

SECOND PROBLÈME

ÉLECTROTECHNIQUE

PREMIÈRE PARTIE

I. CHARGE RÉSONNANTE SÉRIE ALIMENTÉE PAR UN ONDULEUR DE TENSION

I.1. Étude de la charge.

On considère le système, dont le schéma est représenté à la figure I.1., constitué d'une charge R, L, C série, alimentée par la source de tension idéale $e(t)$.

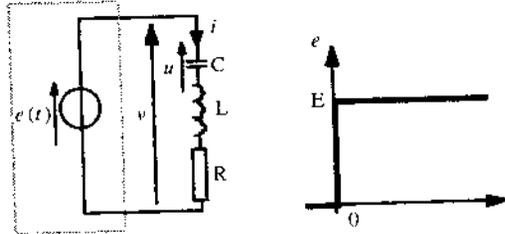


Figure I.1.

- I.1.1. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u aux bornes de la capacité pour $0 < t$.
- I.1.2. À partir de l'écriture de cette équation sous forme canonique, donner les expressions de la pulsation propre ω_0 du circuit non amorti et du coefficient d'amortissement z , en fonction des éléments du circuit.
- I.1.3. À quelle condition le régime transitoire de la solution sera-t-il oscillatoire amorti ?

Dans la suite de l'étude, la condition précédente (I.1.3.) sera supposée satisfaite.

I.2. Onduleur de tension, fonction de conversion.

La charge est alimentée par le convertisseur dont le schéma est donné à la figure I.2.

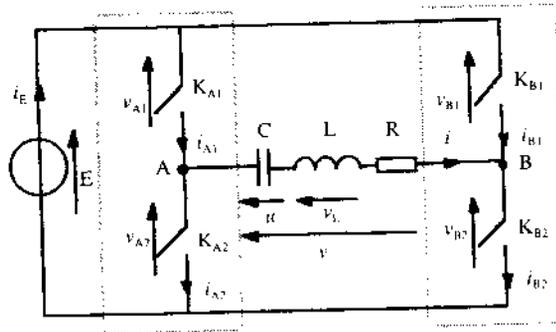


Figure I.2.

La source de tension E est idéale ; la charge, par la présence de l'inductance L , est assimilée à une source de courant instantanée.

Les sources sont liées par deux cellules de commutation, A et B , constituées chacune de deux interrupteurs ; ceux-ci sont idéaux : bidirectionnels en courant et en tension, chute de tension nulle à l'état fermé.

L'état de chaque interrupteur K_{xn} est caractérisé par la fonction de connexion $f_{xn}(t)$, grandeur binaire telle que $f_{xn} = 1$ pour l'interrupteur fermé et $f_{xn} = 0$ pour l'interrupteur ouvert. ($x = A$ ou B ; $n = 1$ ou 2).

- I.2.1. Après avoir rappelé les contraintes associées aux sources de tension et de courant, énoncer la relation liant les fonctions de connexion des interrupteurs de chaque cellule.

- I.2.2.
- I.2.2.1. Exprimer les tensions v_m à partir des fonctions de connexion $f_m(t)$ et de E .
- I.2.2.2. Exprimer les courants i_m à partir des fonctions de connexion $f_m(t)$ et de i .
- I.2.3. Montrer que la tension v aux bornes de la charge s'écrit $v = m(t) \cdot E$, expression dans laquelle la fonction de conversion $m(t)$ s'exprime à partir des fonctions de connexions. Quelles sont les valeurs pouvant être prises par $m(t)$?
- I.2.4. Établir de même, la relation liant le courant i_E débité par la source, au courant i appelé par la charge.
- I.2.5. Le convertisseur peut être assimilé au quadripôle représenté sur la figure I.3 pour lequel les couples (i_E, v) et (i, E) sont liés par la matrice (T) que l'on définira :

$$\begin{pmatrix} i_E \\ v \end{pmatrix} = (T) \cdot \begin{pmatrix} i \\ E \end{pmatrix}.$$

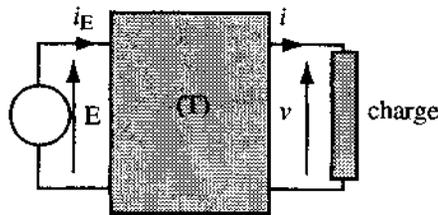


Figure I.3.

I.3. Modes de commandes.

