

composition sur la physique  
et le traitement automatisé de l'information

**Durée : 5 heures**

*L'usage de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives personnelles qu'il est amené à prendre pour cela.*

Le fil conducteur de l'épreuve est le temps. Le sujet couvre de nombreux domaines de la physique, abordés à des niveaux différents ( terminale S et classes préparatoires scientifiques ).

domaine	questions
Cinématique	0 et 1
Mécanique du point et du solide	2, 3 et 7
Electrocinétique en régime sinusoïdal	4
Optique géométrique	6
Thermodynamique	8 et 9
Electromagnétisme	11 et 12
Divers	5, 10 et 13

### Données numériques :

Dans le système international :

Constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  SI

Constante de Planck :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  SI

Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 299\,792\,458$  SI

Certaines valeurs numériques classiques sont supposées connues.

Pour les évaluations numériques, on pourra se contenter d'un chiffre significatif.

Les commentaires attendus peuvent être brefs mais doivent être précis.

## I. Le temps uniforme

### A. Le temps astronomique

- Exercice ( Terminale S ) -

#### 0) Préliminaire

L'espace est rapporté à un référentiel fixe  $Oxyz$ ,  $Oz$  étant vertical. Dans le plan horizontal  $xOy$ , un plateau circulaire de centre  $O$  tourne à vitesse angulaire constante  $\omega$  autour de l'axe vertical  $Oz$ . Un disque horizontal est fixé au plateau en son centre  $C$ . Ce disque tourne autour de l'axe vertical passant par  $C$  à vitesse angulaire constante  $\Omega$  par rapport au référentiel fixe.

Si  $A$  est un point quelconque du disque, trouver la période  $J$  des conjonctions des points  $O$ ,  $A$  et  $C$  ( les points  $O$ ,  $A$  et  $C$  se trouvent alignés dans cet ordre comme sur la figure 0 ).

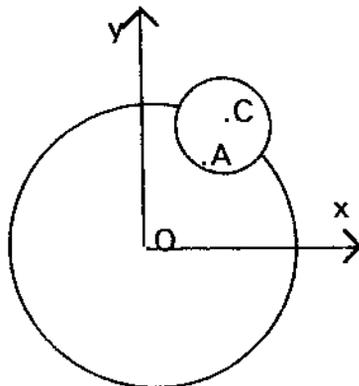


figure 0

1) Le jour

- 1a - Définir le référentiel géocentrique. Est-il galiléen ? Justifier la réponse.
- 1b - Définir le jour solaire  $J_{sol}$ . Quelle est sa durée ?
- 1c - Calculer l'écart entre un jour solaire et un jour sidéral.

2) L'année

2a - Énoncer la loi de la gravitation universelle. Qui a énoncé cette loi et à quelle époque ?

2b - Définir le champ de gravitation universelle.

2c - Justifier le caractère central du champ de gravitation créé par une distribution de masse à symétrie sphérique. Pour le calcul du champ de gravitation, peut-on remplacer cette distribution par une masse ponctuelle ? Justifier la réponse.

2d - Énoncer les trois lois de Képler.

Citer des écarts au mouvement képlérien des planètes. Pouvez-vous expliquer leur origine ?

2e - Démontrer la deuxième, puis la première loi de Képler.

Démontrer la troisième loi de Képler dans le cas particulier d'une orbite circulaire.

2f - Pour les satellites artificiels de la Terre, le mouvement képlérien n'est qu'approximatif. Citez-en au moins une manifestation, une raison et une application.

2g - Chaque année vers le 2 janvier, la Terre est à son périhélie ; définir le terme périhélie. Le solstice d'hiver a lieu le 21 décembre ; définir le terme solstice. Commenter ce décalage.

Un élève vous fait remarquer que l'époque de l'année la plus froide dans l'hémisphère nord se situe vers la fin janvier ou le début février. Par quelle raison physique lui justifiez-vous ce décalage ?

2h - Application des deux premières lois de Képler.

