

PREMIER PROBLÈME

ÉLECTRONIQUE - AUTOMATIQUE

Les figures de ce premier problème se trouvent en annexe, pages 17 et 18.

On s'intéresse à la structure et aux propriétés d'un filtre analogique, en vue de la réalisation d'un A.S.I.C. (c'est-à-dire d'un circuit intégré à application spécifique), utilisable dans le domaine des téléphones cellulaires (système G.S.M.).

La partie I étudie quelques miroirs de courant. La partie II traite des propriétés fondamentales du convoyeur de courant, constituant central du filtre étudié dans la partie III. La partie IV traite de propriétés des structures translinéaires destinées à améliorer le fonctionnement du filtre.

Dans une très large mesure, il est possible de traiter les quatre parties indépendamment les unes des autres.

NOTATIONS ET DONNÉES

Dans le cas d'un transistor bipolaire repéré T_i , on désigne par :

- $i_E(T_i)$: la valeur instantanée de l'intensité de son courant d'émetteur ;
- $v_{BE}(T_i)$: la valeur instantanée de sa tension base-émetteur ;
- v_{CB} : la valeur instantanée de sa tension collecteur-base ;
- β_N : son coefficient d'amplification en courant s'il est de type NPN ;
- β_P : son coefficient d'amplification en courant s'il est de type PNP.

Dans le cas d'un transistor à effet de champ M.O.S. repéré T_i , on désigne par :

- $i_D(T_i)$: la valeur instantanée de l'intensité de son courant de drain ;
- $v_{DS}(T_i)$: la valeur instantanée de sa tension drain-source ;
- $v_{GS}(T_i)$: la valeur instantanée de sa tension grille-source.

Tous ces transistors (à jonctions ou à effet de champ) sont intégrés par diffusion sur le même substrat : on peut supposer que leurs jonctions sont portées à la même température et que les caractéristiques des transistors d'une même famille sont parfaitement identiques entre elles.

Modèle utilisé pour les transistors à effet de champ.

Dans le cas d'un transistor M.O.S. à canal N à l'état passant, on utilisera le modèle approché décrit dans la formule :

$$i_D = I_{DS} (v_{GS} - V_p)^2.$$

Dans cette formule, on désigne par :

- I_{DS} : l'intensité du courant de saturation de drain ;
- V_p : la tension de pincement.

Modèle utilisé pour les transistors bipolaires.

Dans le cas d'un transistor NPN à l'état passant et pour les faibles valeurs de la tension v_{CB} , on utilisera le modèle approché décrit par la formule :

$$i_E = I_S \exp\left(\frac{v_{BE}}{U_T}\right).$$

Dans cette formule, on désigne par :

- I_S : l'intensité du courant de saturation de l'émetteur ;
- U_T : la tension thermodynamique définie par $U_T = \frac{kT}{e}$;
- T : la température thermodynamique de la jonction.

On rappelle que :

- la charge élémentaire est : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$;
- la constante de Boltzmann est : $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$;
- pour un transistor NPN à l'état passant : $v_{BE} = 0,7 \text{ V}$.

I.1. Miroir de courant à transistors NPN (fig. 1, page 17).

On désigne par $i_1(t)$ la valeur instantanée de l'intensité de la source de courant de commande et par $i_2(t)$ la valeur instantanée de l'intensité du courant de sortie.

I.1.1. Établir la relation entre $i_E(T_1)$ et $i_E(T_2)$.

I.1.2. Étude du facteur de transfert défini par : $F = \frac{i_2}{i_1}$.

I.1.2.1. Quel serait le facteur de transfert d'un miroir parfait ?

I.1.2.2. Établir l'expression de F en fonction de β_N et calculer sa valeur numérique pour $\beta_N = 100$.

I.1.2.3. On pose : $F = 1 - \varepsilon$, formule dans laquelle ε désigne la précision du miroir.

Calculer la valeur numérique de ε pour $\beta_N = 100$.

I.2. Miroir de courant à une entrée et deux sorties (fig. 2, page 17).

On désigne par $i_1(t)$ la valeur instantanée de l'intensité de la source de courant de commande et par $i_2(t)$ et $i_2'(t)$ les valeurs instantanées respectives de l'intensité du courant pour chacune des sorties.

I.2.1. Établir l'expression de chacun des facteurs de transfert : $F = \frac{i_2}{i_1}$ et $F' = \frac{i_2'}{i_1}$.

