

## PREMIER PROBLÈME

### ÉLECTRONIQUE - AUTOMATIQUE

*Les figures de ce premier problème se trouvent en annexe, pages 12, 13, 14, 15 et 16*

On réalise une transmission numérique (figure 1) en prélevant sur le signal à transmettre  $g(t)$ , à l'aide d'un convertisseur analogique numérique et avec une période  $T_e$ , une suite de nombres  $\{\dots, e(0), e(T_e), \dots, e(nT_e), \dots\}$  appelés échantillons. On fait ainsi apparaître une fonction  $e(t)$  image du signal à transmettre  $g(t)$ .  
 $e(nT_e)$  est un nombre image du signal  $g(t)$  et égal à la valeur de la fonction  $e(t)$  à l'instant  $nT_e$ ,  
 $F_e = 1/T_e$  est la fréquence d'échantillonnage

Ces échantillons sont transmis par le canal de transmission et à la réception, un convertisseur numérique analogique jouant le rôle d'un bloqueur d'ordre zéro permet d'élaborer un signal  $e_b(t)$  à partir duquel on peut reconstituer le signal  $g(t)$ .

Afin de représenter la suite de nombres  $\{\dots, e(0), e(T_e), \dots, e(nT_e), \dots\}$  par une 'fonction' du temps, on associe au nombre  $e(nT_e)$  la 'fonction'  $e(nT_e) \cdot \delta_u(t - nT_e)$  où  $\delta_u(t - nT_e)$  est une 'impulsion' de Dirac centrée sur  $t = nT_e$  (figure 2) et telle que:

$$\begin{aligned} \delta_u(t) &= 0 \text{ pour } t \neq 0 \\ \delta_u(t) &\rightarrow +\infty \text{ pour } t \rightarrow 0 \end{aligned}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \delta_u(t - nT_e) \cdot dt = f(nT_e) \quad \text{quelle que soit la fonction } f(t)$$

On la représente par une flèche de longueur 1 centrée sur  $t = nT_e$ .

On associe ainsi à la suite des nombres  $\{\dots, e(0), e(T_e), \dots, e(nT_e), \dots\}$  une 'fonction'  $e^*(t)$ , appelée fonction échantillonnée de  $e(t)$  et telle que:

$$e^*(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e(nT_e) \cdot \delta_u(t - nT_e) = e(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta_u(t - nT_e)$$

#### 1-ECHANTILLONNAGE

Nous supposons dans cette question que le signal  $e(t)$  est sinusoïdal :  $e(t) = F_0 \cdot \cos(2\pi f_0 t)$

I-1- Tracer la courbe représentative de la 'fonction'  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta_u(t - nT_e)$

I-2- En admettant que  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta_u(t - nT_e)$  est décomposable en série de Fourier, montrer que cette

décomposition s'écrit :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta_u(t - nT_e) = 1/T_e + (2/T_e) \cdot \sum_{k=1}^{+\infty} \cos(2\pi k F_e t)$$

Ce résultat pourra être admis pour les questions suivantes.

I-3- Dédurre de la question précédente la décomposition spectrale de  $e^*(t)$  et tracer le spectre correspondant .

## II-BLOCAGE

On pose  $e_n = e(nT_c)$ .

Le fonctionnement du bloqueur d'ordre zéro peut être décrit par le schéma de la figure 3 : A toute 'impulsion' d'entrée  $x(t) = e_n \delta_u(t-nT_c)$ , il fait correspondre en sortie un créneau  $y(t)$  d'amplitude  $e_n$  et de durée  $T_c$ .

On rappelle que la transformée de Laplace d'une fonction du temps  $f(t)$  s'écrit :

$$F(p) = \int_{0^+}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt$$

II-1- Calculer pour  $n > 0$ ,  $X(p)$  et  $Y(p)$ , respectivement transformées de Laplace de  $x(t)$  et  $y(t)$

II-2- Dédurre de la question précédente que la transmittance de Laplace du bloqueur

$$B(p) = Y(p)/X(p) \text{ s'écrit : } B(p) = \frac{1 - e^{-pT_c}}{p}$$

II-3- En déduire que sa transmittance complexe  $\underline{B}(f)$  s'écrit :

$$\underline{B}(f) = T_c \cdot e^{-\pi j f T_c} \cdot \frac{\sin(\pi f T_c)}{\pi f T_c}$$

II-4- Tracer l'allure de la courbe représentative du module  $B(f)$  de la transmittance  $\underline{B}(f)$ .

II-5- Dans cette question le signal  $e(t)$  sera supposé sinusoïdal :  $e(t) = E_0 \cdot \cos(2\pi f_0 t)$ .

II-5-1- Tracer l'allure de la courbe  $e_B(t)$ .

II-5-2- En vous aidant de la question I-3, tracer l'allure du spectre de  $e_B(t)$ .

II-5-3- A quelle condition peut-on reconstituer, à partir de  $e_B(t)$  et à l'aide d'un filtre passe-bas, le signal sinusoïdal de fréquence  $f_0$ . Quel nom porte cette condition ?

## III-CONVERTISSEUR ANALOGIQUE NUMERIQUE A CAPACITES COMMUTEES

Le convertisseur analogique numérique (figure 4) fournit un nombre  $e_n$  image de la tension  $g(nT_c)$  à convertir. Pour un convertisseur 8 bits il est constitué de condensateurs de valeur  $C_0, C_1 = 2 \cdot C_0, C_2 = 2^2 \cdot C_0, \dots, C_7 = 2^7 \cdot C_0$  et d'un comparateur supposé parfait (les courants circulant vers les entrées + et - sont nuls)

III-1- Dans un premier temps les condensateurs sont chargés sous la tension  $g(nT_c)$  à convertir conformément au schéma de la figure 4 sur lequel l'interrupteur K est fermé. Calculer la charge Q emmagasinée par l'ensemble des armatures supérieures des condensateurs ?