Comment expliquez-vous que l'été boréal soit plus long ( 93,6 jours ) que l'été austral ( 89,0 jours ) ?

2i - Comment déterminer la masse du Soleil ou d'une planète possédant des satellites ?

2j - Application de la troisième loi de Képler à un satellite géostationnaire.

Dans le référentiel géocentrique, quelle est sa période et la nature de sa trajectoire ?

Calculer approximativement son altitude et citer une utilisation d'un satellite géostationnaire.

2k - Un satellite artificiel de la Terre décrit une trajectoire elliptique de foyer  $F$  et de centre  $O$ . On considère, en particulier, les extrémités  $A$  et  $A'$  du grand axe et  $B$  et  $B'$  du petit axe ( figure 2k ).

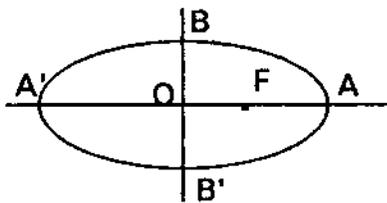


figure 2k

On note, selon l'usage,  $OA = a$ ,  $OB = b$  et  $OF = c$ . On rappelle que  $a^2 = b^2 + c^2$ .

Représenter de façon réaliste les vecteurs vitesse  $\vec{v}_A$ ,  $\vec{v}_{A'}$  et  $\vec{v}_B$ .

En exprimant les constantes du mouvement en  $A$  et  $A'$ , montrer que l'énergie mécanique totale s'exprime simplement en fonction du grand axe de l'ellipse.

Exprimer le moment cinétique du satellite, sa vitesse aréolaire et sa période de révolution. Retrouver ainsi la troisième loi de Képler.

2l - Bohr et Sommerfeld ont élaboré des modèles planétaires de l'atome d'hydrogène. Justifier ce qualificatif. Quelle est la caractéristique essentielle de chacun de ces modèles ? A quelle grandeur physique sont reliés respectivement les nombres quantiques  $n$  et  $l$  ? Qu'appelle-t-on dégénérescence d'un niveau d'énergie ? Montrer à l'aide de la question 2k que les modèles de Bohr et de Sommerfeld conduisent à une dégénérescence des niveaux d'énergie.

## B. Le temps des pendules et des montres

- Séance de travail dirigé ( Terminale S et MPSI ou PCSI ) -

### 3) Le pendule non amorti

Le pendule (P) consiste en une masse ponctuelle  $m$  fixée à l'extrémité inférieure d'une tige de longueur  $L$  dont la masse est négligeable devant  $m$ . Cette tige pivote sans frottement autour d'un axe horizontal passant par son extrémité supérieure. L'angle que fait la tige avec la verticale descendante est noté  $\theta$ .

3a - Etablir l'équation différentielle du mouvement pendulaire.

3b - Dans le cas d'oscillations d'amplitude telle que le pendule (P) se comporte comme un oscillateur harmonique, exprimer la pulsation  $\omega_0$  et la période  $T_0$  de cet oscillateur. Devant ces résultats, quelles remarques faites-vous aux élèves ?

3c - Quelle est approximativement la longueur d'un tel pendule qui battrait la seconde à Paris ?

On transporte ce pendule à l'équateur. Comment sa période se trouve-t-elle modifiée ? Pour quelles raisons ?

Au début du système métrique ( donner la date approximative ), certains avaient pensé utiliser le pendule pour relier la définition des unités de temps et de longueur. Pourquoi a-t-on renoncé à cette idée ?

L'idée de relier les unités de temps et de longueur a-t-elle été définitivement abandonnée ? Précisez.

3d - Le pendule (P) oscille maintenant avec une amplitude un peu plus grande. On approxime :

$$\sin \theta \approx \theta - \frac{\theta^3}{6}$$

Ce pendule est-il un système linéaire ?

On cherche une solution de l'équation du mouvement du pendule sous la forme :

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t + \varepsilon \theta_0 \sin 3\omega t \quad \text{avec } \varepsilon \ll 1.$$

On rappelle que  $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

Expliquer ( ou justifier ) la génération du troisième harmonique.

