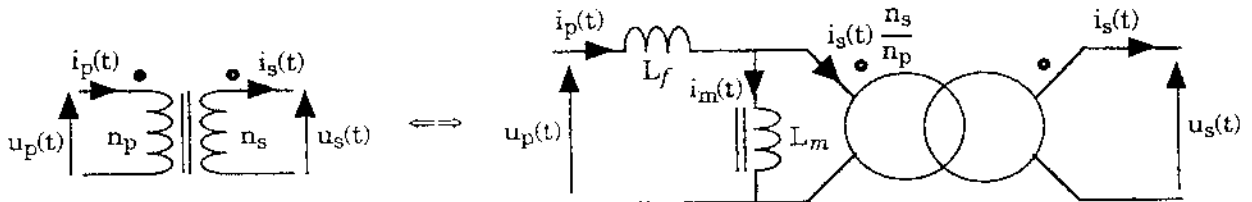


Figure 7

On se place en régime permanent de fonctionnement pour lequel la tension de sortie $v_s(t)$ est supposée constante et parfaitement régulée : $v_s(t) = V_s$. Pour les *applications numériques*, on prendra les données suivantes :

- tension d'entrée continue $E = 400$ V ;
- tension de sortie continue nominale $V_s = 48$ V ; courant de sortie nominal $i_{chn} = 2$ A ;
- fréquence de découpage $f = 50$ kHz .

1. Étude de la structure de principe en démagnétisation complète

Dans tout ce paragraphe on suppose que :

- l'inductance de fuites L_f de l'élément magnétique (fig. 7) est nulle : $L_f = 0$;
- tous les éléments du circuit de la figure 6 sont sans pertes.

1.1. Fonctionnement de la structure en démagnétisation complète (régime discontinu).

1.1.1. Rappeler brièvement (5 lignes maximum) le principe de transfert d'énergie dans un convertisseur « fly-back ».

1.1.2. On note I_{pm} le courant coupé par l'interrupteur K.

- Déterminer $i_p(t)$ pour $0 < t < \alpha T$. En déduire I_{pm} en fonction de α , T , E et L_m .
- En effectuant un bilan de puissance entre l'entrée et la sortie du convertisseur, exprimer la tension moyenne de sortie V_s en fonction de E , α , R_{ch} , L_m et T .

1.1.3. On note I_{dm} la valeur maximale du courant qui circule dans la diode D.

- Ramener l'inductance L_m au secondaire du transformateur et déterminer $i_d(t)$ pour $\alpha T < t < T$.
- Établir la relation entre I_{pm} , I_{dm} et $\frac{n_s}{n_p}$.

1.1.4. Exprimer la durée t_{off} pendant laquelle la diode D conduit, en fonction de R_{ch} , L_m , $\frac{n_s}{n_p}$ et T .

1.1.5. Déterminer le rapport $\frac{n_s}{n_p}$ pour que la tension maximale aux bornes de l'interrupteur à l'état bloqué soit $v_{kmax} = 500$ V.

1.1.6. On veut calculer la valeur à donner à l'inductance L_m pour que, à puissance nominale ($P_s = 96$ W), le convertisseur fonctionne en limite de conduction continue (la diode D conduit pendant $t_{off} = (1 - \alpha) T$). Les relations du régime continu (ou démagnétisation incomplète) sont donc applicables à ce point de fonctionnement.

1.1.6.1. Exprimer, en limite de conduction continue, le rapport $\frac{V_s}{E}$ en fonction de α et $\frac{n_s}{n_p}$.

1.1.6.2. Quelle est alors la valeur du rapport cyclique α ?

1.1.6.3. Quelle valeur faut-il donner à l'inductance L_m ?

1.1.6.4. Calculer le courant I_{pm} coupé par l'interrupteur K.

1.1.6.5. Représenter, à l'aide du document-réponse n° 4, l'allure des tensions $u_p(t)$, $u_d(t)$, $v_k(t)$ et des courants $i_p(t)$ et $i_d(t)$:

- pour la puissance nominale ;
- pour une puissance de sortie égale à la moitié de la puissance nominale.

On précisera les valeurs numériques des maximums de ces courbes et on respectera les ordres de grandeur.

1.2. L'élément magnétique (fig. 8) est réalisé avec un noyau en ferrite formé de deux pièces en « E » accolées laissant un entrefer e au milieu de la colonne centrale. Les enroulements primaire et secondaire sont placés autour de cette même colonne.

Le noyau magnétique est caractérisé par :

- la longueur moyenne d'une ligne de champ $l = 79$ mm ;
- la section de la colonne centrale $S = 97$ mm² ;
- la section de tout le reste du noyau, supposée constante et égale à $S/2$;
- la perméabilité relative du matériau magnétique supposé (hors saturation) linéaire, homogène et isotrope $\mu_r = 1800$.

La perméabilité du vide est : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ S.I.

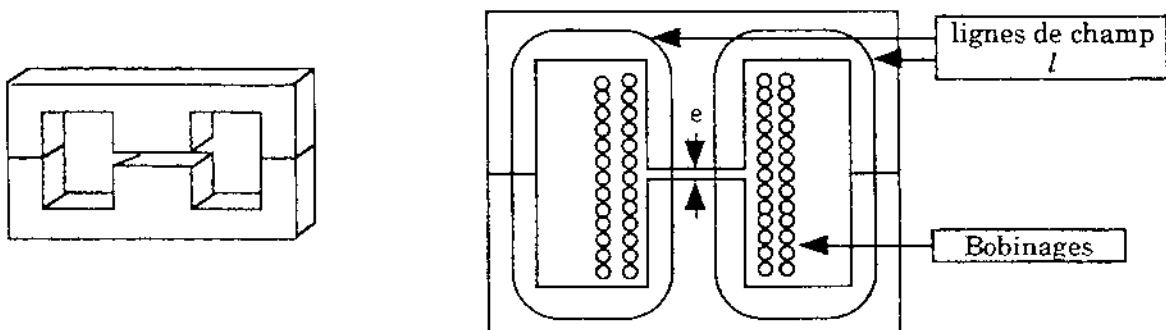


Figure 8

1.2.1. Bien que le champ magnétique de saturation du matériau B_{sat} soit voisin de 0,4 T, on limite volontairement le champ, dans le pire des cas, à une valeur $B_{max} = 0,20$ T.

1.2.1.1. Quel est l'objectif de cette démarche ?

1.2.1.2. Exprimer le flux embrassé par les n_p spires et en déduire littéralement puis numériquement le nombre de spires n_p qui permet d'obtenir la valeur de L_m déterminée au 1.1.6.3. en respectant la condition sur le champ magnétique au point nominal, en limite de conduction continue.

1.2.1.3. En déduire n_s .

1.2.1.4. Exprimer le théorème d'Ampère et en déduire la valeur e de l'entrefer.

1.2.2. Rappeler les expressions de l'énergie magnétique volumique dans le vide (ou l'air) et dans un milieu de perméabilité relative μ_r , lorsqu'il y règne le champ magnétique B_{max} .