La puissance fournie à la charge est contrôlée par la fonction de conversion périodique $m(t)$, de fréquence f_C imposée par la commande.

I.3.1. Commande à fréquence fixe.

La fréquence f_C de la commande est égale à la fréquence propre f_0 de la charge $[R, L, C]$ ($\omega_C = 2\pi f_C = 2\pi/T_C = \omega_0$).

Les commandes des deux cellules sont décalées; la commande de la cellule B présente un retard Δt sur celle de la cellule A :

$$f_{A1}(t) = 1 \text{ pour } 0 < t < T_C/2, \quad f_{A1}(t) = 0 \text{ pour } T_C/2 < t < T_C;$$

$$f_{B1}(t) = f_{A1}(t - \Delta t) \text{ avec } 0 < \Delta t < T_C/2.$$

Le courant, quasi sinusoïdal, est assimilé à son fondamental.

- I.3.1.1. Pour un retard $\Delta t = T_C/3$, tracer sur le document-réponse DR I-3-1-1 le graphe représentatif des variations des fonctions de connexion f_{A1} et f_{B1} , de conversion $m(t)$, puis des tensions v et du fondamental⁽¹⁾ de v .
- I.3.1.2. Tracer les graphes du diagramme de Fresnel associé aux vecteurs représentatifs des amplitudes des grandeurs fondamentales de v , v_L , u et i .
- I.3.1.3. Pour ce mode de commande, préciser la grandeur de réglage de la puissance active transmise à la charge.
- I.3.1.4. Établir la loi de réglage de la puissance active P fournie à la charge en fonction de la grandeur de réglage.

⁽¹⁾ La décomposition harmonique d'une onde en créneaux est fournie en fin de cette première partie.

1.3.2. Décalage constant entre les commandes des cellules,

La fréquence f_c de la commande est différente de la fréquence propre f_0 de la charge [R, L, C].

Les commandes des deux cellules sont décalées ; la commande de la cellule B présente un retard constant Δt sur celle de la cellule A :

$$f_{A1}(t) = 1 \text{ pour } 0 < t < T_c/2, \quad f_{A1}(t) = 0 \text{ pour } T_c/2 < t < T_c;$$

$$f_{B1}(t) = f_{A1}(t - \Delta t) \text{ avec } \Delta t = T_c/2.$$

1.3.2.1. Tracer, sur le document-réponse DR I-3-2-1, les chronogrammes des variations des fonctions de connexion f_{A1} et f_{B1} , de conversion $m(t)$, puis des tensions v et du fondamental de v .

1.3.2.2. Tracer les diagrammes de Fresnel associés aux vecteurs représentatifs des amplitudes des grandeurs fondamentales de v et i pour chacun des cas :

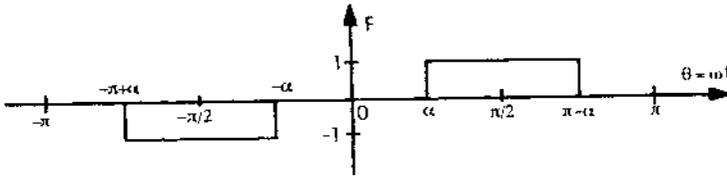
$$a) f_c = 0,9 \cdot f_0 \quad b) f_c = 1,1 \cdot f_0$$

en précisant pour chaque cas si le courant est en avance ou en retard sur la tension.

1.3.2.3. En ne tenant compte que des amplitudes respectives du premier harmonique de v et i , calculer la puissance P fournie à la charge.

1.3.2.4. Pour ce mode de commande, indiquer la grandeur de réglage de la puissance fournie à la charge ; tracer l'allure des variations de la puissance en fonction de la variable de réglage.

Décomposition harmonique d'une onde en créneaux



$$F(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\cos[(2p+1)\alpha]}{2p+1} \cdot \sin[(2p+1)\theta].$$

ALIMENTATION D'UN TUBE À RAYONS X PAR CONVERTISSEUR À RÉSONANCE

L'imagerie médicale fait appel aux rayons X pour explorer l'intérieur du corps humain (radiologie et scanners). Les tubes d'émission des rayons X sont alimentés sous des tensions de l'ordre de 150 kV et mettent en jeu des puissances pouvant varier de 25 à 150 kW selon les applications et les appareils. Afin de réduire la masse et le volume des dispositifs d'alimentation, ceux-ci sont réalisés par des convertisseurs à résonance dont les interrupteurs à IGBT commutent à des fréquences proches de 50 kHz.