I.2.2. Comparer la précision du miroir correspondant à chacune des sorties à la précision du miroir de la figure 1.

I.3. Miroir de courant à transistors M.O.S.

Dans le montage de la figure 1 les transistors bipolaires sont remplacés par des transistors M.O.S à canal N.

I.3.1. Représenter le schéma du circuit en y indiquant la position du drain **D**, de la source **S** et de la grille **G**.

I.3.2. Quelle est la valeur du facteur de transfert du miroir de courant obtenu ?

II. CONVOYEUR DE COURANT

Les propriétés fondamentales de ce convoyeur de courant représenté à la figure 3, page 17, sont basées sur le principe de fonctionnement d'une cellule translinéaire mixte à transistors bipolaires intégrés par diffusion sur le même substrat. On suppose que $\beta_N \gg 1$ et que $\beta_P \gg 1$.

Le montage est polarisé par deux sources de tensions $\pm E = \pm 2,5$ V et par une source de courant dont l'intensité I_0 , indépendante du temps, est éventuellement réglable.

On désigne par :

$i_x(t)$, $i_y(t)$, $i_z(t)$ les intensités des courants relatifs respectivement aux ports **X**, **Y** et **Z** et orientés dans le sens entrant ;

$v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ les tensions prises respectivement entre les ports **X**, **Y** et **Z** et la masse de référence **M**.

Dans le cas général, ces signaux varient en fonction du temps.

II.1. Étude préliminaire.

II.1.1. Identifier les miroirs de courant utilisés dans le montage de la figure 3 et préciser la valeur de leur facteur de transfert.

II.1.2. Quels sont les transistors parcourus par le courant de polarisation et quels sont ceux qui peuvent être aussi traversés par un signal variable ? Préciser, parmi les courants repérés i_1 , i_2 , i_3 et i_4 sur la figure 3, lesquels sont constants et lesquels peuvent varier au cours du temps.

- II.1.3. Certains des miroirs de courant utilisent des transistors à effet de champ : quel en est l'avantage pour le montage considéré ?
- II.1.4. Relations fondamentales d'une boucle translinéaire mixte.
- II.1.4.1. Écrire la relation entre les tensions $v_{BE}(T_i)$ des quatre transistors T_1 , T_2 , T_3 et T_4 constituant la cellule translinéaire de base.
- II.1.4.2. En déduire la relation entre les intensités des courants d'émetteur $i_E(T_i)$ de ces mêmes transistors.
- II.1.4.3. Démontrer que le produit $(i_2 \times i_4)$ est indépendant du temps.
- II.1.4.4. On pose : $v = v_x - v_y$. Établir l'expression de v en fonction de i_x .
- II.2. **On étudie la caractéristique de transfert $i_c = f(v)$ de ce convoyeur de courant.**
- II.2.1. Donner l'allure du graphe représentant les variations de i_c en fonction de v .
- II.2.2. On définit la transconductance g du circuit comme la pente de cette caractéristique de transfert.
- II.2.2.1. Établir l'expression de g et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'une fonction hyperbolique de v .
- II.2.2.2. Pour quelle valeur de la tension v la transconductance g présente-t-elle un extremum désigné par g_0 ? Préciser l'expression de g_0 . S'agit-il d'un maximum ou d'un minimum ?
- II.2.3. Quelle est l'équation de la partie linéaire de la caractéristique de transfert ? Quel est le domaine de validité de cette expression à 5 % près ?
- II.3. **Propriétés relatives au port Y.**
- II.3.1. Justifier pourquoi le port **Y** ne peut pas être utilisé comme une borne d'entrée pour le signal d'information.
- II.3.2. Quel peut être l'ordre de grandeur de la résistance R_y vue entre le port **Y** et le point **M** ?
- II.4. **Propriétés relatives au port Z.**
- II.4.1. Établir la relation entre les intensités des courants $i_r(t)$ et $i_s(t)$.
- II.4.2. Quel peut être l'ordre de grandeur de la résistance R_z vue entre le port **Z** et le point **M** ?
- II.5. **Propriétés relatives au port X.**
- II.5.1. Étude des variations de i_2 et de celles de i_4 .
- II.5.1.1. En l'absence de signal $i_x(t)$ injecté sur le port **X**, quelle est l'intensité du courant de polarisation des transistors T_2 et T_4 ?
- II.5.1.2. Établir l'expression de i_2 et celle de i_4 en fonction de i_x et de I_0 .
- II.5.1.3. Donner l'allure du graphe représentant les variations des intensités des courants i_2 et i_4 en fonction des variations de i_x . Préciser les coordonnées du point d'intersection des deux courbes.
- II.5.2. Étude de la résistance R_x , vue entre le port **X** et le point **M**.
- II.5.2.1. Donner la formule de définition de la résistance d'entrée R_x et établir son expression en fonction de i_x , U_T et I_0 .
- II.5.2.2. Pour quelle valeur de i_x cette résistance présente-t-elle un extremum noté R_{x0} ? Préciser l'expression de R_{x0} . S'agit-il d'un maximum ou d'un minimum ?
- II.5.2.3. Quels sont les paramètres agissant sur la valeur de la résistance R_{x0} ? Quel peut être le paramètre de contrôle de cette résistance ?
- II.5.2.4. Calculer la valeur de R_{x0} pour $I_0 = 36 \mu\text{A}$ et $T = 300 \text{ K}$.
- II.6. **Étude énergétique.**
- II.6.1. Établir l'expression de la puissance moyenne P_0 fournie par les sources d'alimentation pour assurer la polarisation du montage de la figure 3. Faire l'application numérique pour $I_0 = 36 \mu\text{A}$.