- En déduire l'énergie W_e stockée dans l'entrefer et l'énergie W_m stockée dans le matériau magnétique. Effectuer les applications numériques et conclure.
- Vérifier si ces résultats sont compatibles avec la puissance du convertisseur.

1.3. Ondulation de la tension de sortie aux bornes du condensateur de capacité C .

À l'aide des résultats établis dans la première partie à la question 2.2.3., calculer la capacité C à donner au condensateur, supposé parfait, pour que l'ondulation crête à crête de la tension de sortie soit $\Delta V_s = 0,10$ V au point nominal. Commenter ce résultat sachant que la résistance série du condensateur est de $0,80 \Omega$.

2. Influence de l'inductance de fuites L_f

Dans ce paragraphe, on tient compte de l'inductance de fuites L_f représentée sur le schéma équivalent de la figure 7.

On place aux bornes de l'élément magnétique du convertisseur « fly-back », un dispositif écrêteur \mathcal{D}_e (fig. 9-a).

On peut modéliser le comportement du convertisseur, pendant toute la durée de la commutation à l'ouverture de l'interrupteur, par le schéma de la figure 9-b dans lequel le circuit écrêteur se comporte comme une diode de type Transil (équivalent, en haute tension, à une diode zéner de f.c.e.m. V_z).

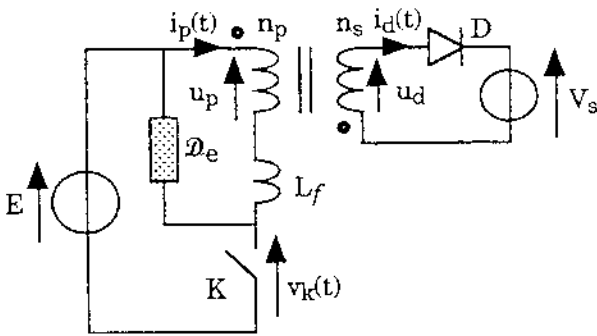


Figure 9-a

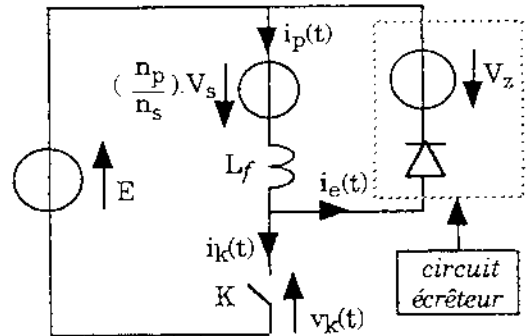


Figure 9-b

Le schéma équivalent du transformateur est celui de la figure 7. En pratique, $L_m \gg L_f$, de sorte que l'on peut considérer que, pendant toute la durée de la commutation à l'ouverture, le courant $i_m(t)$ circulant dans l'inductance de magnétisation reste constant.

On admet que, à $t = \alpha T$, la diode D se met instantanément en conduction. À cet instant, le courant $i_p(t)$ est égal à I_{pm} .

2.1. En l'absence de l'écrêteur \mathcal{D}_e , la commutation à l'ouverture de K a une durée t_d pendant laquelle le courant i_p décroît linéairement de I_{pm} à zéro. Le courant i_m (dans L_m) reste constant entre αT et $\alpha T + t_d$. Dans la figure 9-a, sans l'écrêteur \mathcal{D}_e , remplacer le transformateur par son schéma équivalent.

2.1.1. Écrire la loi de la maille au primaire du convertisseur et montrer que, entre αT et $\alpha T + t_d$, la tension v_k est constante et vaut :

$$v_k = E + \left(\frac{n_p}{n_s}\right) V_s + \Delta V.$$

On exprimera ΔV en fonction de L_f , I_{pm} et t_d .

2.1.2. Représenter, à l'aide du document-réponse n° 5-a, l'allure de la tension v_k aux bornes de K et des courants i_m , i_p et $\left(\frac{n_s}{n_p}\right) i_d$.

2.1.3. Exprimer l'énergie W_k dissipée dans K lors d'une commutation à l'ouverture. On fera apparaître dans le résultat deux termes qu'on interprétera physiquement. En déduire la puissance P_k perdue par commutation à l'ouverture.

2.2. En présence de l'écrêteur, on admet que le courant dans l'interrupteur s'annule quasi instantanément à l'ouverture, alors que i_p passe de I_{pm} à zéro en un temps t'_d . Le convertisseur, vu du primaire, est modélisable par le schéma équivalent de la figure 9-b.

2.2.1. Exprimer t'_d en fonction de L_f , I_{pm} , V_z , V_s et $\left(\frac{n_p}{n_s}\right)$.

2.2.2. Quelle condition doit remplir la tension V_z ? Que se passe-t-il si cette condition n'est pas remplie?

2.2.3. Exprimer, en fonction de V_z , V_s et $\left(\frac{n_p}{n_s}\right)$, la surtension supplémentaire $\Delta V'$ engendrée aux bornes de K . En déduire la relation entre ΔV , $\Delta V'$, t_d et t'_d .

2.2.4. À l'aide du document-réponse n° 5-b, représenter l'allure de la tension v_k et des courants i_c , i_p et $\left(\frac{n_s}{n_p}\right) i_d$ en admettant que le courant i_m reste constant entre αT et $\alpha T + t'_d$.

2.2.5. Exprimer la puissance P_e dissipée dans l'écrêteur en faisant apparaître dans l'expression l'énergie stockée dans L_f . Quelles sont les pertes totales en commutation dans un fonctionnement en limite de conduction continue?

2.3. Application numérique : $I_{pm} = 2,4 \text{ A}$; $V_z = 150 \text{ V}$; $t_d = 0,15 \mu\text{s}$ et $t'_d = 1,2 \mu\text{s}$.

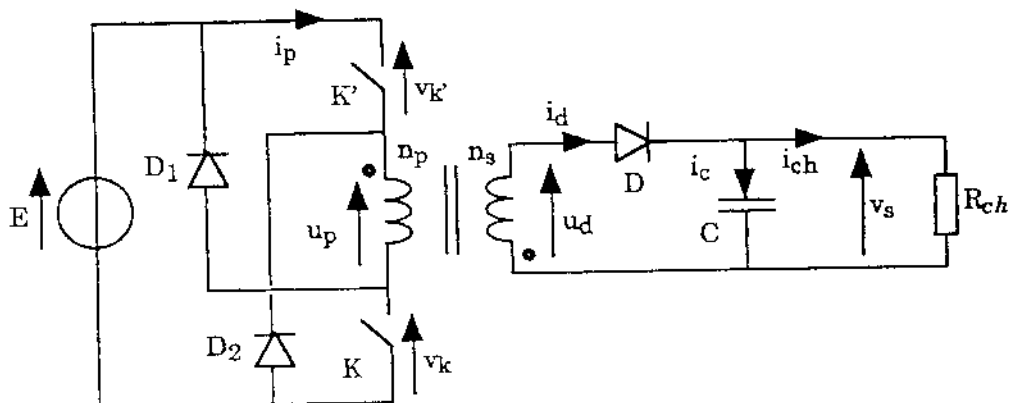
2.3.1. Calculer ΔV , $\Delta V'$ et la valeur de l'inductance de fuite L_f .