Déterminer  $\varepsilon$  et démontrer la formule de Borda pour la période  $T$  :

$$T = T_0 \left[ 1 + \frac{\theta_0^2}{16} \right]$$

Proposer une application numérique puis commenter.

3e - Qu'appelle-t-on système conservatif ? Le pendule étudié présente-t-il cette propriété ? Justifier la réponse.

3f - On fixe désormais  $T_0 = 1$  s. A l'instant initial, le pendule (P) est dans sa position d'équilibre stable. On lui communique une vitesse angulaire  $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0$ . Etablir la relation donnant  $\frac{d\theta}{dt}$  en fonction de  $\theta$ . Quelle est la valeur minimale de  $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0$  pour que le pendule fasse un tour ?

3g - La figure 3g représente une simulation du portrait de phase du pendule précédent. Justifier le fait que deux trajectoires de phase ne se coupent pas. A quelle propriété des lois de la mécanique relie cette propriété ?

Identifier les points singuliers, les trajectoires qui correspondent à un mouvement pendulaire, celles attachées à un mouvement révolatif, enfin les séparatrices.

A quelle propriété relie la symétrie du portrait de phase par rapport à l'axe des abscisses ?

- Séance de travail dirigé ( MPSI ou PCSI ) -

#### 4) La montre à quartz

4a - En quoi consiste le phénomène de piézoélectricité ?

Dans quel type de cristaux l'effet piézoélectrique existe-t-il ? Citez quelques applications de la piézoélectricité.

4b - Dans un cristal de quartz, on taille une lame à faces parallèles. Les deux faces de cet échantillon (E) sont métallisées. On établit entre elles une différence de potentiel  $v(t) = V_0 \cos \omega t$ . La figure 4b représente le circuit électrique équivalent à (E).

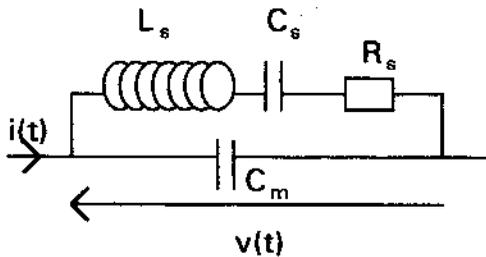


figure 4b

$R_s = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $L_s = 2000 \text{ H}$ ,  $C_s = 0,012 \text{ pF}$  et  $C_m = 2,0 \text{ pF}$ .

Quelle remarque peut-on faire sur la valeur de  $L_s$  ?

4c - On suppose d'abord  $R_s = 0$ . On note  $X(\omega)$  la réactance (ou partie imaginaire de l'impédance) de ce circuit. Montrer que l'intensité  $i(t)$  est donnée par :

$$i(t) = \frac{V_0}{X(\omega)} \sin \omega t$$

4d - Déterminer  $X(\omega)$  en faisant intervenir deux pulsations caractéristiques  $\omega_s$  et  $\omega_p$  (avec  $\omega_s < \omega_p$ ). Tracer l'allure de la courbe de variation de  $X(\omega)$  et préciser le domaine de pulsations où (E) a un comportement inductif.

4e - Quelle est la pulsation de résonance et celle d'anti-résonance ?

4f - Comment justifier le choix d'une fréquence de résonance de 32 768 Hz pour un cristal utilisé dans une montre ?

4g - Exprimer l'écart relatif entre les deux pulsations  $\omega_s$  et  $\omega_p$  en fonction de  $C_s$  et  $C_m$  puis l'évaluer numériquement. Déterminer numériquement la variation de  $X$  lorsque la fréquence varie de 1 Hz autour de la fréquence de résonance. Commenter ces deux résultats.

4h - Quel est le facteur de qualité du circuit série  $R_S L_S C_S$  ? Que penser de ce résultat ?

