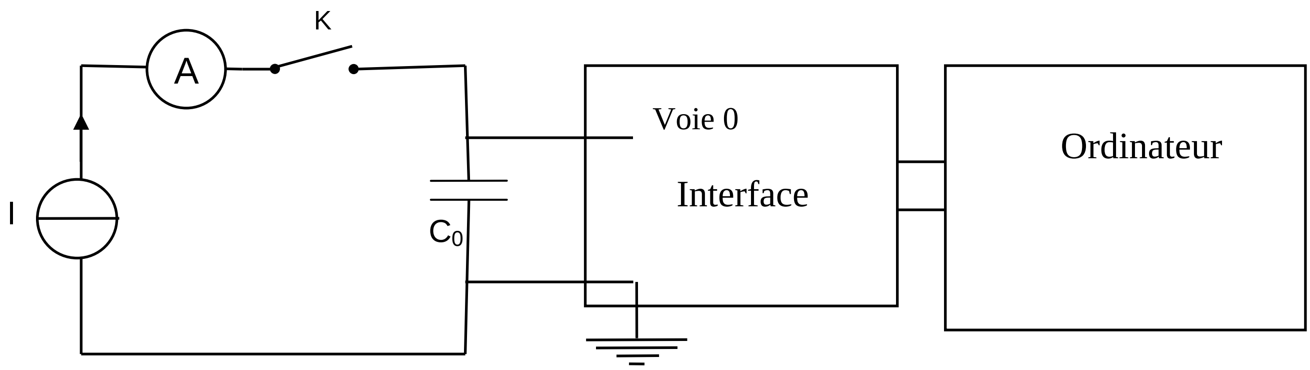
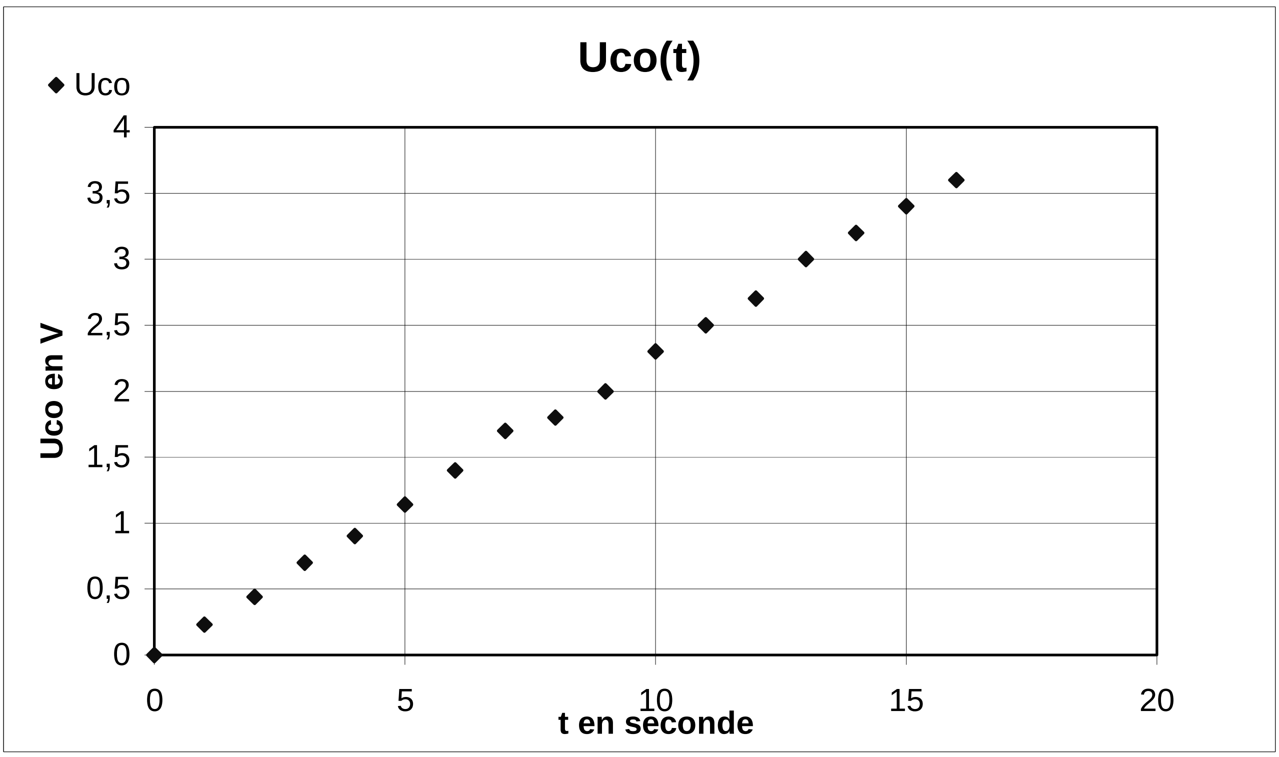
Condensateur, dipôle RC