2.3.2. Calculer P_e et P_k . Comparer et commenter ces résultats.

2.3.3. Comment peut-on réduire les pertes dans l'écrêteur? Quel en est l'inconvénient?

2.4. Structure à deux interrupteurs.

Dans la structure de la figure 10, les deux interrupteurs K et K' sont passants simultanément de 0 à αT et ouverts le reste de la période.



2.4.1. Quel est le rôle des diodes D_1 et D_2 ?

2.4.2. À quelle condition doit satisfaire le rapport $\frac{n_s}{n_p}$ pour que le montage fonctionne correctement en convertisseur « fly-back » ?

2.4.3. Quel est l'intérêt de ce montage ?

ÉTUDE D'UNE STRUCTURE DE CONVERTISSEUR FLY-BACK À RÉSONANCE

La structure de principe du convertisseur est représentée à la figure 11. Le schéma équivalent de l'élément magnétique est celui de la figure 7 avec $L_r = 0$. L'interrupteur K est associé à une diode D_r en parallèle inverse et à un condensateur de résonance de capacité C_r . v_k est la tension commune à ces trois éléments.

Tous les composants sont supposés sans pertes.

On se propose de tracer les formes d'ondes des principaux courants et tensions en utilisant la méthode du plan de phase et d'en tirer les conditions de fonctionnement de l'interrupteur en commutation au zéro de tension (Z.V.S.).

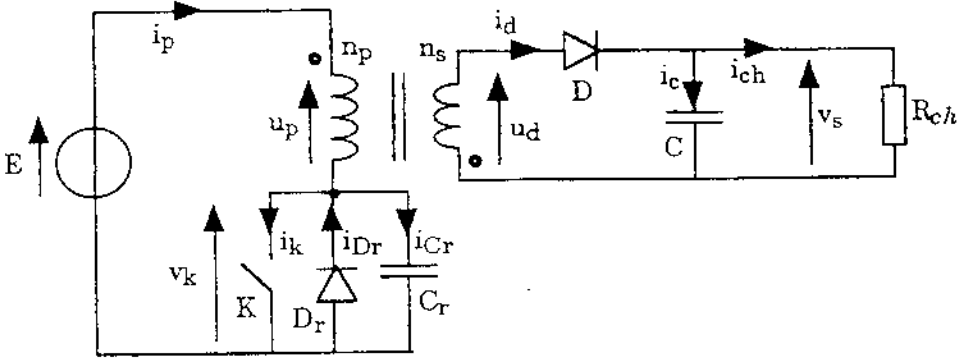


Figure 11

1. Préliminaire : rappel sur la méthode du plan de phase

La figure 12 représente une maille « E, K, L, C » faisant partie d'un réseau et le plan de phase associé. À $t = 0^+$, on ferme l'interrupteur K . Les autres branches du réseau (non représentées) ne sont plus actives mais ont engendré les conditions initiales suivantes à $t = 0^-$:

$$v_C(0^-) = V_0 \text{ et } i_L(0^-) = I_{L0}.$$

On souhaite étudier, à partir de $t = 0$, l'évolution du courant i_L en fonction de la tension v_C . Pour des raisons d'homogénéité, on utilise les variables $V(t) = v_C(t)$ et $v_1 = \sqrt{\frac{L}{C}} i_L(t)$.

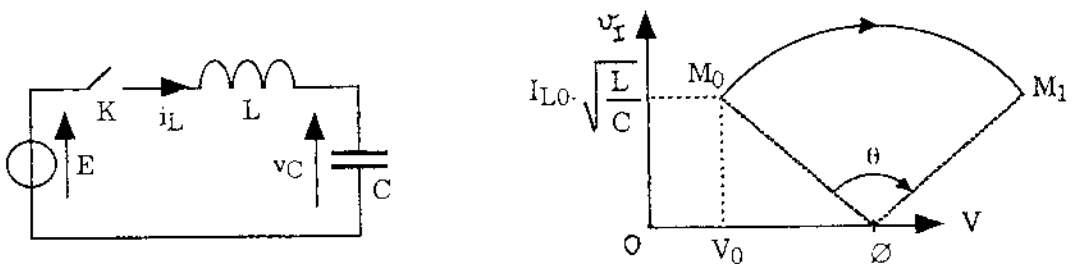


Figure 12

1.1. Écrire l'équation différentielle vérifiée par $V(t)$ et en donner la solution. En déduire $v_1(t)$. Il n'est pas nécessaire d'expliciter les constantes d'intégration.

1.2. Montrer que, dans le plan (V, v_1) le point représentatif M de coordonnées $V(t)$ et $v_1(t)$ décrit un arc de cercle dont le centre est le point \emptyset de coordonnées E et 0 , qui correspond au régime forcé (solutions particulières des équations différentielles en $V(t)$ et $v_1(t)$).

Cet arc de cercle part du point M_0 défini par les conditions initiales : V_0 et $i_{L,0} \sqrt{\frac{L}{C}}$. Il aboutit au point M_1 à l'instant où se présente une nouvelle configuration.

On rappelle que la durée t du régime oscillatoire décrit ci-dessus est proportionnelle à l'angle $\theta = \widehat{(M_0 \emptyset M_1)}$.

2. Construction des formes d'ondes et du plan de phase

On analyse une période de fonctionnement du convertisseur de la figure 11, en régime permanent. Le schéma équivalent du transformateur est celui de la figure 7 avec $L_f = 0$ (inductance de fuite négligeable).

À $t = 0$, on ferme l'interrupteur K . La diode D est bloquée. Le courant i_p est nul : $i_p(0) = 0$ et $v_k(0) = 0$.

- On appelle : t_1 l'instant où l'interrupteur K est commandé à l'ouverture ($i_p(t_1) = I_{pm}$),
- t_2 l'instant où la diode D entre en conduction,
- t_3 l'instant où la diode D se bloque,
- t_4 l'instant où la diode D_r entre en conduction.

L'interrupteur K peut être remis en conduction pour la période suivante dès que la tension à ses bornes est nulle.

On note : $V(t) = v_k(t)$ et $v_1(t) = i_m(t) \sqrt{\frac{L_m}{C_r}}$, $i_m(t)$ étant le courant circulant dans l'inductance magnétisante L_m du transformateur.

On appelle $M(V, v_1)$ le point de fonctionnement dans le plan de phase.

2.1. Recherche des formes d'ondes.

Pour chacune des questions suivantes, il est conseillé de dessiner le schéma équivalent correspondant à l'intervalle de temps considéré, puis de répondre à la question et enfin de tracer immédiatement les portions de courbes demandées en 2.2.