II.6.2. On suppose que $i_x(t)$ est un courant sinusoïdal d'amplitude I_M et de fréquence f compatible avec la bande passante du convoyeur de courant. D'une manière générale, les courants $i_2(t)$ et $i_4(t)$ présentent tous deux de la distorsion.

II.6.2.1. Quelle est la composition spectrale des signaux $i_2(t)$ et $i_4(t)$? (Ni l'amplitude, ni la phase de ces composantes ne sont demandées).

II.6.2.2. On désigne par $p(t)$ la puissance instantanée consommée par le montage.

II.6.2.2.1. Établir l'expression de $p(t)$.

- En déduire sa valeur moyenne : $P = \langle p(t) \rangle$ (on se contentera d'un calcul approché en évaluant l'approximation faite).
- Comparer P et P_0 et conclure sur la conséquence de l'existence de la distorsion sur la consommation du montage.

II.6.2.2.2. *Application numérique* : quelle est la part de la puissance moyenne relative aux harmoniques dans les cas suivants : $I_M = 1,5 I_0$ et $I_M = I_0$? (on se contentera d'un calcul approché en évaluant l'approximation faite).

III. FILTRE ANALOGIQUE

Tous les convoyeurs de courant utilisés dans la partie III sont identiques. Ils sont soumis aux mêmes tensions d'alimentation $\pm E$. Cependant, l'intensité de la source de courant I_0 peut être réglée différemment pour chacun d'entre eux.

Afin de simplifier les schémas, ni les sources d'alimentation $\pm E$ des convoyeurs, ni la manière de réaliser la source de courant I_0 n'y ont été représentées.

La figure 4, page 17, représente le symbole du convoyeur de courant dont le fonctionnement peut être défini, à l'intérieur de sa bande passante, par la matrice hybride simplifiée suivante :

$$\begin{bmatrix} i_y \\ v_x \\ i_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & R_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_y \\ i_x \\ v_z \end{bmatrix}$$

III.1. Réalisation de quelques fonctions élémentaires utilisant des convoyeurs de courant.

III.1.1. Modéliser le convoyeur de courant de la figure 4 sous forme d'un ensemble de schémas électriques.

III.1.2. *Fonction n° 1* (fig. 5, page 17).

III.1.2.1. Établir, en fonction de R_x , l'expression de la résistance vue entre l'entrée E et le point M .

III.1.2.2. Étude de la caractéristique i_e en fonction de v_e de ce montage.

III.1.2.2.1. Représenter l'allure de cette caractéristique. Préciser l'expression de sa pente minimale.

III.1.2.2.2. Quels sont les paramètres qui influent sur la valeur de cette pente, et quel peut être son paramètre de réglage ?

III.1.3. *Fonction n° 2* (fig. 6, page 18).

La source de courant I_0 est réglée à la même valeur pour les deux convoyeurs.