La source d'énergie est constituée du réseau triphasé basse tension (400 V-50 Hz) ; un redresseur (pont PD3) associé à un filtre ($L_F - C_F$) constitue une source de tension non réglable. Les tensions (V_x) de plusieurs kV appliquées entre les électrodes des tubes nécessitent l'emploi d'un transformateur élévateur (T) de rapport de transformation K_p . Le tube d'émission de rayons X appelle, en régime établi, un courant constant I_{RX} .

Le schéma de la figure II.a décrit le principe de ces alimentations.

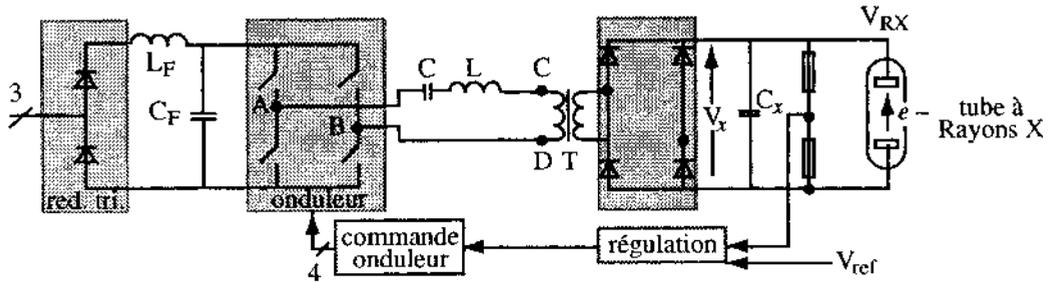


Figure II.a

La capacité de filtrage C_x est choisie de valeur telle que l'ondulation de la tension V_x est négligée dans l'étude proposée.

Cette deuxième partie porte sur le convertisseur d'alimentation en régime permanent. Le transformateur est considéré de rapport de transformation unitaire. Le modèle proposé est représenté sur la figure II.b (le transformateur sera étudié dans la troisième partie). La charge est assimilée à une source de courant constant I_2 en parallèle sur une capacité C_2 . La tension V_2 est considérée constante. (Ondulation négligeable.)

La fonction de conversion associée à l'onduleur est telle que celui-ci se comporte, entre les points A et B, comme une source de tension $e_1(t)$ carrée de fréquence f_c .

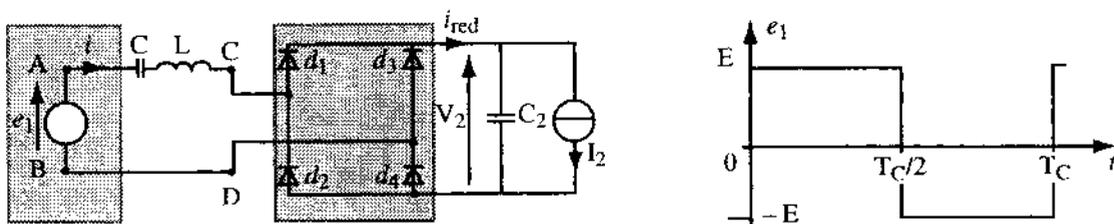


Figure II.b

On appelle f_0 la fréquence propre du circuit L-C. La fréquence de commande f_c de l'onduleur est voisine de f_0 ; en régime établi et en conduction ininterrompue du pont de diodes, le courant i , quasi sinusoïdal, est assimilé à son fondamental.

ÉTUDE EN RÉGIME ÉTABLI.

II.1. Les conditions énoncées ci-dessus étant satisfaites, montrer qu'entre les points C et D, le convertisseur à diodes se comporte comme une source de tension $e_2(t)$ que l'on définira ; figure II.1.

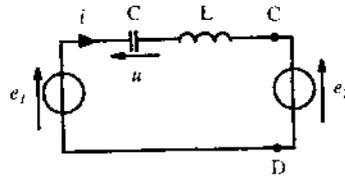


Figure II.1.

II.2. Selon la valeur de la fréquence f_c du signal e_1 (fig. II.b), légèrement supérieure ou inférieure à la fréquence propre f_0 de la charge, le courant i , considéré sinusoïdal d'amplitude I_M , est décalé de l'intervalle de temps θ sur la tension e_1 :

$$i(t) = I_M \cdot \sin[(\omega_c(t - \theta)] \quad (\theta > 0, i(t) \text{ en retard sur } e_1; \theta < 0 \text{ avance}).$$

II.2.1. Calculer la puissance fournie par le convertisseur d'entrée, en fonction de E , I_M et θ .