- 2.1.1. $0 < t < t_1$: comment évolue $i_m(t)$? Comment évolue M dans le plan (V, v_1) ? Quelles sont les coordonnées du point $M_1[V(t_1), v_1(t_1)]$?
- 2.1.2. $t_1 < t < t_2$: décrire précisément la portion de courbe décrite par M dans le plan (V, v_1) au cours de cette phase oscillatoire. Que vaut $v_k(t_2)$ quand la diode D entre en conduction?
- 2.1.3. $t_2 < t < t_3$: montrer que $v_k(t)$ est constante. Comment évoluent $i_p(t)$ et $i_m(t)$? Comment évolue M ? Quelles sont les coordonnées du point $M_3[V(t_3), v_1(t_3)]$?
- 2.1.4. $t_3 < t < t_4$: décrire précisément la portion de courbe décrite par M au cours de cette phase oscillatoire. Pourquoi la diode D_r peut-elle conduire à l'instant t_4 ?
- 2.1.5. Que se passe-t-il lorsque $t > t_4$?

2.2. Tracé des formes d'ondes.

- 2.2.1. Représenter, à l'aide du document-réponse n° 6, l'allure des courbes $i_p(t)$, $v_k(t)$, $u_p(t)$, $i_m(t)$ et $\left(\frac{n_s}{n_p}\right) i_c(t)$.
- 2.2.2. Représenter, à l'aide du document-réponse n° 7, le lieu du point M dans le plan de phase (V, v_1) .
- 2.2.3. Quels sont les intervalles de temps au cours desquels il y a stockage d'énergie puis transfert d'énergie vers la sortie?

3. Exploitation du plan de phase

- 3.1. Quels sont la tension maximale V_{sm} aux bornes de l'interrupteur et le courant maximum I_{pmax} circulant dans l'interrupteur ?
- 3.2. Quelle doit être la valeur minimale I_{pmin} du courant I_{pm} pour que le montage puisse transférer de l'énergie vers la sortie ?
- 3.3. À quelle inégalité doit satisfaire le rapport $\left(\frac{n_s}{n_p}\right)$ pour que la fermeture de l'interrupteur se fasse effectivement sous tension nulle ?

3.4. Étude du point de fonctionnement nominal en régime permanent.

Les données numériques sont les suivantes : tension d'entrée continue $E = 400 \text{ V}$; tension de sortie $V_s = 48 \text{ V}$; $L_m = 667 \mu\text{H}$; $C_r = 1,0 \text{ nF}$; $\left(\frac{n_s}{n_p}\right) = \frac{V_s}{E}$.

À puissance nominale, l'interrupteur coupe un courant $I_{pm} = 2,4 \text{ A}$.

- 3.4.1. Représenter, sur le document-réponse n° 8, le plan de phase à puissance nominale. Exprimer la durée d'une période de fonctionnement en fonction de E , I_{pm} , L_m et C_r . Effectuer l'application numérique.
- 3.4.2. Calculer la puissance de sortie nominale. Comparer à celle du « fly-back » classique étudié en deuxième partie et justifier la différence observée.
- 3.4.3. Lorsque le convertisseur est à vide, I_{pm} est faible mais non nul. Représenter, sur le document-réponse n° 8, le plan de phase à vide. Quelle est la période théorique de fonctionnement à vide ? Entre quelles limites varie la fréquence lorsque la charge varie de 0 à la charge nominale ?

QUATRIÈME PARTIE

PRINCIPE D'UNE STRUCTURE DE CONVERTISSEUR DC/AC DÉRIVÉE DU MONTAGE FLY-BACK

Pour produire une onde quasi sinusoïdale à basse fréquence (par exemple 50 Hz) à partir d'une structure de type « fly-back », on propose, avec un noyau semblable à celui qui est décrit à la figure 8, de bobiner l'élément magnétique de la façon suivante (fig. 13) :

- l'enroulement primaire (n_p spires) est bobiné autour de la jambe centrale sur laquelle est taillé l'entrefer,
- on dispose deux enroulements identiques (n_s spires) bobinés chacun sur une jambe latérale du noyau.

Pour clarifier le schéma, une seule spire est représentée pour chaque bobinage dans les figures 13 et 14.

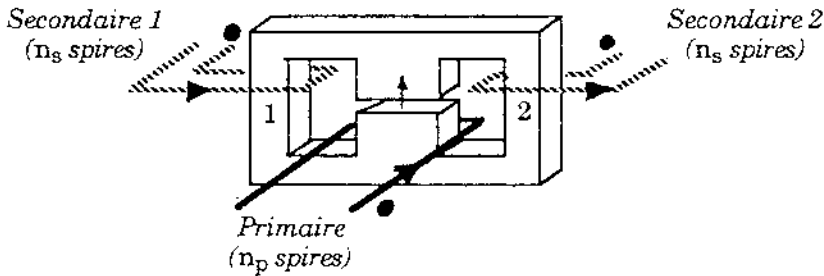


Figure 13

On réalise la structure de la figure 14, alimentée par une source de tension continue E et chargée par une résistance pure R_{ch} .

Tous les composants sont supposés parfaits.

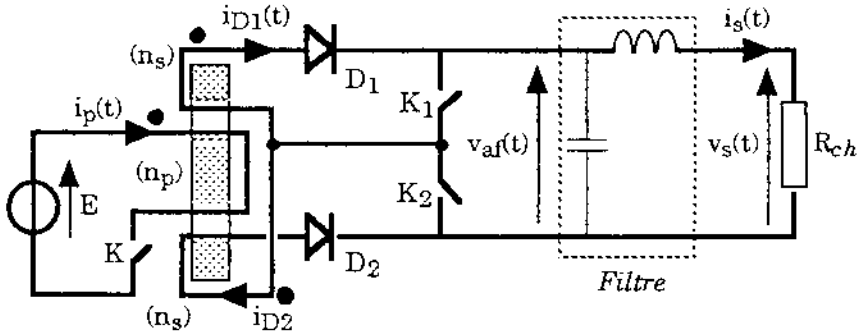


Figure 14

Pour obtenir une tension de sortie $v_s(t)$ dont le fondamental soit de la forme $v_s(t) = V_s \sqrt{2} \sin \omega t$, avec $\omega = 2\pi f$ et $f = 1/T = 50$ Hz, on procède de la façon suivante :

- de 0 à $T/2 = 10$ ms, l'interrupteur K_2 est fermé ; l'interrupteur K_1 est ouvert ; l'interrupteur K est actionné à fréquence élevée avec une période T_d et un rapport cyclique α variables dans le temps de sorte que l'on obtienne en amont du filtre une tension $v_{af}(t)$ dont le fondamental constitue l'alternance positive de $v_s(t)$.
- de $T/2$ à T , l'interrupteur K_1 est fermé ; l'interrupteur K_2 est ouvert ; K fonctionne avec la période $T_d(t)$ et le rapport cyclique $\alpha(t)$ précédents pour constituer l'alternance négative de $v_s(t)$.