III.1.3.1. Établir l'expression des éléments de la structure parallèle du dipôle linéaire vu entre le port X_2 et le point M en fonction de la capacité du condensateur C_1 et de la résistance R_x .

III.1.3.2. On donne : $I_0 = 36 \mu A$, $C_1 = 5 \text{ pF}$ et $T = 300 \text{ K}$. Calculer les valeurs numériques des éléments de ce dipôle.

III.1.4. *Fonction n° 3* (fig. 7, page 18).

III.1.4.1. Représenter un schéma équivalent simplifié pour ce circuit.

III.1.4.2. On désigne par f_0 la fréquence de résonance de ce montage et par Q_B son coefficient de qualité à la résonance.

- Établir l'expression de f_0 et celle de Q_B .
- Simplifier ces expressions pour : $C_1 = C_2 = C$.

III.2. La figure 8, page 18, représente le schéma d'un filtre analogique accordé sur la fréquence intermédiaire de l'étage de réception d'un téléphone cellulaire. L'ensemble des convoyeurs de courant ainsi que la résistance R et les condensateurs C_1 et C_2 (identiques et de capacité commune C) sont intégrés par diffusion sur un même substrat. Les sources de courant I_{O1} et I_{O2} sont identiques et de valeur commune I_0 .

III.2.1. Quel est le rôle la fonction réalisée avec le convoyeur de courant n° 3 ?

III.2.2. Quel est le rôle de la fonction réalisée avec le convoyeur de courant n° 4 ?

III.2.3. La fonction de transfert opérationnelle $A(p)$ de ce filtre est définie par :

$$A(p) = \frac{I_s(p)}{I_e(p)}$$

III.2.3.1. Établir l'expression de $A(p)$.

III.2.3.2. Mettre l'expression de la fonction de transfert sous une forme canonique et définir en particulier les expressions de son coefficient de qualité Q_0 et de sa pulsation propre ω_0 .

III.2.3.3. À quelle condition cette fonction de transfert doit-elle satisfaire pour que le montage soit stable ? En déduire la condition à imposer à I_{O3} pour une valeur de résistance R fixée.

III.2.4. On s'intéresse aux grandeurs caractéristiques du filtre en régime harmonique.

III.2.4.1. Donner l'allure de la représentation de Bode du module A de la fonction de transfert harmonique $\underline{A}(f)$ de ce filtre. Préciser les expressions des coordonnées des points remarquables de ce graphe.

III.2.4.2. On désigne par B_p la bande passante à -3 dB de ce filtre. Établir l'expression de B_p en fonction des éléments du montage.

III.2.4.3. Pour un circuit intégré donné, et pour C fixé, préciser quels sont les paramètres qui influent sur la fréquence d'accord du filtre. Quel peut être son paramètre de réglage ?

III.2.4.4. Application numérique :

- Valeurs des éléments intégrés : $R = 7,6 \text{ k}\Omega$; $C = 5 \text{ pF}$.
- Réglage des sources de courant : $I_0 = 36 \text{ }\mu\text{A}$; $I_{O3} = 71 \text{ }\mu\text{A}$; $I_{O4} = 36 \text{ }\mu\text{A}$.
- Température des jonctions : $T = 300 \text{ K}$.

Calculer : f_0 , B_p et Q_0 .

III.2.5. Sensibilité du filtre.

La sensibilité S_a^G d'une grandeur G vis-à-vis des variations d'un paramètre a peut être définie par la formule $S_a^G = \frac{\partial G}{\partial a} \cdot \frac{a}{G}$.

III.2.5.1. Établir les expressions et donner les valeurs numériques des sensibilités suivantes :

$$S_R^{\omega_0}, S_C^{\omega_0}, S_{I_0}^{\omega_0}, S_{I_{O3}}^{\omega_0}, S_T^{\omega_0}$$

III.2.5.2. Influence des paramètres du montage.

III.2.5.2.1. Les éléments intégrés C et R sont définis à 20 %. Quelle en est la conséquence sur la valeur de la fréquence d'accord du filtre ?

III.2.5.2.2. La température à laquelle est soumise ce circuit intégré dans ses conditions d'utilisation est susceptible de varier entre $-15 \text{ }^\circ\text{C}$ et $+60 \text{ }^\circ\text{C}$. Quelle en est la conséquence sur le fonctionnement du filtre ?

III.3. On effectue la mise en cascade de deux filtres identiques à celui qui vient d'être étudié.