II.2.2. Calculer la puissance reçue par la charge en fonction de V_2 et I_M .

II.2.3. Établir la relation liant les amplitudes respectives des tensions e_1 et e_2 .

II.2.4. Calculer l'amplitude du courant i en fonction du courant I_2 .

II.3. Modèle d'étude en régime établi : calcul appliqué au fondamental des grandeurs.

II.3.1. Montrer que d'un point de vue énergétique, le schéma précédent peut être transformé en celui de la figure II.2. dans lequel la source e_{1f} représente le fondamental de e_1 et R_{eq} une résistance équivalente à la charge entre A et B dont on calculera la valeur en fonction de V_2 et de I_2 .

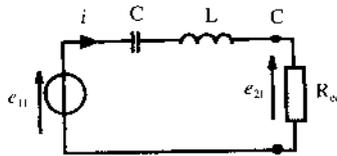


Figure II.2.

II.3.2. Tracer les diagrammes vectoriels associés aux grandeurs fondamentales de e_1 , e_2 et i pour chacun des cas :

$$a) f_c < f_0 \quad b) f_0 < f_c.$$

II.3.3. Montrer qu'en régime établi, la tension V_2 aux bornes de la charge prend pour expression :

$$V_2 = \sqrt{E^2 - \left[\frac{\pi^2}{8} I_2 \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot g(f_c) \right]^2} \quad \text{avec} \quad g(f_c) = \frac{f_c}{f_0} - \frac{f_0}{f_c}.$$

II.3.4. Après avoir précisé la grandeur de réglage de la tension V_2 :

II.3.4.1. calculer sa valeur maximale ;

II.3.4.2. pour $I_2 = 100 \text{ A}$, $C = 0,33 \mu\text{F}$, $L = 28,5 \mu\text{H}$, $E_1 = 520 \text{ V}$, calculer les valeurs prises par V_2 pour les valeurs suivantes de la fréquence de commande : $1,1 \cdot f_0$, $1,15 \cdot f_0$, f_0 , $0,95 \cdot f_0$ et $0,9 \cdot f_0$.

II.4. Synthèse des interrupteurs des cellules de commutation.

Les orientations des grandeurs sont celles de la figure 1.2.

Le domaine de réglage de la fréquence de commande peut être choisi au-delà de la pulsation de résonance ($f_0 < f_c$: régime hyperrésonnant) ou bien en deçà de cette pulsation ($f_c < f_0$: régime hyporésonnant). Les contraintes électriques subies par les interrupteurs sont différentes et ceux-ci sont réalisés par des composants ou associations de composants différents.

Dans cette étude, pour chaque mode de commande, le courant i (sinusoidal) est décalé de l'intervalle de temps $\pm \theta$ par rapport à la tension e_1 délivrée par l'onduleur. (f_c proche de f_0 .)

Pour le tracé des graphes associés aux questions II.4.1. et II.4.2., on prendra $\theta = T_c / 12$.

II.4.1. Régime hyperrésonnant.

- II.4.1.1. Sur le document-réponse DR II-4-1-1, tracer les évolutions du courant i d'amplitude I_M , puis des courants et tensions associés aux interrupteurs de la cellule de commutation A.
- II.4.1.2. Pour chacun des interrupteurs parfaits K_{A1} et K_{A2} de cette cellule, tracer les lieux des points de fonctionnement dans les plans respectifs courant-tension $i_{An} - v_{An}$ ($n = 1$ ou 2). Dédire de cette étude la bidirectionnalité ou non (en courant et en tension) des éléments de la cellule.
- II.4.1.3. Préciser les types (commandé, spontané) des changements d'état des interrupteurs.
- II.4.1.4. Les éléments de la cellule sont nécessairement constitués de l'association de composants de base (diode, transistor, thyristor). À partir des résultats établis, proposer la (ou les) association(s) des composants pouvant être utilisés pour synthétiser les interrupteurs.

II.4.2. Régime hyporésonnant.