On suppose que :

- $T_d(t) \ll T$,
- sur une période de découpage T_d autour de t , $v_{af}(t)$ varie peu et $v_{af}(t) \approx v_s(t)$,
- le filtre de sortie, supposé parfait, élimine totalement les harmoniques de courant liés au découpage et ne conserve que le fondamental.
- quelle que soit la période de découpage, le convertisseur fonctionne en limite de démagnétisation complète : K conduit de 0 à αT_d et la diode D_1 (ou D_2) conduit de αT_d à T_d . Les relations du régime continu (ou démagnétisation incomplète) sont donc applicables.
- On néglige les inductances de fuites.

On s'intéresse à la formation de l'alternance positive de la tension $v_s(t)$: l'interrupteur K_2 est fermé et l'interrupteur K_1 est ouvert.

1. Montrer, à l'aide du théorème d'Ampère, que les courants i_{D_1} dans l'enroulement actif et i_{D_2} dans l'enroulement en court-circuit sont égaux. Que peut-on dire de l'énergie stockée entre 0 et αT_d ?
2. La tension E est constante. Montrer que le rapport cyclique $\alpha(t)$, entre 0 et $T/2$, doit être de la forme :

$$\alpha(t) = \frac{A \sin \omega t}{1 + A \sin \omega t}$$

pour que le fondamental de la tension de sortie $v_s(t)$ soit sinusoïdal. Exprimer A en fonction de V_s , E , n_p et n_s .

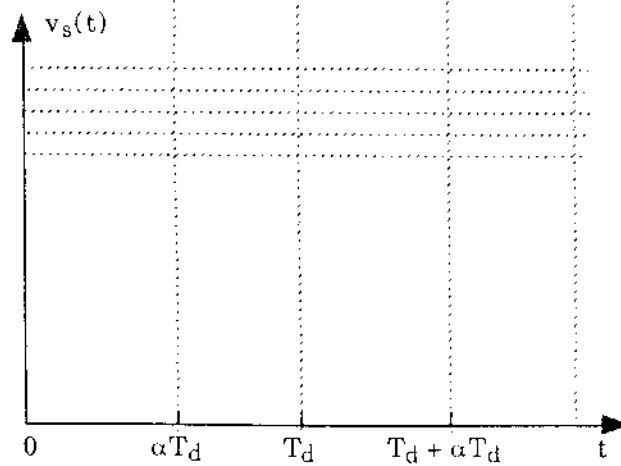
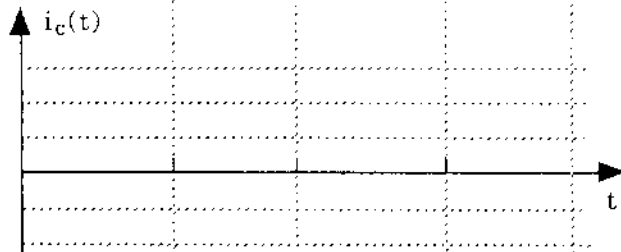
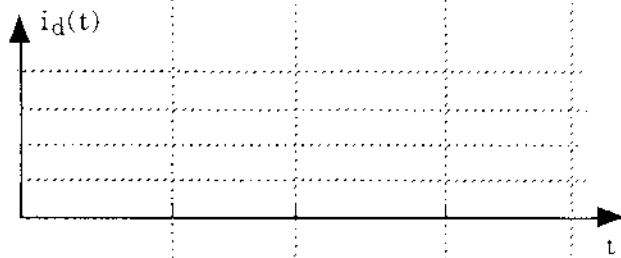
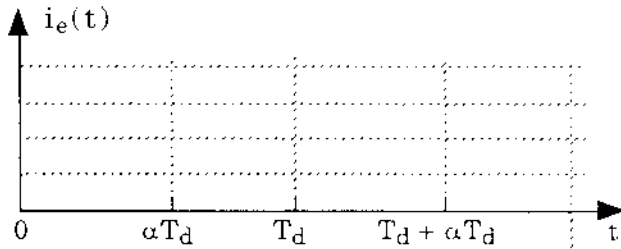
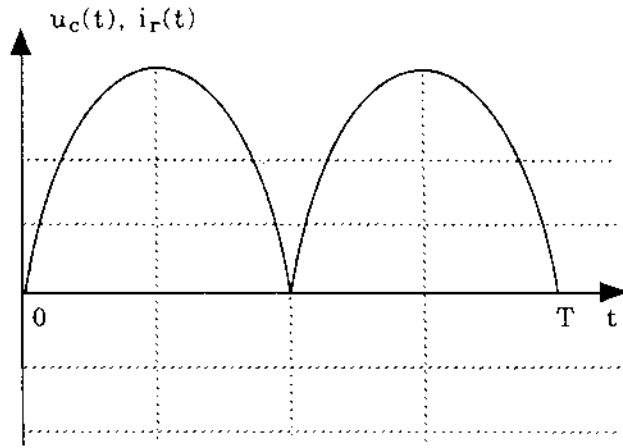
3. On admet que, sur une période au voisinage de l'instant t , la valeur moyenne de $i_{D_1}(t)$ est égale à $i_s(t)$. On note $i_{dm}(t)$ la courbe enveloppe des maximums successifs du courant dans la diode D_1 au cours d'une demi-période $T/2$. Exprimer $i_{dm}(t)$ en fonction de V_s , R_{ch} , A et $\sin \omega t$. En déduire l'expression du courant $i_{pm}(t)$, enveloppe des maximums successifs du courant dans l'interrupteur K au cours d'une demi-période $T/2$.
4. On note L_m l'inductance magnétisante du transformateur ramenée au primaire. Exprimer la loi d'évolution de la période de découpage T_d en fonction du temps et des paramètres : L_m , R_{ch} , A , n_p et n_s . Tracer l'allure de T_d en fonction du temps au cours d'une demi-période $T/2$.
5. On veut obtenir : $V_s = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$ et P_s (puissance de sortie) = 100 W . La période de découpage ne doit pas excéder, dans le pire des cas, $T_{dM} = 50 \mu\text{s}$.

On dispose d'une source de tension continue $E = 48 \text{ V}$.

- 5.1. Exprimer la tension maximale aux bornes de l'interrupteur K et calculer le rapport $\frac{n_s}{n_p}$.
- 5.2. La tension maximale aux bornes de l'interrupteur K ne doit pas dépasser 100 V .
Calculer la valeur à donner à l'inductance magnétisante L_m .
- 5.3. Calculer, dans le pire des cas, le courant maximal coupé par l'interrupteur K et le courant maximum passant dans la diode D_1 (ou D_2).