4i - Expliquez comment on peut mettre expérimentalement en évidence le phénomène de résonance de l'échantillon (E) avec le circuit de la figure 4i dans lequel GBF est un générateur basse fréquence et  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .

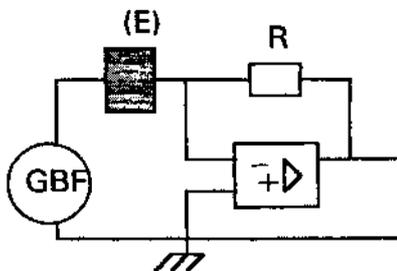


figure 4i

4j - Pour déterminer le facteur de qualité d'un circuit RLC en série, proposer deux méthodes expérimentales. Préciser le matériel utilisé, le schéma du montage et les mesures à effectuer. Quelle méthode vous semble être la plus précise ? Justifier votre réponse.

## C. Le temps atomique

- Commentaires sur le système international d'unités ( toutes classes ) -

### 5) Définition de la seconde en vigueur depuis 1967

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

Quels commentaires ajoutez-vous pour éclairer cette définition auprès des élèves ?

## D. Le temps minimal

- Exercice d'interrogation orale et expérience ( MPSI ou PCSI ) -

### 6) Lois fondamentales de l'optique géométrique

Les milieux de propagation sont supposés transparents, homogènes et isotropes.

#### 6a - Réflexion de la lumière

Montrer qu'on peut trouver le chemin suivi par la lumière entre deux points  $A_1$  et  $A_2$  avec réflexion sur un miroir plan en minimisant, sans calcul, un trajet choisi avec pertinence. Retrouver les lois de Descartes relatives à la réflexion.

#### 6b - Réfraction de la lumière ( figure 6b )

Dans l'espace repéré en coordonnées cartésiennes, un milieu (1) occupe le demi-espace  $y > 0$  ; la vitesse de la lumière y est  $v_1$ . Un milieu (2) occupe le demi-espace  $y < 0$  ; la vitesse de la lumière y est  $v_2$ . Définir les indices  $n_1$  et  $n_2$  des deux milieux.

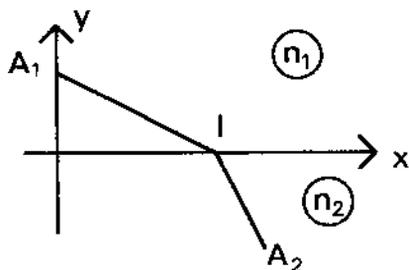


figure 6b

6c - Exprimer la durée  $\tau$  du trajet lumineux entre le point  $A_1(0, y_1, 0)$  dans le milieu (1) et le point  $A_2(x_2, y_2, 0)$  dans le milieu (2) en fonction de la coordonnée  $x$  du point d'incidence  $I(x, 0, 0)$  sur le dioptre. Minimiser cette durée de parcours  $\tau$  et introduire les indices  $n_1$  et  $n_2$  pour retrouver la seconde loi de Descartes relative à la réfraction.

6d - Réflexion totale

Expliquer ce qu'est la réflexion totale et dans quelles conditions elle peut être observée. Décrire soigneusement une expérience de cours mettant en évidence ce phénomène. Citer quelques applications pratiques de la réflexion totale.

## II. Le temps irréversible

### A. Irréversibilité en mécanique

- Séance de travail dirigé ( MPSI ou PCSI ) -

#### 7) Effet de l'amortissement sur le portrait de phase

Pour le pendule (P) de la question 3, la prise en compte de frottements amène à proposer l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$$

7a - De quelle nature sont les frottements qui conduisent à cette équation ?

Le modèle ainsi envisagé est-il pleinement satisfaisant ? Pourquoi ?

7b - La figure 7b représente le portrait de phase du pendule amorti. Quel est le sens de parcours d'une trajectoire de phase ? Quelles sont les conditions initiales ? Comment se manifeste l'irréversibilité du phénomène ? Quels sont les attracteurs ? Justifier les réponses.