III.3.1. Représenter le schéma fonctionnel correspondant en indiquant clairement entre quelles bornes du premier filtre il convient de connecter le second ; justifier la réponse.

III.3.2. Établir l'expression de B'_p , bande passante à -3 dB du nouveau filtre obtenu. Comparer B_p et B'_p .

III.3.3. En déduire le coefficient de qualité Q'_0 du filtre obtenu. Comparer Q_0 et Q'_0 .

IV. SOURCE DE COURANT TRANSLINÉAIRE

On se propose de synthétiser une fonction permettant d'améliorer certaines des performances du filtre étudié dans la partie III précédente. Les propriétés fondamentales des circuits utilisés pour cela dans la partie IV sont basées sur le principe de fonctionnement de cellules translinéaires mixtes à transistors bipolaires intégrés par diffusion sur le même substrat.

On suppose que $\beta_N \gg 1$ et que $\beta_P \gg 1$.

Les montages des figures 9 et 10, page 18, sont polarisés par deux sources de tension $\pm E = \pm 2,5 \text{ V}$ et par une ou deux sources de courant dont les intensités, réglables, peuvent être différentes entre elles.

IV.1. Sur la figure 9, on désigne respectivement par I_A , I_B et I_S les intensités des courants relatifs respectivement aux ports **A**, **B** et **S** et orientés dans le sens entrant.

IV.1.2. Relations fondamentales de la boucle translinéaire mixte.

IV.1.2.1. Établir l'expression de la tension V_{AB} et préciser sa valeur numérique.

IV.1.2.2. Établir la relation entre les intensités des courants I_S et I_A .

IV.1.3. Application du circuit de la figure 9.

IV.1.3.1. Représenter, en le justifiant, le schéma électrique équivalent vu entre le port **S** et la masse de référence **M**.

IV.1.3.2. Montrer que le port **A** peut constituer une masse virtuelle.

IV.2. Sur la figure 10, on désigne respectivement par I_C et I_D les intensités des courants relatifs respectivement aux ports **C** et **D**, et orientés dans le sens entrant.

IV.2.1. Relations fondamentales de la boucle translinéaire mixte.

IV.2.1.2. Établir la relation entre les intensités des courants I_C et I_D .

IV.2.1.2. Établir l'expression de la tension V_{CD} en fonction de I_D et des paramètres du montage.

IV.2.2. On s'intéresse à la loi de variation de l'intensité du courant I_D en fonction de la température thermodynamique T des jonctions dans les circonstances suivantes :

– on impose : $\pm E = \pm 2,5 \text{ V}$; $I_{04} = 500 \mu\text{A}$; $R_u = 1 \text{ k}\Omega$;

– l'intensité de la source de courant I_{01} est réglable entre $125 \mu\text{A}$ et 2 mA ;

– le port **C** est relié directement à la masse de référence **M** ;

– on branche, entre le port **D** et le point **M**, une résistance R_u dont la valeur est telle que $I_{04} \gg I_D$.

IV.2.2.1. Établir l'expression de l'intensité du courant I_D dans la résistance R_u .

Quelle condition faut-il réaliser pour que I_D soit proportionnel à U_T ? Préciser l'expression du coefficient de proportionnalité.

IV.2.2.2. Pour une température d'utilisation du circuit de 300 K :

– calculer la plage correspondante des variations du courant I_D ;

– donner la précision sur le résultat obtenu.

IV.2.2.3. La température d'utilisation du circuit est variable :

– représenter le réseau de caractéristiques $I_D = f(T)$ à $I_{01} = \text{cte}$;

– déterminer l'expression littérale de la pente de ce réseau de caractéristiques ;

– calculer les valeurs numériques de cette pente et déterminer les plages de variation de I_D quand la température d'utilisation du circuit intégré passe de $-15 \text{ }^\circ\text{C}$ à $+60 \text{ }^\circ\text{C}$ pour $I_{01} = 125 \mu\text{A}$ et pour $I_{01} = 2 \text{ mA}$.

IV.3. On branche en cascade les deux circuits précédemment étudiés dans cette partie IV, les ports **B** et **C** étant directement reliés à la masse de référence **M**.

IV.3.1. Représenter un schéma indiquant clairement les connexions à effectuer afin de réaliser une source de courant parfaite dont l'intensité est une fonction de la température thermodynamique. Préciser cette loi de variation.