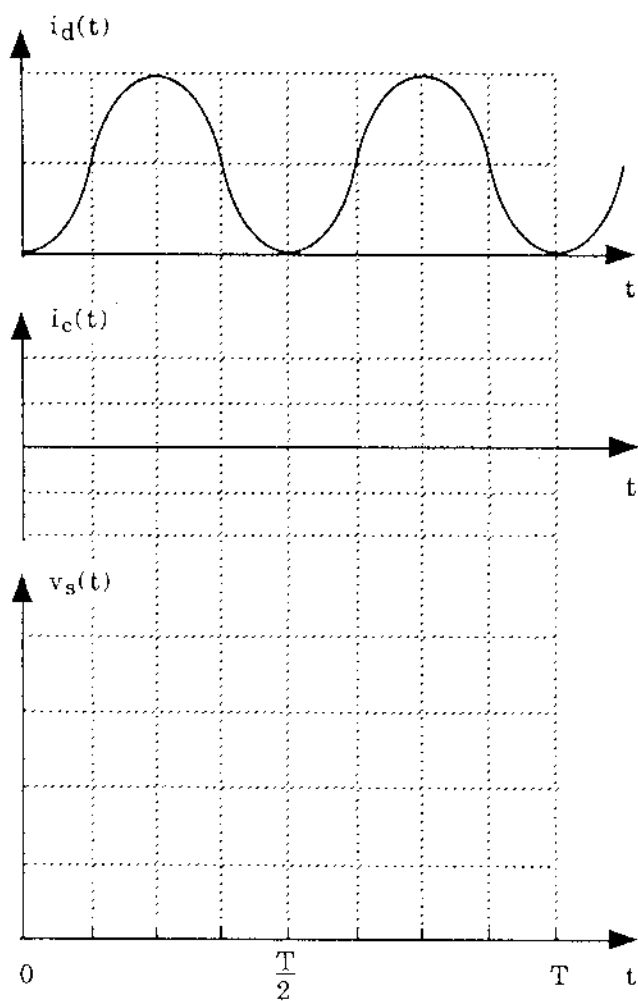
Document-réponse n° 1

Première partie
Question 1



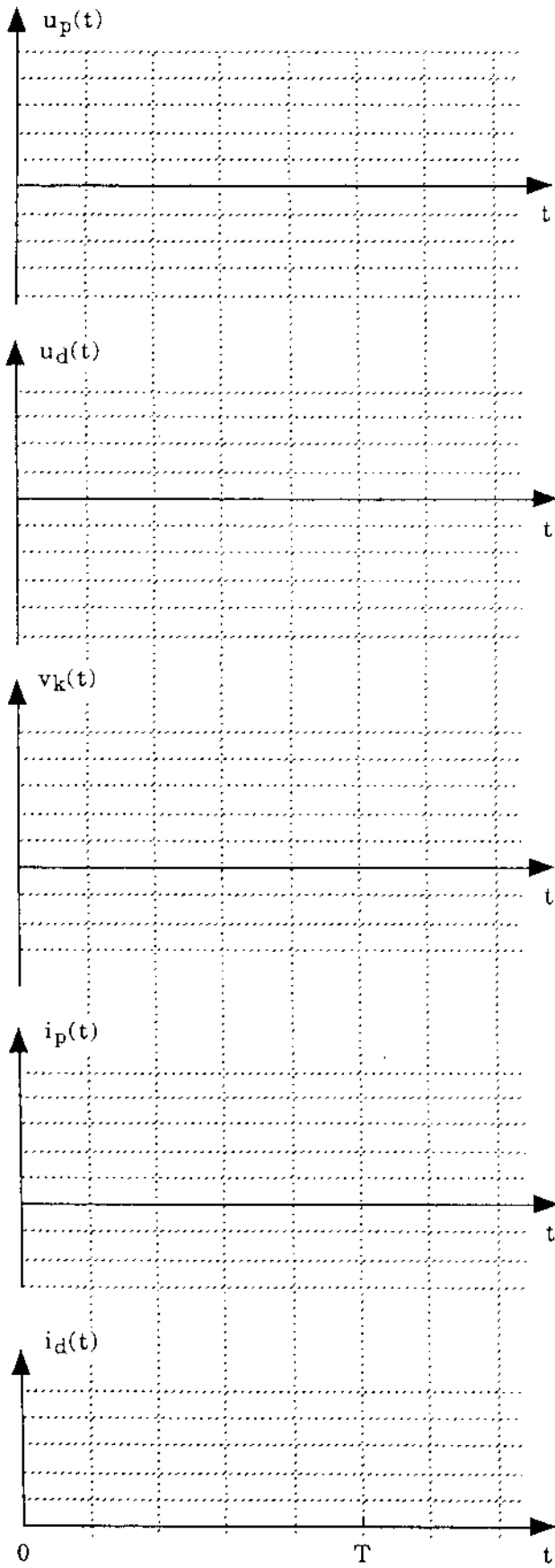
Document-réponse n° 2

Première partie
Question 2.2.1.

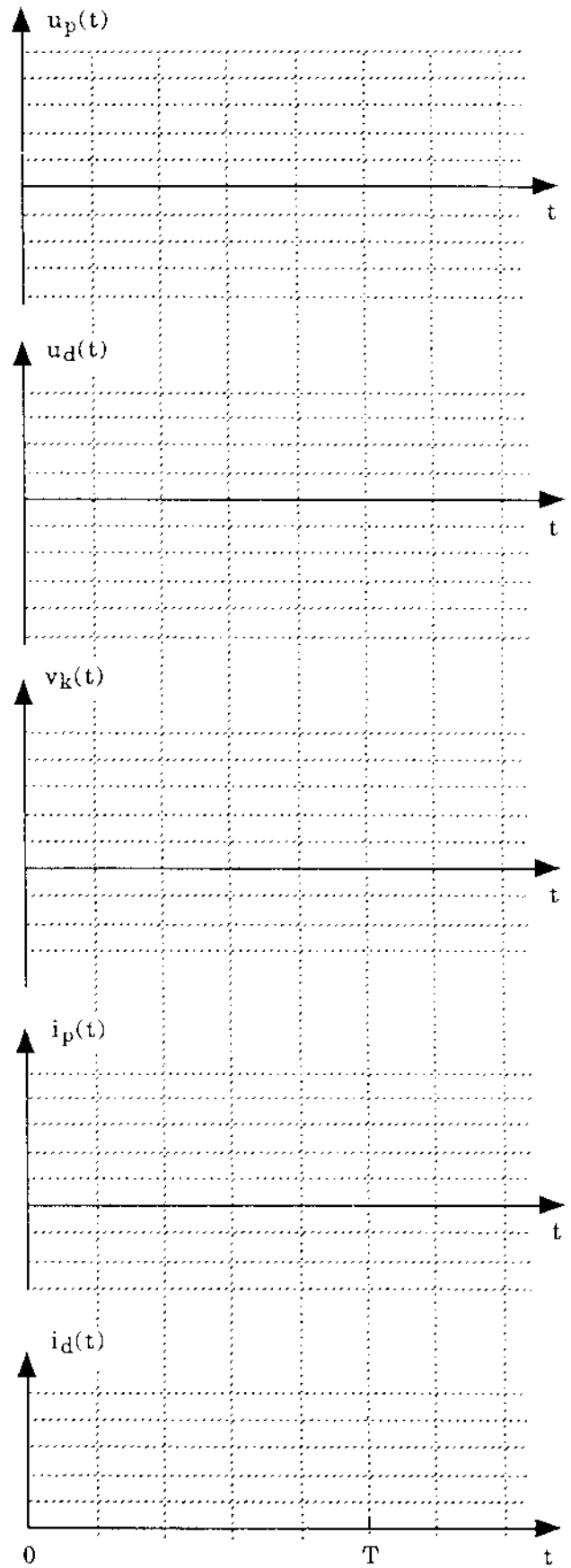


Document-réponse n° 3

Première partie
Question 3.2.3.



