

Corrigé des exercices du cours n° 5

Exercice 1.

1^{er} principe : $\Delta U_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 0 \Leftrightarrow W_{\text{cycle}} = -Q_{\text{cycle}}$. Or $W_{\text{cycle}} < 0$ (cycle moteur) $\Rightarrow Q_{\text{cycle}} > 0$ (1)

2nd principe : cycle T_{ext} -monotherme : $\Delta S_{\text{cycle}} - Q_{\text{cycle}}/T_{\text{ext}} \geq 0 \Rightarrow 0 - Q_{\text{cycle}}/T_{\text{ext}} \geq 0 \Rightarrow Q_{\text{cycle}} \leq 0$ (2)

(1) et (2) \Rightarrow absurdité \Rightarrow impossibilité de fonctionnement

Exercice 2.

1.

compression 1 \rightarrow 2 isotherme $\Rightarrow \Delta U_{12} = 0$ or $\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12}$ (1^{er} principe) $\Rightarrow Q_{12} = -W_{12}$ or $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{\delta Q_{12\text{rév}}}{T}$ d'où

$\Delta S_{12} = - \int_1^2 \frac{\delta W_{12\text{rév}}}{T_{\text{ext}}} = - \frac{1}{T_{\text{ext}}} \int_1^2 \delta W_{12\text{rév}} = - \frac{1}{T_{\text{ext}}} W_{12}$ (quasi réversibilité : on peut toujours imaginer un extérieur en quasi équilibre avec le système) or $W_{12} = n.R.T_{\text{ext}} \ln(V_1/V_2)$ (voir exercices 1 et 2 du cours n° 2), d'où $\Delta S_{12} = -n.R \ln(V_1/V_2)$ et puisque $V_1/V_2 = P_2/P_1$ (car $P.V = C^{\text{te}}$) on a : $\Delta S_{12} = -n.R \ln(P_2/P_1)$ (< 0 car $P_1 < P_2$).

2.

$S_{\text{froide}} = \frac{Q_{12}}{T_{\text{ext}}}$ car air = thermostat $\Rightarrow S_{\text{froide}} = -n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$

3.

$S_{\text{froide}} = \Delta S_{12} \Rightarrow$ l'entropie perdue par le gaz est entièrement gagnée par la source froide \Rightarrow la transformation est donc réversible. On peut ici remarquer que pour une transfo 1-2 réversible $\Delta S_{12} - Q_{12}/T_{\text{ext}} = 0$.

Exercice 3.

1.

1^{er} principe : $\Delta U = W_{\text{brusq}} + Q_{\text{brusq}} \Leftrightarrow$ or les températures initiale et finale du gaz sont identiques donc $\Delta U = 0$, c'est-à-dire $0 = W_{\text{brusq}} + Q_{\text{brusq}} \Rightarrow Q_{\text{brusq}} = -W_{\text{brusq}}$

On a $W_{\text{brusq}} = \int_{V_1}^{V_2} -P_{\text{ext}} \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} -P_2 \cdot dV = -P_2 \cdot \int_{V_1}^{V_2} dV = P_2 \cdot (V_1 - V_2) = P_2 \cdot V_2 \left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right)$. Or $V_1/V_2 = P_2/P_1$ (car $P_1 V_1 = P_2 V_2 = n.R.T_{\text{ext}} = C^{\text{te}}$ (attention : on n'a pas pour autant $PV = nRT_{\text{ext}}$ car la transformation n'est pas isotherme, seuls les états initial et final sont à température identique)). Ainsi $W_{\text{brusq}} = P_2 \cdot V_2 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right) = nR \cdot T_{\text{ext}} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$ d'où

$Q_{\text{brusq}} = -nR \cdot T_{\text{ext}} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$

2.