7c - Expliquez le mouvement du pendule correspondant à chaque trajectoire de phase. Peut-on évaluer le facteur de qualité  $Q$  ?

### B. Irréversibilité en thermodynamique

- Question de cours et exercices d'application (MP, MP\*) -

#### 8) Le transfert thermique conductif

8a - En un point  $M$  et à la date  $t$ , la loi de Fourier lie le vecteur densité de flux thermique  $\vec{j}_{th}(M, t)$  à la conductivité thermique  $\lambda$  et à la température  $T(M, t)$  :

$$\vec{j}_{th}(M, t) = -\lambda \vec{grad} T(M, t)$$

Quelle est la justification physique du signe "moins" dans cette loi ?

Quelle est l'unité de conductivité thermique dans le système international ?

Présentez les analogies entre la loi d'Ohm locale et la loi de Fourier.

Quelles différences vous paraissent pédagogiquement intéressantes à signaler entre la loi de Fourier et la loi d'Ohm locale ?

Pourquoi choisir un milieu solide et opaque pour l'étude expérimentale de la conduction thermique ?

La loi de Fourier est une loi phénoménologique. Préciser le sens de ce qualificatif.

8b - Dans un milieu homogène de masse volumique  $\mu$ , de capacité thermique massique  $c$  et de conductivité thermique  $\lambda$ , la température  $T$  ne dépend que de la variable d'espace  $x$  et du temps  $t$ . Par un bilan énergétique, établir l'équation de diffusion de la chaleur unidirectionnelle (D).

Comment se traduit l'irréversibilité du phénomène dans l'équation (D) ?

8c - Cas du régime stationnaire

La paroi latérale d'un barreau cylindrique homogène, de conductivité thermique  $\lambda$ , de section  $A$  et de longueur  $L$  est isolée thermiquement. La température de son extrémité  $x = 0$  est fixée à  $T_1 = 303$  K et celle de son extrémité  $x = L$  à  $T_2 = 273$  K. Etablir la loi de variation de la température  $T(x)$  dans le barreau en régime stationnaire et la représenter graphiquement. Quel flux thermique  $\Phi$  traverse une section du barreau ? Définir et exprimer la résistance thermique  $R_{th}$  du barreau. Quel est l'intérêt de cette notion ?

8d - Cas d'un régime non stationnaire

Un mur, de température initiale  $T_2 = 273$  K occupe le demi-espace  $x > 0$ . A partir de l'instant  $t = 0$ , on impose à sa paroi  $x = 0$  une température  $T_1 = 303$  K. La figure 8d présente une simulation de l'évolution de la température  $T(x, t)$  pour trois dates :  $t_1$ ,  $t_2 = 4 t_1$  et  $t_3 = 9 t_1$ . Expliquer comment y vérifier la caractéristique essentielle des phénomènes diffusifs.

### 9) Entropie et irréversibilité

9a - Le second principe de la thermodynamique est un principe d'évolution. Expliquer.

9b - Deux corps ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) ont la même capacité thermique  $C$  et des températures initiales respectives  $T_{1i}$  et  $T_{2i}$ . L'ensemble est considéré isolé ; on met les deux corps en contact thermique. Quelle est leur température finale ? Quelle est l'entropie créée par cette mise en contact ? Vérifier son signe. Comment se traduit la "flèche" du temps ? Examiner le cas limite où :

$$T_{2i} = T_{1i} + \delta T \quad \text{avec} \quad \delta T \ll T_{1i}$$

et commenter le résultat.

9c - On reprend, dans un état stationnaire, le barreau cylindrique de la question 8c. Son extrémité  $x = 0$  est maintenue à la température constante  $T_1$  et son extrémité  $x = L$  à la température constante  $T_2$ .

Evaluer l'entropie  $\delta^2 S$  créée dans un élément de longueur  $dx$  du barreau entre deux instants voisins  $t$  et  $t + dt$ . Vérifier son signe. Quelle est l'entropie créée par unité de temps dans tout le barreau ? Commenter.