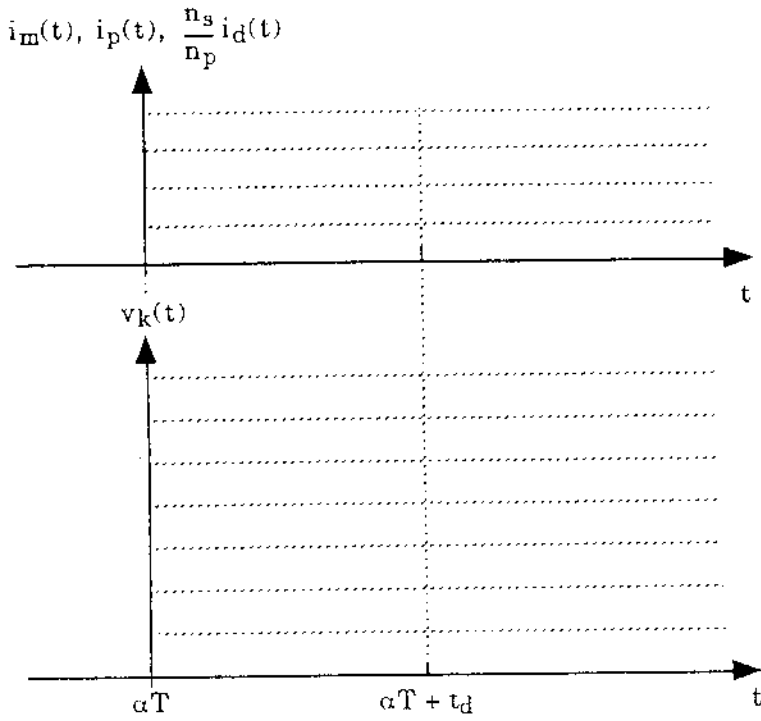
Courbes à puissance nominale



Courbes à demi puissance

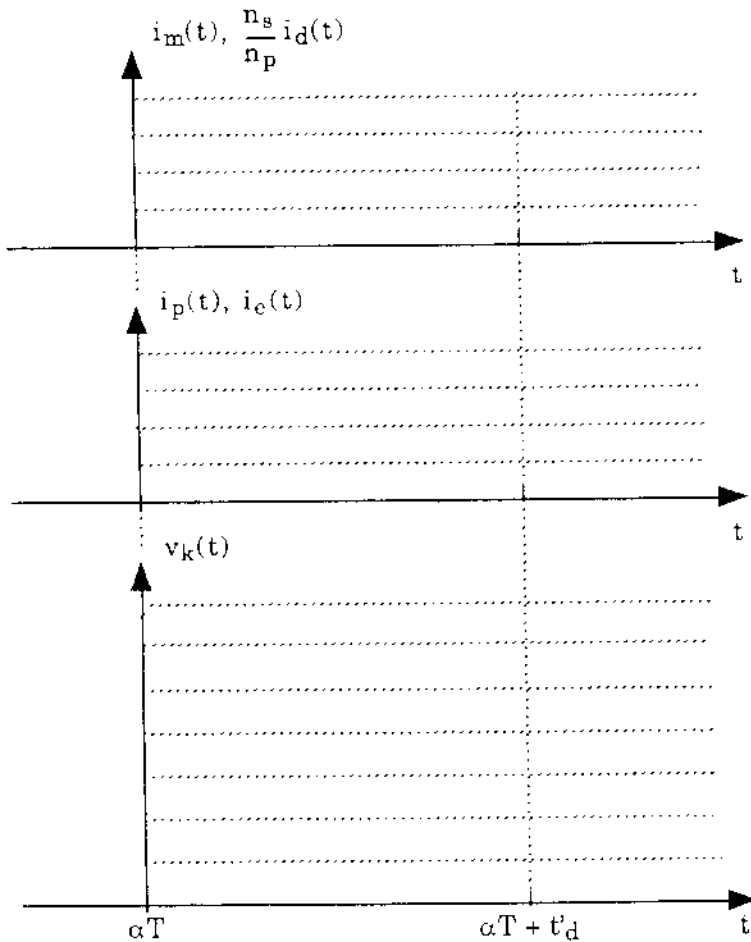
Document-réponse n° 4

Deuxième partie - Question 1.1.6.5.