- II.4.2.1. Sur le document-réponse DR II-4-2-1, tracer les évolutions du courant i d'amplitude I_M , puis des courants et tensions associés aux interrupteurs de la cellule de commutation A.
- II.4.2.2. Pour chacun des interrupteurs parfaits K_{A1} et K_{A2} de cette cellule, tracer le trajet du point de fonctionnement dans les plans courant-tension respectifs $i_{An} - v_{An}$ ($n = 1$ ou 2). Dédire de cette étude la bidirectionnalité ou non (en courant et en tension) des éléments de la cellule.
- II.4.2.3. Préciser les types (commandé, spontané) des changements d'état des interrupteurs.
- II.4.2.4. Les éléments de la cellule sont constitués de l'association de composants de base (diode, transistor, thyristor). À partir des résultats établis, proposer la (ou les) association(s) des composants pouvant être utilisés pour synthétiser les interrupteurs.

II.5. Approche de dimensionnement des éléments du circuit L-C en régime hypo-résonnant.

La fréquence f_c demeure proche de la fréquence propre f_0 ($0,7 \cdot f_0 < f_c < f_0$).

Pour ce régime, la conduction du pont redresseur peut-être discontinue (en conséquence, celle du pont onduleur également).

Quand K_{A1} et K_{B2} sont commandés à la fermeture, le courant i positif s'annule avant la fin de la demi-période de la commande et ne peut devenir négatif; la même observation s'effectue dans l'autre demi-période de la commande : quand K_{A2} et K_{B1} sont commandés à la fermeture, le courant i , négatif, s'annule et ne peut devenir positif.

- II.5.1. Tracer les allures, en régime établi, de la tension u (aux bornes du condensateur C) et du courant i , dans l'hypothèse d'une conduction interrompue du pont de diodes en utilisant la convention de la figure II.b.
- II.5.2. Déterminer la condition sur la valeur maximale U_M de la tension u pour observer la conduction ininterrompue du pont redresseur.
- II.5.3. En considérant la condition précédente satisfaite, en assimilant chaque grandeur u et i à son fondamental, calculer la valeur minimale de la tension U_M pour laquelle la conduction continue est observée (régime permanent).
- II.5.4. En régime permanent, l'amplitude I_M du courant i est proportionnelle au courant I_2 comme établi à la question II.2.4. ; établir la relation liant l'amplitude U_M de u et I_2 .
- II.5.5. Calculer les éléments L et C, pour un régime de conduction ininterrompu : pour que la fréquence de résonance f_0 soit de 52 kHz, et que l'amplitude U_M de la tension u en régime établi soit égale à 1 200 V pour une fréquence de commande f_c de 50 kHz et I_2 de 100 A.

ÉTUDE DU TRANSFORMATEUR

Modélisation dans l'hypothèse de fonctionnement linéaire.

Le matériau magnétique utilisé n'est pas saturé et l'hystérésis négligé dans cette étude. Les champs d'induction B et d'excitation H sont liés par une relation linéaire $B = \mu H$. On note Φ_p et Φ_s , les flux d'induction enlacés respectivement par les bobinages primaire et secondaire.

L_p et L_s représentent les inductances propres des enroulements primaire et secondaire, M l'inductance mutuelle entre les enroulements ; les chutes de tension dans les résistances enroulements seront négligées.

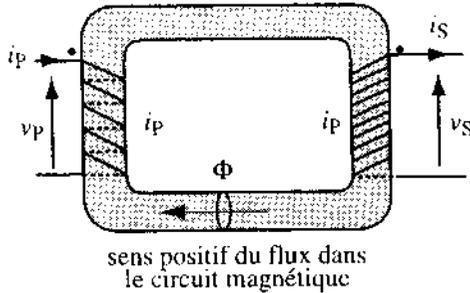


Figure III.1.

On note σ le coefficient de dispersion de Blondel : $\sigma = 1 - M^2/L_p L_s$.

Respectant les orientations précisées sur la figure III.1, les flux sont liés aux courants par les relations :

$$\Phi_p = L_p \cdot i_p - M \cdot i_s ; \quad \Phi_s = M \cdot i_p - L_s \cdot i_s .$$

III.1. Préciser les valeurs prises par le coefficient de dispersion σ pour un couplage parfait et pour un couplage non parfait.

III.2. Écrire les relations liant les tensions primaire et secondaire aux courants i_p et i_s .

Modèle du transformateur aux fuites totalisées au primaire.

III.3. Montrer que vu du primaire, le schéma de la figure III.2. décrit le modèle du transformateur, dans lequel la totalité des fuites est globalisée au primaire.