## III. Le temps relatif

### 10) Le temps des astronomes

Que représente une année lumière ?

Pourquoi dit-on "Voir loin dans l'espace, c'est voir loin dans le passé" ?

### 11) Invariance des équations de Maxwell dans un changement de référentiel galiléen

Dans le programme de seconde année des classes préparatoires, filière MP, en "Electromagnétisme", la partie "Equations de Maxwell" fait apparaître le préambule suivant :

*On évoque le problème de la nature du référentiel par rapport auquel les équations de Maxwell sont postulées. A l'occasion par exemple de l'établissement de la transformation galiléenne du champ électromagnétique, on signale les contradictions auxquelles peut conduire l'emploi simultané de l'électromagnétisme de Maxwell et de la mécanique de Newton.*

11a – Etablir les expressions de transformation galiléenne du champ électromagnétique.

11b – Donner un exemple de paradoxe auquel ces expressions peuvent conduire.

11c – Comment le paradoxe est-il levé ?

- Rédaction d'un corrigé de devoir ( MP, MP\* ) -

### 12) Propagation des ondes électromagnétiques dans un plasma

12a - Montrer que, dans un milieu assimilable au vide du point de vue électrique et magnétique, globalement neutre ( densité volumique de charge  $\rho = 0$  ) mais parcouru par des courants ( densité volumique de courant  $\vec{j}$  ), le champ électrique  $\vec{E}$  vérifie l'équation (EP) :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$$

12b - Dans le cas d'un plasma,  $\vec{j}$  et  $\vec{E}$  sont liés par la relation (PL) :

$$\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \alpha \vec{E}$$

$\alpha$  étant une constante positive caractéristique du milieu.

Qu'est-ce qu'un plasma ? Donnez des exemples.

Justifier la relation (PL) en analysant les forces s'exerçant sur les particules du plasma.

En utilisant (EP) et (PL), on obtient l'équation (EPPL) satisfaite par le champ électrique  $\vec{E}$ .

12c - On envisage une solution de l'équation (EPPL) sous la forme :

$$E_x = E_0 \cos (\omega t - kz)$$

$$E_y = E_0 \sin (\omega t - kz)$$

$$E_z = 0$$

Comment qualifier cette solution ?

12d - Montrer que la relation de dispersion se présente sous la forme :

$$k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_c^2$$

Donner l'expression de  $\omega_c$ . Quel nom lui donne-t-on et pourquoi ?

La suite concerne exclusivement le cas  $\omega > \omega_c$ . Les différentes vitesses seront exprimées en fonction de la variable réduite  $u = \omega / \omega_c$ .

12e - Définir et exprimer la vitesse de phase  $v_p$  de l'onde.

12f - Définir et exprimer la vitesse de groupe  $v_g$ .

12g - Déterminer le champ magnétique  $\vec{B}$  associé au champ électrique  $\vec{E}$  du 12c.

12h - En déduire le vecteur de Poynting de cette onde. Rappeler sa signification physique.

12i - Quelle est la densité volumique d'énergie électromagnétique  $w_{em}$  ?

12j - En déduire la vitesse de propagation de l'énergie  $v_e$ .

12k - Sur une même figure, représenter, sommairement, les graphes des trois fonctions  $v_\phi(u)$ ,  $v_g(u)$  et  $v_e(u)$ . Interpréter physiquement le comportement pour  $\omega \gg \omega_c$ . Commentez l'ensemble de la figure comme vous le feriez devant des élèves.

12l - On dit souvent que la vitesse de groupe représente la vitesse de propagation de l'énergie dans un milieu non dissipatif. Qu'en pensez-vous ?