IV.3.2. Le montage défini au IV.3.1. ci-dessus pourrait améliorer la stabilité en fréquence du filtre étudié dans la partie III.

- IV.3.2.1. Dire à quel endroit du montage de la figure 8 il serait pour cela intéressant de l'utiliser. Justifier la réponse donnée.
- IV.3.2.2. Dans ces conditions, quelle est la nouvelle expression littérale de la fréquence f_0 ?
- IV.3.2.3. Dimensionnement.
- Polarisation : $\pm E = \pm 2,5 \text{ V}$; $I_{04} = 500 \mu\text{A}$.
 - Calculer :
 - l'intensité du courant I_{01} permettant d'obtenir la fréquence d'accord prévue pour le filtre étudié dans la partie III.
 - les valeurs des résistances R_{01} et R_{04} permettant d'ajuster les intensités des courants I_{01} et I_{04} aux valeurs requises.

ANNEXE AU PREMIER PROBLÈME

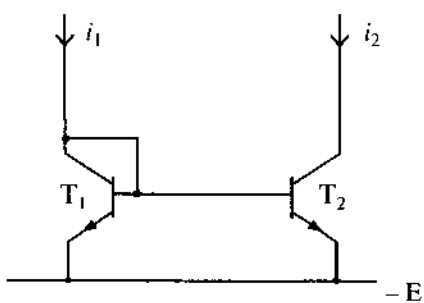


Figure 1

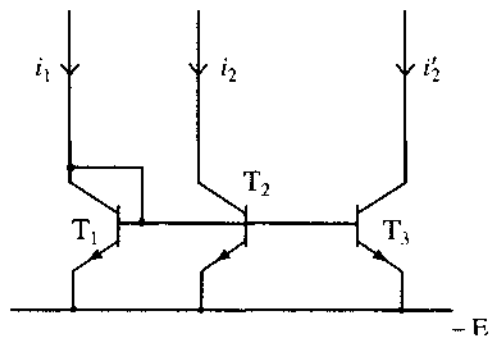