Calculer K et l'inductance N_1 ; exprimer cette dernière en fonction de L_p et σ .

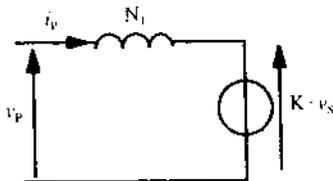


Figure III.2.

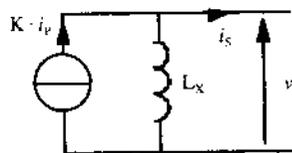
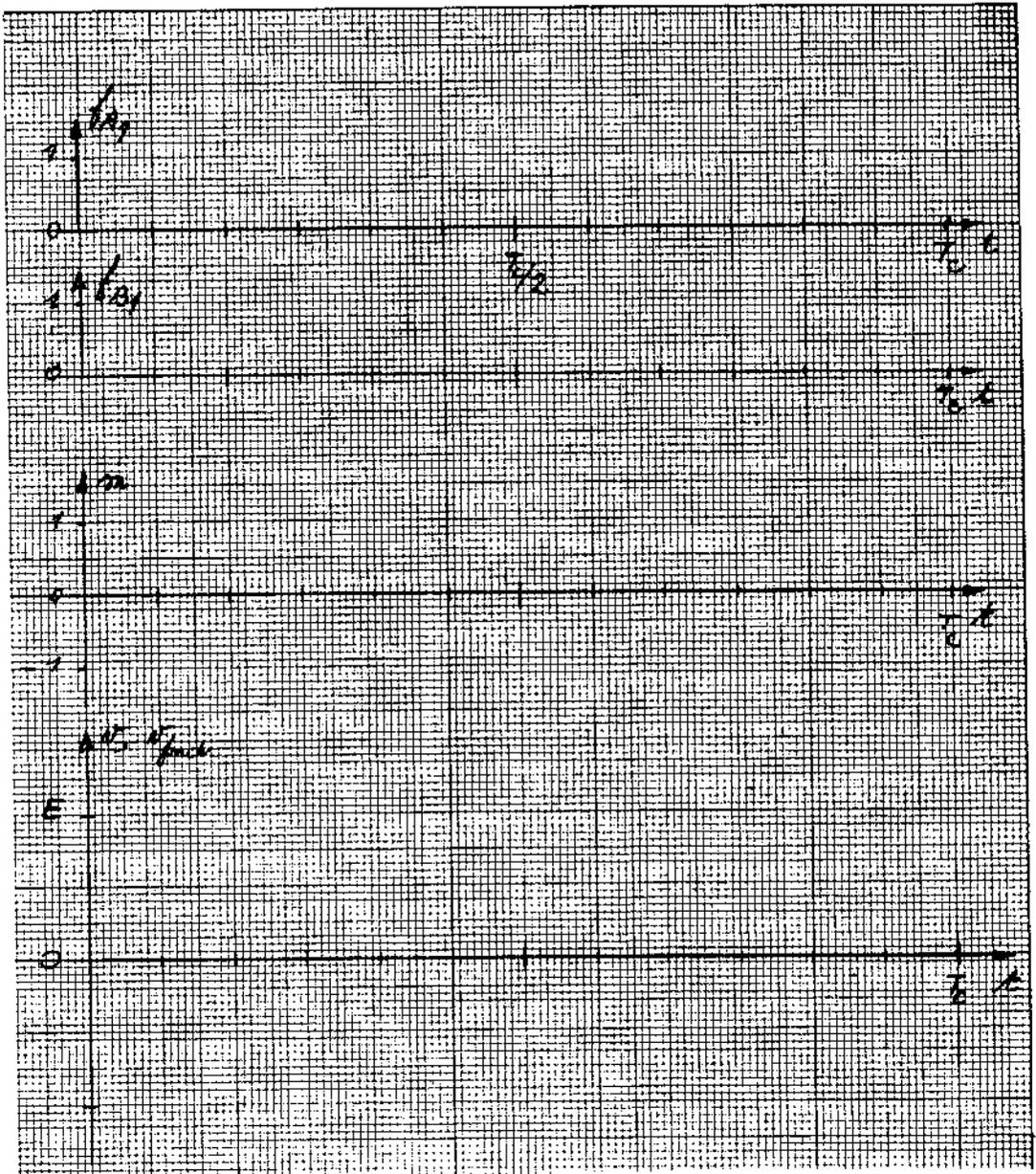