## IV. Le temps quantique

### *13) Le temps de Planck*

Montrer qu'à partir des constantes fondamentales  $G$ ,  $h$  et  $c$  on peut construire une grandeur ayant la dimension d'un temps, appelée temps de Planck. Quel est son ordre de grandeur ? Qu'en dire brièvement ?

figure 3g

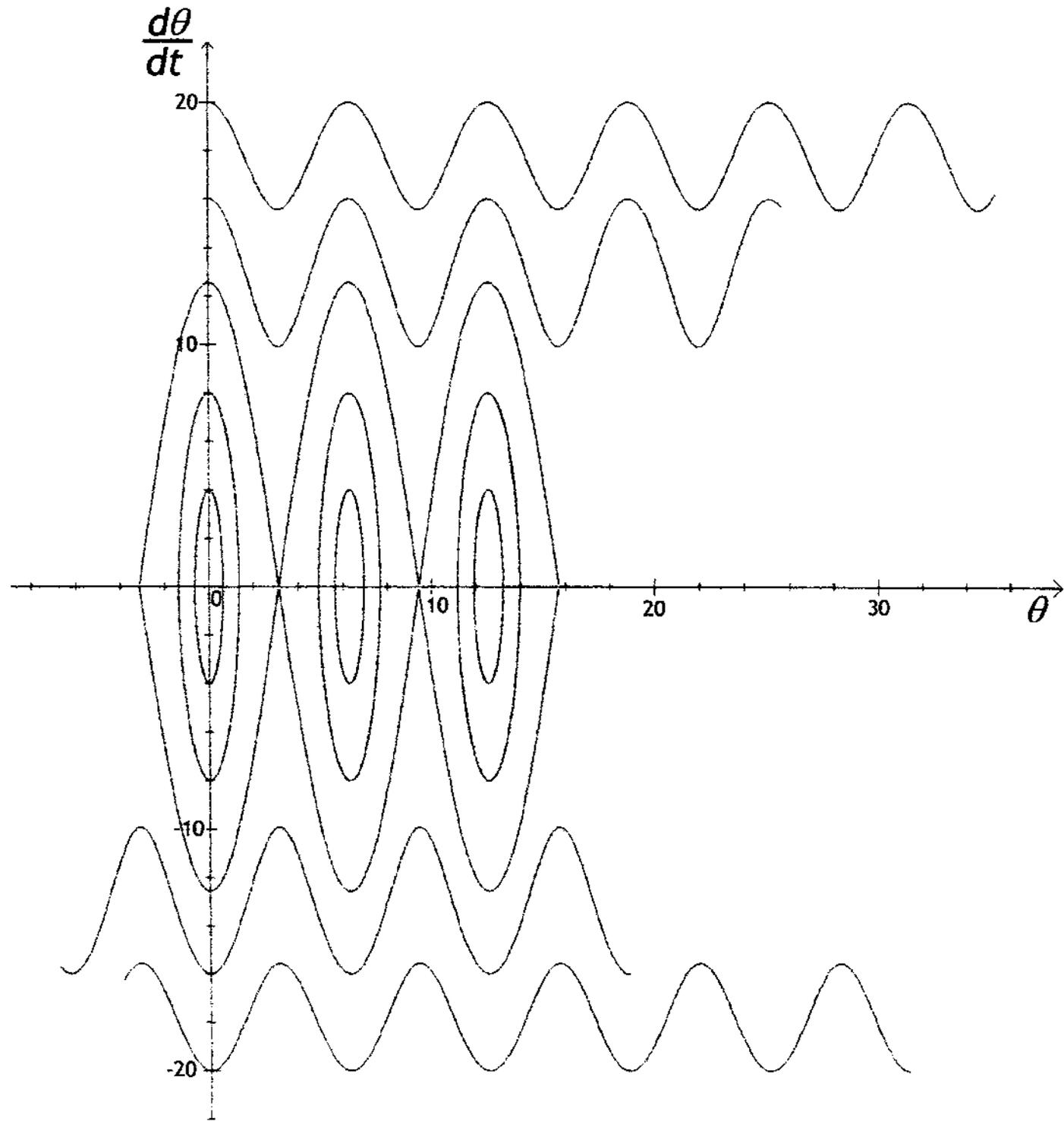


figure 7b

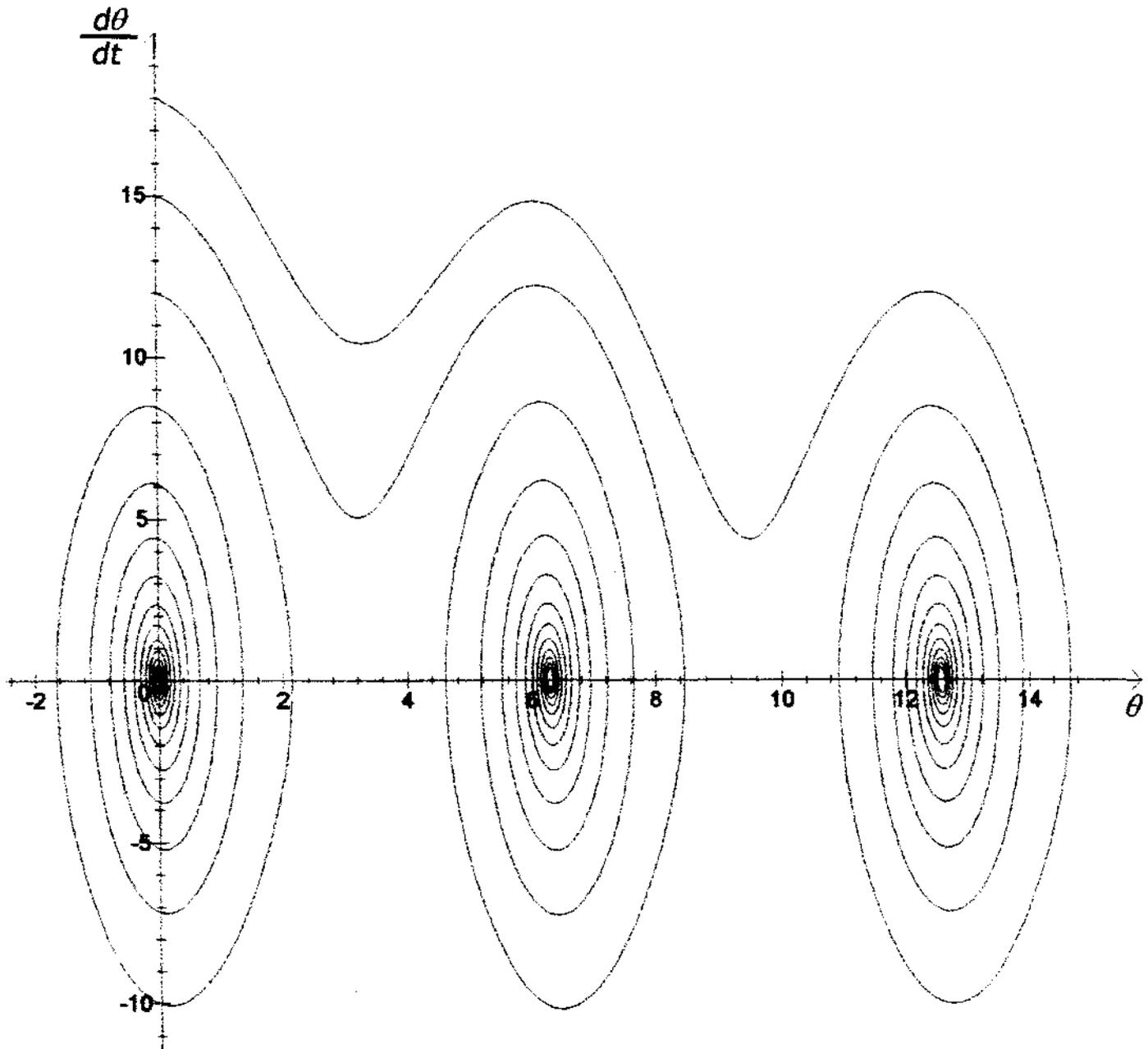


figure 8d