$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T}$ sur un chemin réversible menant de 1 à 2. Le plus simple des chemins réversibles est l'isotherme où $T = T_{\text{ext}}$, et sur un tel chemin on a $\delta Q_{\text{rév}} = -\delta W_{\text{rév}} = PdV$ or $PV = nRT$, donc $P = \frac{nRT}{V}$ et donc $PdV = \frac{nRT}{V} dV$, ainsi

$\frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T} = - \frac{\delta W_{\text{rév}}}{T} = \frac{nR \cancel{V} \cdot dV}{V \cdot \cancel{V}} = nR \frac{dV}{V}$ d'où $\int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{rév}}}{T} = \int_1^2 nR \frac{dV}{V} = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nR \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$ car $P_1 V_1 = P_2 V_2 = C^{\text{te}}$

(isotherme), ainsi : $\Delta S = nR \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) < 0$ car $P_2 > P_1$

3.

$$S_{\text{froide}} = \frac{Q_{\text{brusq}}}{T_{\text{ext}}} \text{ car air = thermostat, d'où } S_{\text{froide}} = -nR \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$$

4.

on a $\Delta S \neq S_{\text{froide}} \Rightarrow$ la transformation n'est pas réversible. Remarquer que $0 > \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) > -\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right)$ et donc que $0 > \Delta S > S_{\text{froide}}$ (le 2nd principe est bien vérifié)

Exercice 4.

1.

Attention : modifier tout de suite les unités des variables de façon à se retrouver avec les unités du système international : $m = 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $C = 0,46 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $T_1 = 7 + 273 \approx 280 \text{ K}$ et $T_2 = 77 + 273 \approx 350 \text{ K}$

$\Delta S_{\text{fer}} = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{stat}}}{T}$: pour calculer ΔS_{fer} il faut donc tout simplement trouver une transformation réversible ou quasi réversible (simple de préférence) qui amène le morceau de fer de l'état 1 (P, V, T_2) à l'état 2 (P, V, T_1) : le volume et la pression initiale et finale du morceau de fer ne sont pas indiqués, cela suppose que leur influence est négligeable sur le résultat. Comme de toute façon on a affaire à un solide on a en gros $C_p \approx C_v \triangleq C$: on peut donc dire que l'on est passé de l'état 1 à l'état 2 par une transfo quasi réversible isochore ou isobare (ce qui est équivalent puisque $C_p \approx C_v = C$) et donc que l'on a $\delta Q_{\text{rév}} = m \cdot C \cdot dT$, d'où $\Delta S_{\text{fer}} = \int_1^2 m \cdot C \cdot \frac{dT}{T} = mC \times \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T}$ d'où $\Delta S_{\text{fer}} = mC \times \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \approx$

$$100 \cdot 10^{-3} \times 0,46 \cdot 10^3 \times \ln\left(\frac{280}{350}\right) \approx -10,3 \text{ J/K}$$

\Rightarrow le fer a perdu de l'entropie : l'agitation de ses molécules est plus faible, on se rapproche plus vers la structure cristalline de la matière (ordonnement très rigoureux des atomes en réseau) : il y a moins de "désordre" atomique (rappelons qu'une augmentation d'entropie peut s'interpréter comme un "désordre" atomique plus important du système considéré).

2.

$\frac{Q_{\text{fer}}}{T_1} = \frac{mC(T_2 - T_1)}{T_1}$, et puisque $\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \neq \frac{(T_2 - T_1)}{T_1}$ on a $\Delta S_{\text{fer}} \neq S_{\text{eau}} \Rightarrow$ transformation non réversible (on s'en doutait puisque la température de l'eau n'est pas constamment égale à celle du fer)

3.

le second principe de la thermodynamique appliqué à ce système indique que $\Delta S_{\text{fer}} - \frac{Q_{\text{fer}}}{T_1} \geq 0$ or $\Delta S_{\text{fer}} \leq 0$, et donc pour que l'inégalité soit possible on a nécessairement $Q_{\text{fer}} \leq 0$: le fer perd de la chaleur (on dit que la chaleur va toujours spontanément d'un corps chaud vers un corps froid).

Exercice 5

1.

$W_{A+B} = 0$ et $Q_{A+B} = 0$ puisque le système n'échange pas d'énergie (thermique ou mécanique) avec l'extérieur, or $W_{A+B} =$ car les morceaux ne se déforment pas, d'où $Q_{A+B} = 0$. Or $Q_{A+B} = Q_A + Q_B$ et donc on a bien

$$Q_A = -Q_B$$

2.