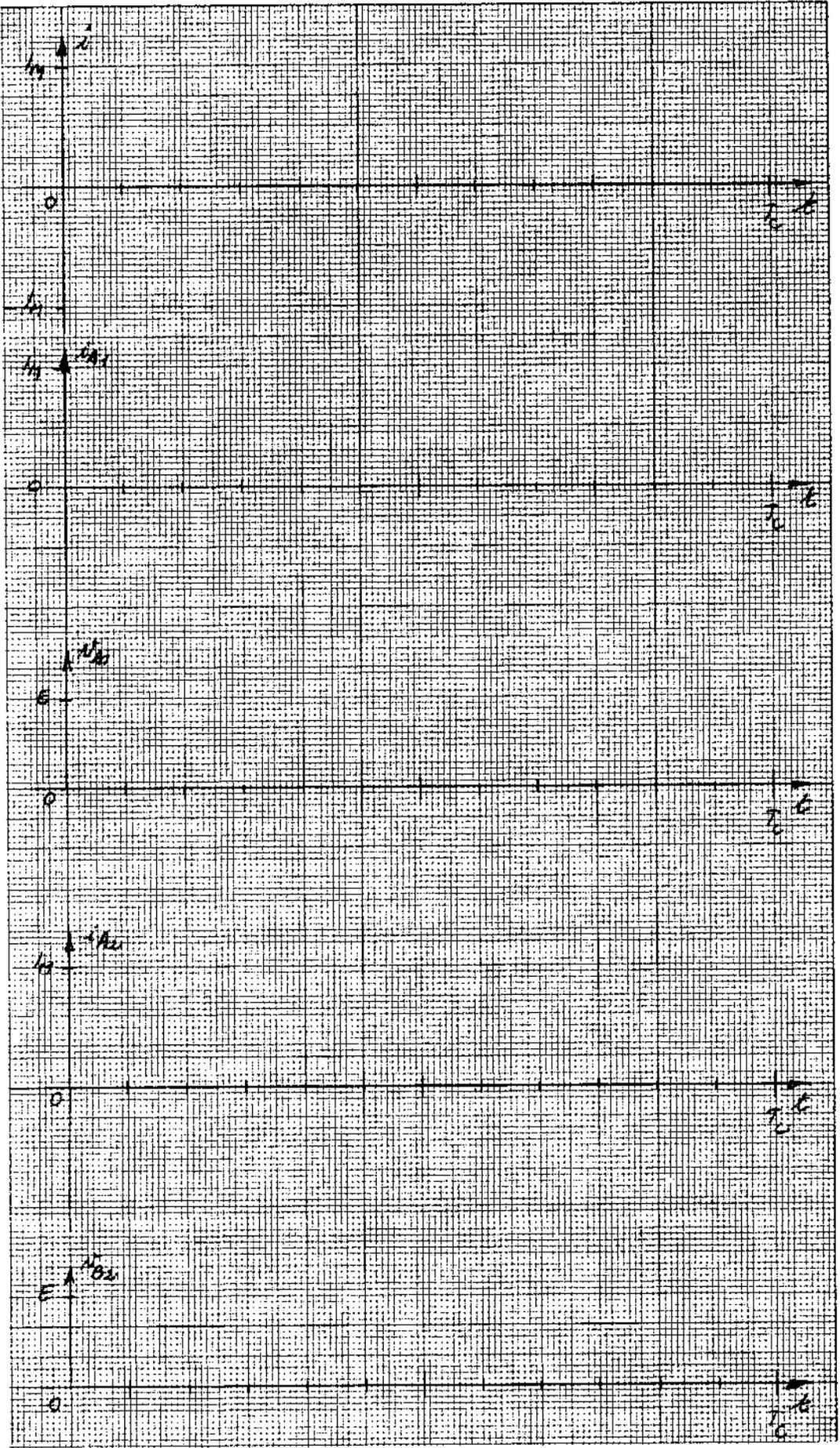
Figure III.3.

III.4. Établir qu'au secondaire, le schéma de la figure III.3. décrit le modèle du transformateur ; préciser la valeur de l'inductance L_x .

III.5. Montrer qu'à condition d'effectuer les approximations que l'on précisera, cette modélisation du transformateur justifie les modèles utilisés dans la deuxième partie du problème.



DR I 3-2-1



DR II 4-2-1