I. Charge d'un condensateur à courant constant.

On veut déterminer la capacité C_0 d'un condensateur, pour cela on réalise sa charge avec un générateur de courant. Ce générateur débite un courant d'intensité I = 0,5 mA. On réalise la saisie automatique de la tension u_{C_0} aux bornes du condensateur en fonction du temps. Le montage utilisé est schématisé ci dessous :



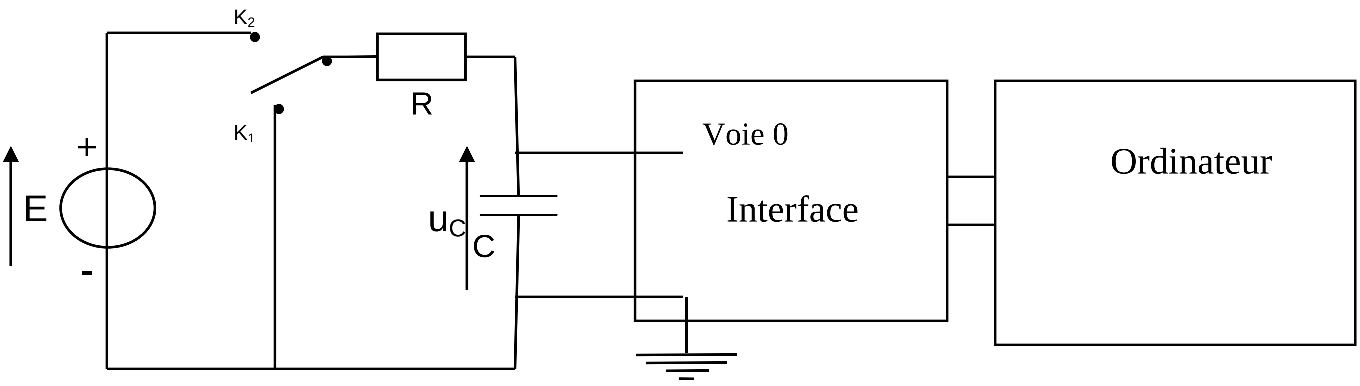
1. A l'instant t = 0 on ferme l'interrupteur k. Faire un schéma représentant u_{C_0}, I, q (charge du condensateur) puis donner la relation entre I, C_0, u_{C_0} et t.
2. On obtient la courbe $u_{C_0}(t)$ suivante :



A l'aide de la courbe, déterminer la valeur de la capacité C_0 du condensateur.

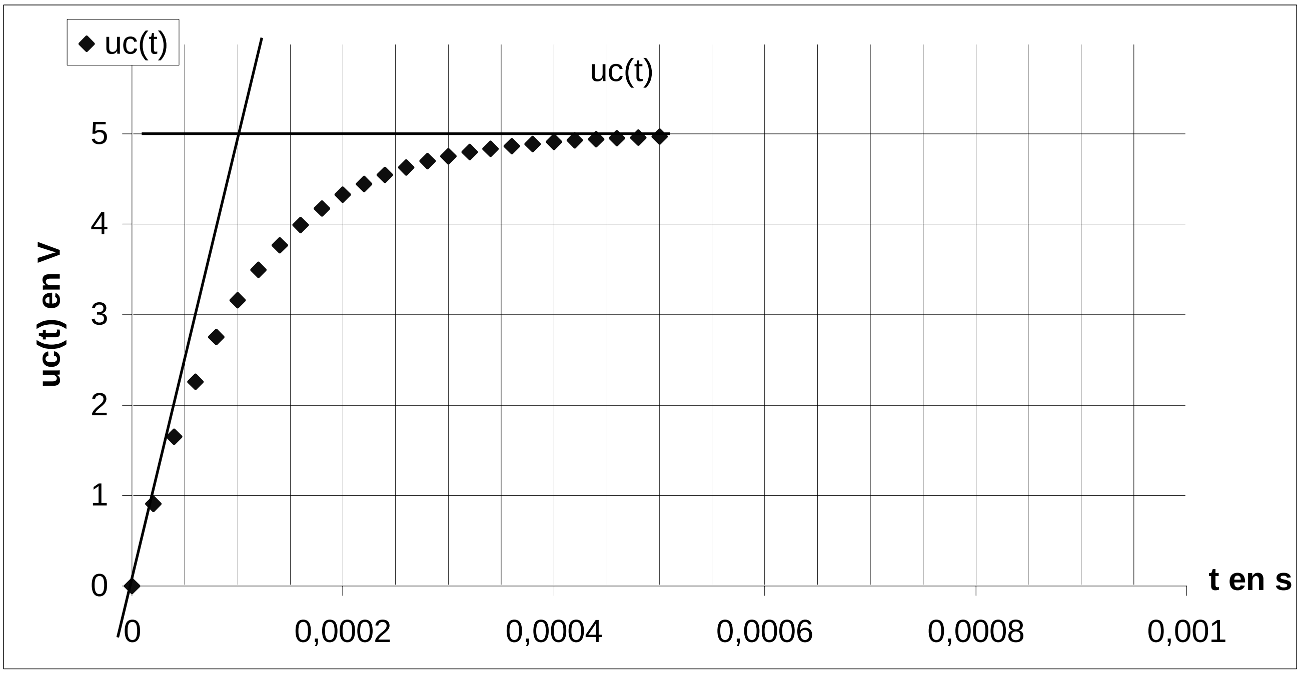
II. Etude de la charge d'un condensateur au travers d'une résistance.