Figure 2

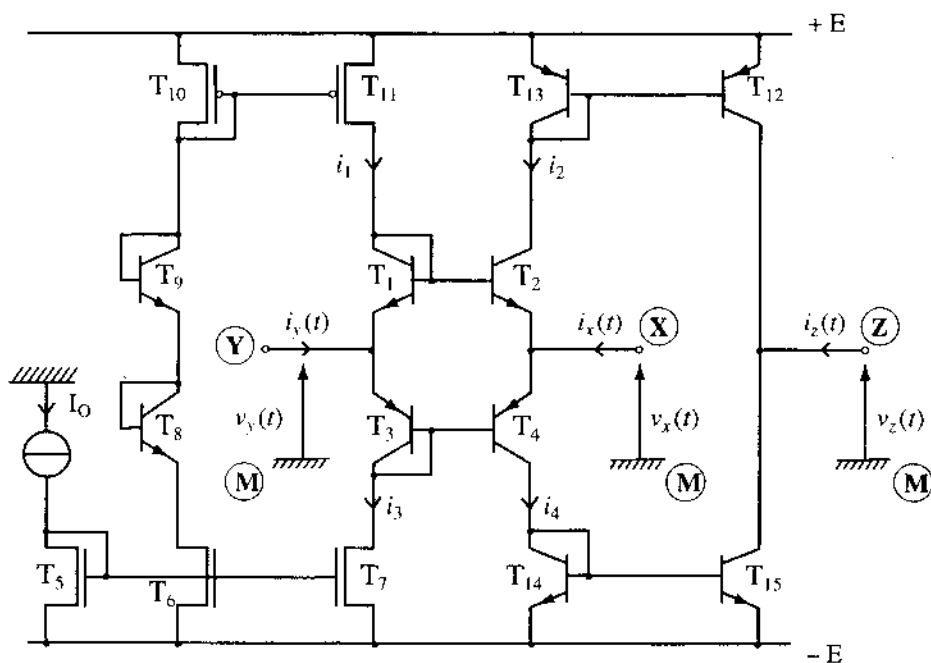


Figure 3

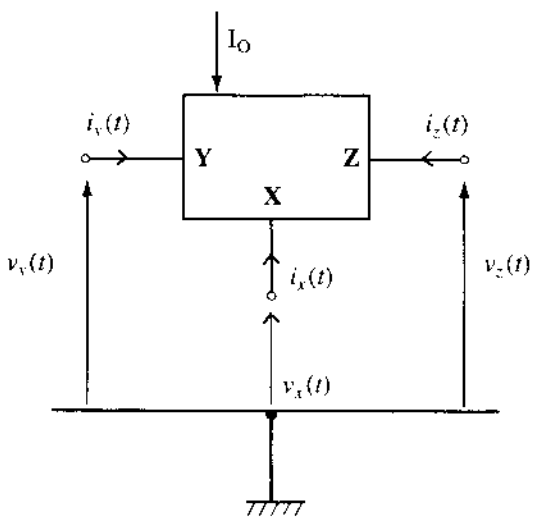


Figure 4

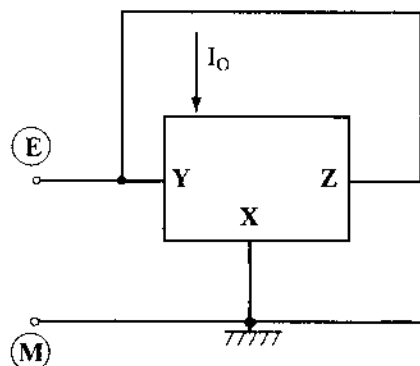


Figure 5

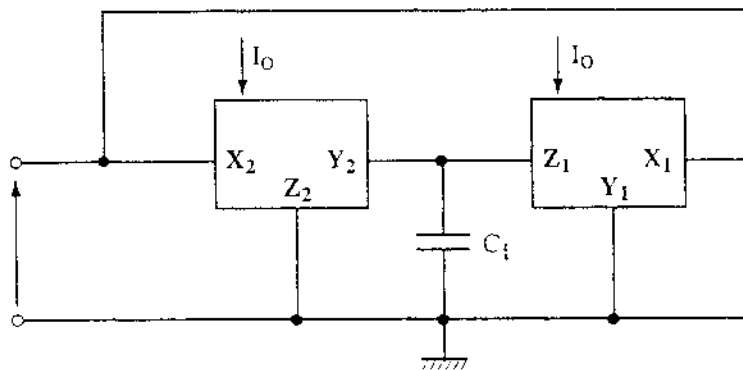


Figure 6

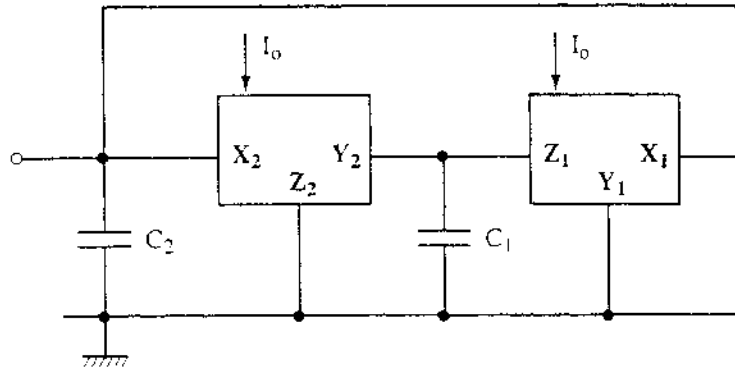


Figure 7

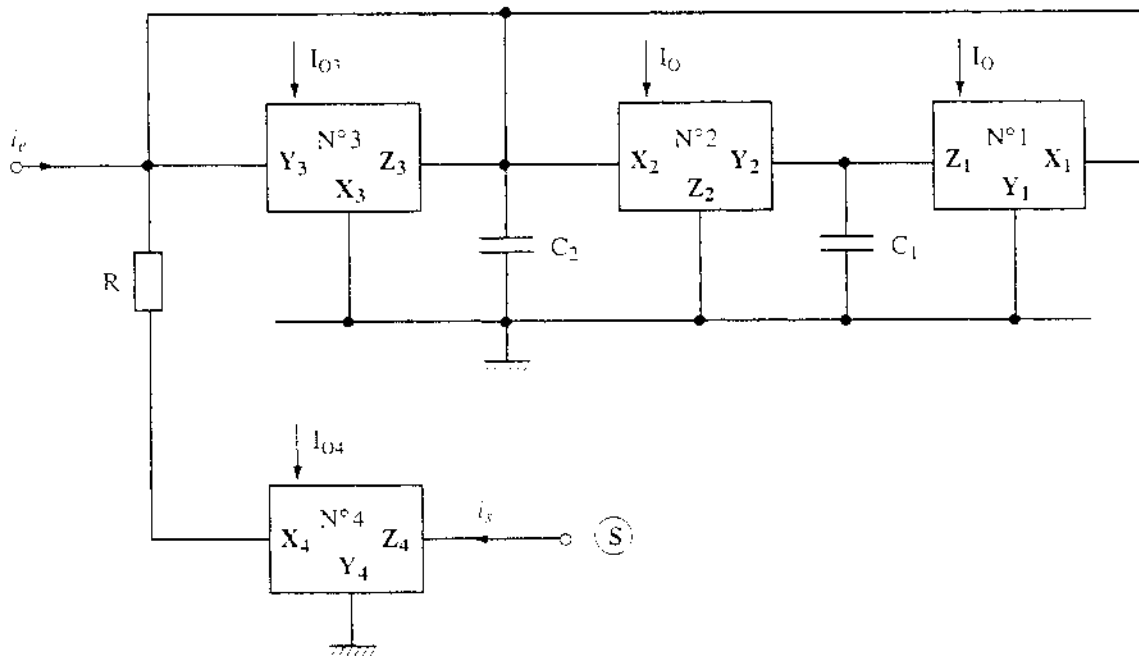


Figure 8

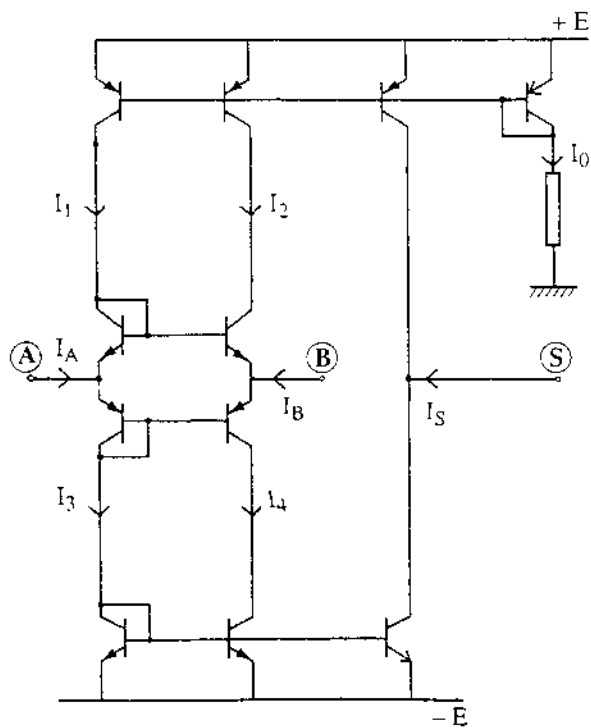


Figure 9

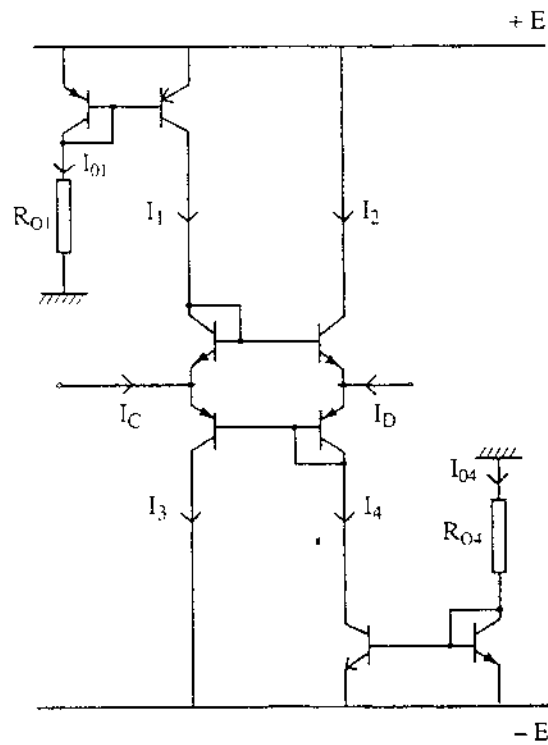


Figure 10