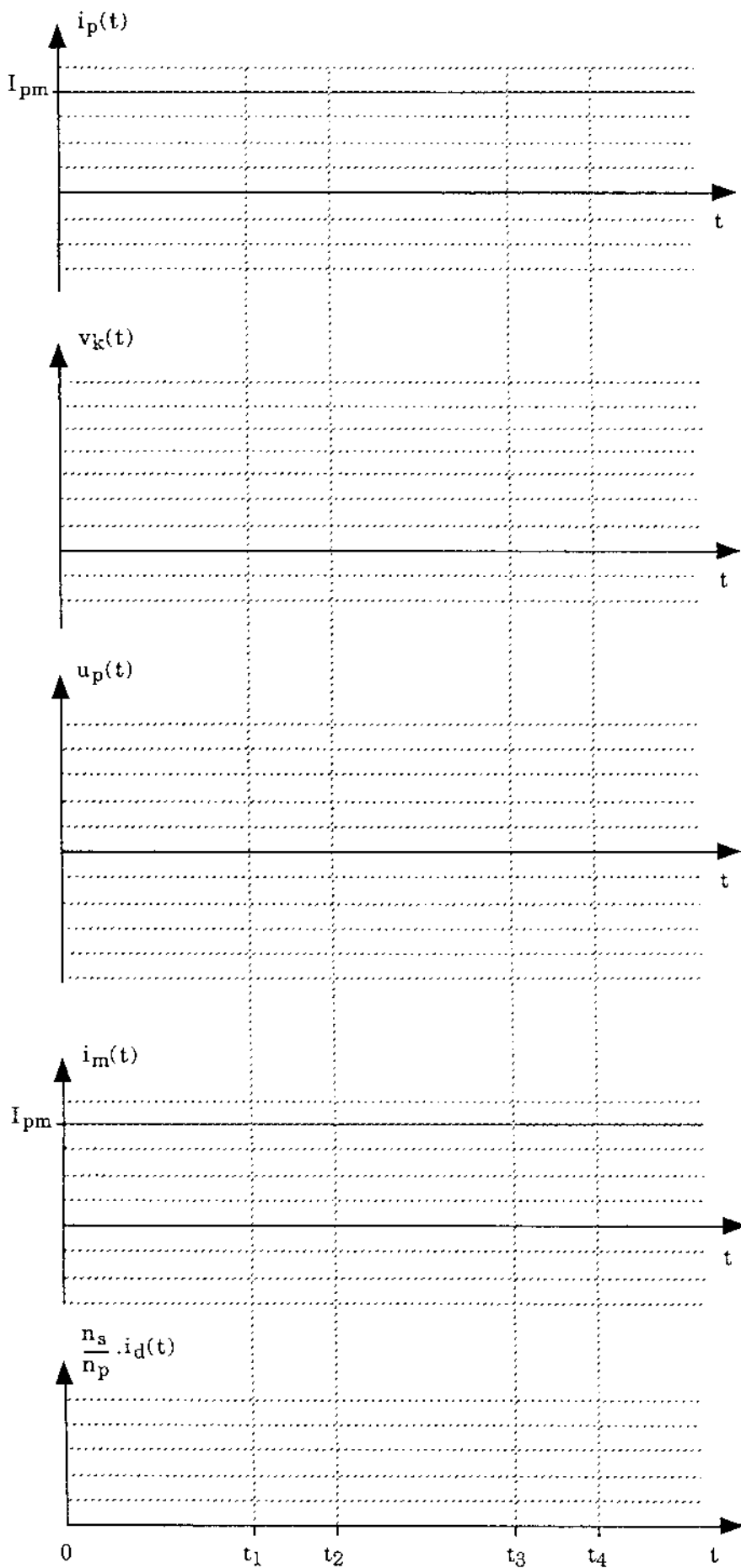
Document-réponse n° 5.a

Deuxième partie
Question 2.1.2.



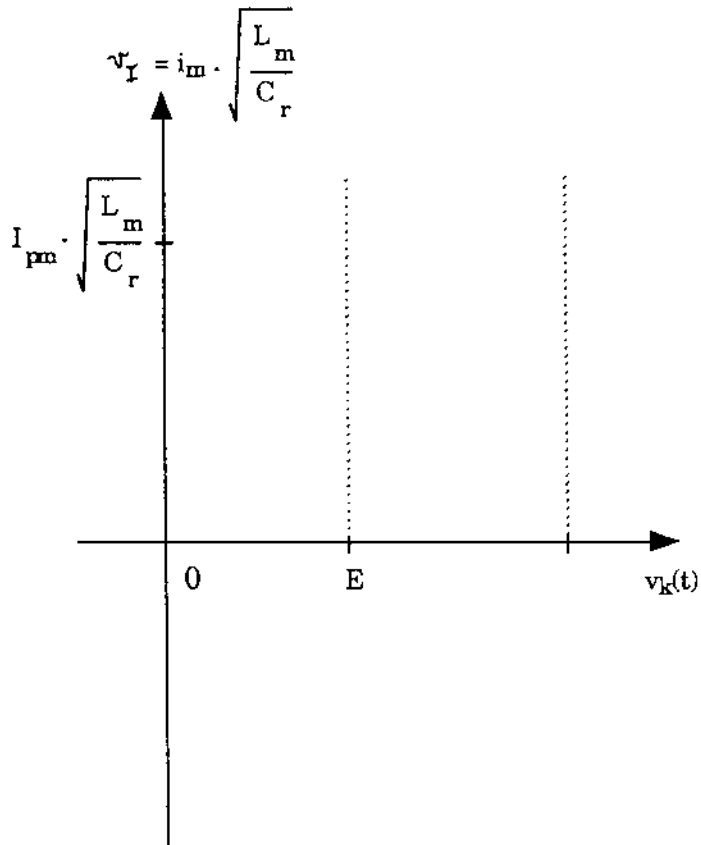
Document-réponse n° 5.b

Deuxième partie
Question 2.2.4.



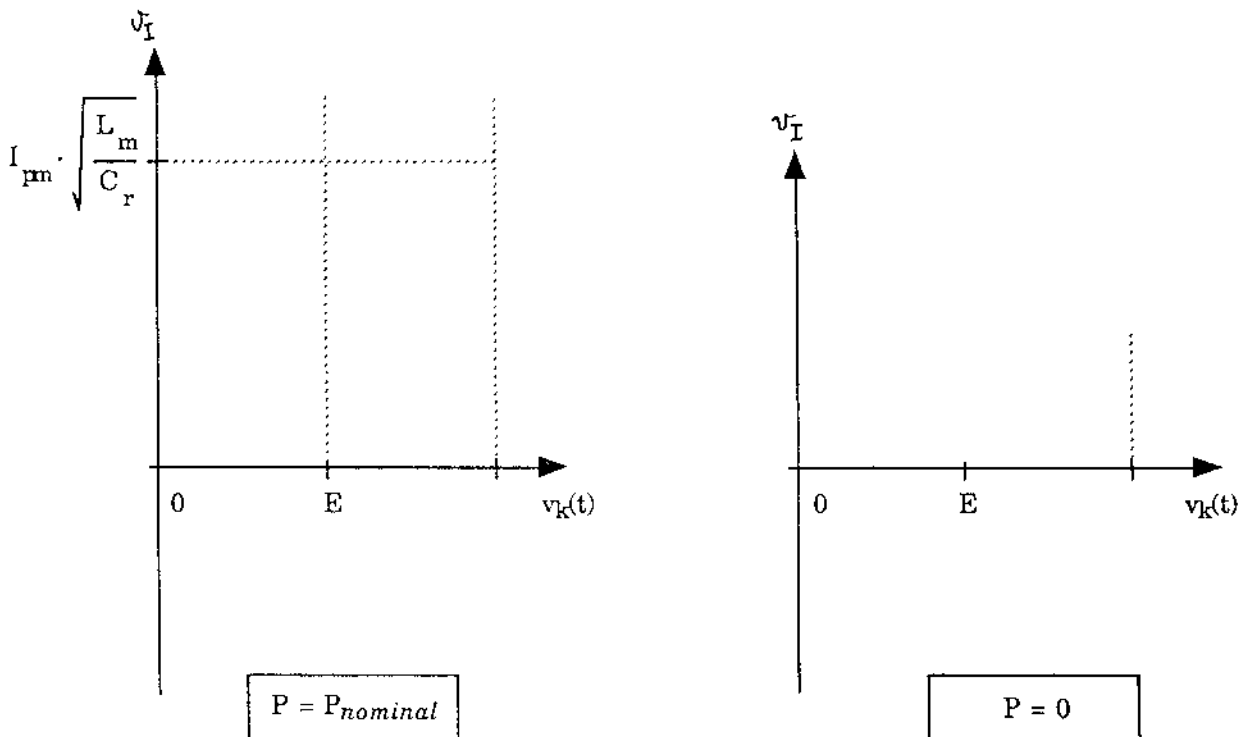
Document-réponse n° 6

Troisième partie - Question 2.2.1.



Document-réponse n° 7

Troisième partie - Question 2.2.2.



Document-réponse n° 8

Troisième partie - Questions 3.4.1. et 3.4.3.