On étudie la charge d'un condensateur au travers d'une résistance. On utilise alors un générateur de tension idéal de force électromotrice E. On effectue une saisie automatique de la tension uc(t). Le montage est schématisé ci-dessous.



A l'instant initial, le condensateur est déchargé, on bascule alors l'interrupteur en position K_2.

On obtient la représentation suivante de uc(t) :



1. Montrer que le produit R.C est homogène à un temps.
2. Déduire de la courbe la constante de temps τ du dipôle. Calculer la résistance R du résistor sachant que $C = 1\ \mu F$.
3. Faire un schéma du circuit en précisant l'orientation du courant i et en y représentant les tensions E, uc, u_R. Donner la relation entre uc, u_R, et E.
4. Etablir l'équation différentielle à laquelle satisfait uc.
5. Déterminer la valeur de la force électromotrice E du générateur. Justifier
6. Déterminer la valeur de l'intensité i dans le circuit pour t = 0. Justifier.
7. Déterminer la valeur de l'intensité i dans le circuit pour $t > 5\ \tau$. Justifier.
8. Montrer que : $\dfrac{duc}{dt} = 10^4.(5 - uc)$ (relation (1))
9. Pour vérifier la relation (1), on va tracer uc(t) en appliquant la méthode d'Euler.

On a : $uc(t_i+1) = uc(t_i) + (\frac{duc}{dt})_{t_i}.\Delta t$ avec $\Delta t = t_{i+1} - t_i$

Δt étant le pas du calcul. Ici $\Delta t = 5.10^{-5}$ s.

Exemples :

$$uc(5.10^{-5}) = uc(0) + (\frac{duc}{dt})_{t=0}.\Delta t = 0 + 10^4.(5-0).5.10^{-5} = 2{,}5\,V$$

$$uc(10.10^{-5}) = uc(5.10^{-5}) + (\frac{duc}{dt})_{t=5.10^{-5}}.\Delta t = 2{,}5 + 10^4.(5-2{,}5).5.10^{-5} = 3{,}75\,V$$

a) Compléter le tableau :

t(s)	0	5.10^{-5}	10.10^{-5}	15.10^{-5}	20.10^{-5}	25.10^{-5}	30.10^{-5}	35.10^{-5}	40.10^{-5}	45.10^{-5}
uc (v)	0	2,5	3,75							
$\frac{duc}{dt}$ (V.s^{-1})	5.10^4	$2{,}5.10^4$								

b) Tracer uc(t) obtenu par la méthode d'Euler sur le graphe de la page précédente. La relation (1) est-elle vérifiée ?

10. A t = 5.10^{-4} s on bascule l'interrupteur en position K_1. Représenter uc(t) sur le graphe de la page précédente.

Correction :

Barème :

I		
1.	$q = C_0.u_{C_0} = I.t$ d'où $u_{C_0} = \frac{I}{C_0}.t$	0.5
2.	$u_{C_0} = \frac{I}{C_0}.t = 0{,}23.t$ donc $C_0 = \frac{0{,}5.10^{-3}}{0{,}23} = 2{,}17.10^{-3}F = 2300\mu F$	0.25
II.		
1.	Homogénéité de R.C à un temps	0.25
2.	τ = 10^{-4} s $R = \frac{\tau}{C} = \frac{10^{-4}}{10^{-6}} = 100\Omega$	0.25 0.25
3.	Schéma du circuit. E = uc + u_R	0.25
4.	$RC.\frac{duc}{dt} + uc = E$	0.25
5.	E = uc quand $\frac{duc}{dt}$ tend vers 0 E = 5V	0.25
6.	à t = 0 uc = 0 E = u_R = R.I_0 $I_0 = \frac{E}{R} = \frac{5}{10^4} = 5.10^{-4}A = 0{,}5mA$	0.25
7.	Pour t > 5 t uc tend vers 5V = E donc u_R = R .i= E – uc tend vers 0 donc i = tend vers 0	0.25
8.	l'équation différentielle est : $RC.\frac{duc}{dt} + uc = E$ on a $\frac{duc}{dt} = \frac{1}{RC}.(E - uc)$ en remplaçant E et RC par	

	leurs valeurs, on a : $\frac{duc}{dt} = 10^4.(5 - uc)$	0.25
9.	a) tableau b) graphe ; la relation est vérifiée	0.5
10.	Représentation de uc(t) pour la décharge.	0.25
	Total	4

t(s)	0	5.10^{-5}	10.10^{-5}	15.10^{-5}	20.10^{-5}	25.10^{-5}	30.10^{-5}	35.10^{-5}	40.10^{-5}	45.10^{-5}
uc (v)	0	2,5	3,75	**4.37**	**4.69**	**4.84**	**4.92**	**4.96**	**4.98**	**4.99**
$\frac{duc}{dt}$ (V.s^{-1})	5.10^4	$2,5.10^4$	$1,25.10^4$