$Q_A = m_1.C_1.(T_f - T_1)$ et $Q_B = m_2.C_2.(T_f - T_2)$, or $Q_A = -Q_B$, d'où $m_1.C_1.(T_f - T_1) = -m_2.C_2.(T_f - T_2)$, on en déduit que

$$T_f = \frac{m_1.C_1.T_1 + m_2.C_2.T_2}{m_1.C_1 + m_2.C_2} \approx \frac{100.10^{-3} \times 460 \times (0 + 273) + 100.10^{-3} \times 385 \times (100 + 273)}{100.10^{-3} \times 460 + 100.10^{-3} \times 385} \approx 318,5 \text{ K } (\approx 45,5 \text{ } ^\circ\text{C})$$

C'est le métal qui possède la plus forte capacité thermique (à masses égales) qui "tire" vers lui la température finale de l'ensemble. Avec 2 morceaux de métal identiques on aurait eu $T_f = 50,0 \text{ } ^\circ\text{C}$! Noter que si la capacité thermique d'un des 2 corps est infinie, il "tire" complètement à lui la température finale, égale à sa propre température: c'est un thermostat.

3.

Vu ce qu'on a dit avant il vaut mieux prendre de l'aluminium car sa capacité thermique est plus élevée : sa température va moins varier (\approx température ambiante) que celle du morceau de zinc...bien sûr c'est plus cher que le zinc !!! Noter que les dissipateurs thermiques sont souvent de...l'aluminium justement.

4.

$\Delta S_B = \int_{T_2}^{T_f} \frac{\delta Q_{\text{stat}}}{T} = \int_{T_2}^{T_f} \frac{m_2 \times C_2 \times dT}{T} = m_2 \times C_2 \times \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT}{T}$ en considérant que C_2 reste constante lorsque la température de B varie (ce qui est une bonne approximation de la réalité si l'on considère que l'on a une plage de variation de $54,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ seulement), ainsi $\Delta S_B = m_2 \times C_2 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \approx 100.10^{-3} \times 385 \times \ln\left(\frac{318,5}{373}\right) \approx -6,07 \text{ J/K}$: il y a perte d'entropie (le système B "s'ordonne")

5.

Il suffit de calculer ΔS_{A+B} et voir que $\Delta S_{A+B} \neq 0$ (> 0 pour être plus précis) car A+B est isolé.

$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B \Rightarrow$ il faut calculer ΔS_A

De même qu'à la question 4 on démontre que l'on a $\Delta S_A = m_1 \times C_1 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right)$, d'où

$$\Delta S_{A+B} = m_1 \times C_1 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + m_2 \times C_2 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \approx 100.10^{-3} \times 460 \times \ln\left(\frac{318,5}{273}\right) + 100.10^{-3} \times 385 \times \ln\left(\frac{318,5}{373}\right) \approx 1,01 \text{ J/K}$$

On a donc la transformation qui est irréversible...on s'en doutait !

Exercice 6.

1.

la température finale de l'aluminium est celle de l'air ambiant ! $T_f = T_2 \approx 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ ainsi $\Delta S_A = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{stat}}}{T} = \int_1^2 \frac{m.C.dT}{T} \Leftrightarrow$

$$\Delta S_A = m.C \times \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) \approx 100.10^{-3} \times 896 \times \ln\left(\frac{20 + 273}{10 + 273}\right) \approx 3,11 \text{ J/K}$$

3.

$\Delta S_B = \frac{Q_B}{T_2}$ car B est un thermostat, or $Q_B = -Q_A$ (système supposé isolé si rien ne nous indique le contraire)

$$\Rightarrow \Delta S_B = -\frac{Q_A}{T_2}. \text{ Or } Q_A = m.C.(T_f - T_1) \text{ et donc } \Delta S_B = -\frac{m.C.(T_f - T_1)}{T_2} \approx -\frac{100.10^{-3} \times 896 \times (293 - 283)}{293} \approx -3,06 \text{ J/K}$$

4.

$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B \approx 3,11 - 3,06 \approx 53,4 \text{ mJ/K}$: on observe toujours une augmentation d'entropie pour un système isolé.

$\Delta S_{A+B} \neq 0$ pour un système isolé \Rightarrow transformation non réversible