III-2- A l'instant  $t = n \cdot T_c$ , l'interrupteur K est ouvert. Comment évolue la charge Q ?

III-3- La conversion est effectuée en connectant les armatures inférieures des condensateurs soit au potentiel 0 soit à une tension de référence  $V_{ref}$  (figure 5). Pour chaque interrupteur  $K_i$

on fait apparaître une variable binaire  $\varepsilon_i$  égale à '0' lorsque  $K_i$  est connecté au potentiel 0 et égale à '1' lorsqu'il est connecté au potentiel  $V_{ref}$ . On appelle  $V_i$  le potentiel de l'entrée +. Etablir une relation entre les tensions  $g(nT_c)$ ,  $V_{ref}$  et  $V_i$ , faisant intervenir les variables  $\varepsilon_i$ .

III-4-I.a combinaison des interrupteurs est telle que  $V_i = 0$ . Quelle est alors la relation entre  $g(nT_c)$  et  $V_{ref}$ ? Montrer qu'elle fait apparaître, sous forme d'une configuration binaire, un nombre  $e_n$  image de la tension  $g(nT_c)$  à convertir.

III-5 Proposer un mode opératoire permettant d'approcher la condition  $V_i = 0$  par approximations successives.

#### IV-CONVERTISSEUR NUMÉRIQUE ANALOGIQUE

A la réception, le bloqueur d'ordre zéro est réalisé par un convertisseur numérique analogique (figure 6) qui permet de convertir la configuration binaire  $\varepsilon_{N-1}, \dots, \varepsilon_1, \varepsilon_0$  en tension et de maintenir sa valeur pendant le temps  $T_c$  jusqu'à l'apparition de la configuration suivante ( $\varepsilon_0$  est le bit de poids faible).

Il est constitué par

- un réseau en échelle R-2R qui est alimenté par une tension constante  $V_0$
- Deux sorties  **$S_1$  et  $S_2$  portées au potentiel 0**.
- un jeu de N commutateurs commandés par les éléments binaires  $\varepsilon_{N-1}, \dots, \varepsilon_1, \varepsilon_0$ . Quand  $\varepsilon_i = '0'$  la résistance  $2R_i$ , traversée par le courant  $I_i$ , est connectée à la sortie  $S_2$ . Elle est connectée à la sortie  $S_1$  quand  $\varepsilon_i = '1'$ .

On appelle  $V_{A_i}$  le potentiel du point  $A_i$ .

IV-1- Soit  $e_n$  la valeur du nombre reçu à l'instant  $nT_c$ . Exprimer  $e_n$  en fonction de  $\varepsilon_{N-1}, \dots, \varepsilon_1, \varepsilon_0$ .

IV-2-Par application de la loi des noeuds aux points  $A_0$  puis  $A_1$ , Calculer les tensions  $V_{A_1}$  et  $V_{A_2}$  en fonction de  $V_{A_0}$ .

IV-3-Par application de la loi des noeuds au point  $A_i$ , établir une relation entre  $V_{A(i-1)}$ ,  $V_{A_i}$  et  $V_{A(i+1)}$ .

IV-4-En supposant que  $V_{A_i} = V_{A_0} \cdot 2^i$  et  $V_{A(i+1)} = V_{A_0} \cdot 2^{(i+1)}$ , calculer  $V_{A(i-1)}$ . Conclure.

IV-5-Calculer le courant  $J_1$  en fonction de  $V_0$ , R, N,  $\varepsilon_{N-1}, \dots, \varepsilon_1, \varepsilon_0$ , puis en fonction de R,  $V_0$ , N et  $e_n$ .

IV-6-On réalise, à l'aide du dispositif précédent, le montage de la figure 7.

IV-6-1-Calculer la tension  $V_1$  en fonction de  $V_0$ , N et  $e_n$ .

IV-6-2-Pour N = 8, quelle valeur faut-il attribuer à  $V_0$  pour obtenir un quantum de 10 mV ?

IV-7-Afin d'évaluer la tolérance sur les résistances R et 2R, on admet que la tolérance x est la même pour toutes les résistances et on se place dans le cas le plus défavorable en supposant que la résistance 2R connectée au potentiel  $V_0 = V_{A(N-1)}$  a sa valeur maximale  $2R(1+x)$  et que toutes les autres (y compris la résistance de contre-réaction de l'amplificateur opérationnel) ont leur valeur minimale,  $R(1-x)$  ou  $2R(1-x)$ .

IV-7-1-Calculer la valeur  $V_1$  de la tension de sortie en fonction de  $V_0$ ,  $x$ ,  $N$ ,  $\epsilon_{N-1}, \dots, \epsilon_1, \epsilon_0$

IV-7-2-En supposant  $\epsilon_{N-1} = '1'$  calculer la valeur de l'erreur  $V_1 - V_1$  en fonction de  $V_0$  et  $x$ .

IV-7-3-Déterminer la tolérance  $x$  pour que l'erreur soit inférieure à  $\frac{1}{4}$  de quantum pour  $N = 8$

**V-TRANSMISSION DU SIGNAL NUMÉRIQUE**

L'ensemble des éléments binaires  $\epsilon_i$  est transmis sur le canal en émettant un signal  $s(t)$  constitué par une suite de motifs ( $s_0(t)$  pour un '0' et  $s_1(t)$  pour un '1').

On appelle puissance normalisée  $P$  du signal  $s(t)$  la puissance qui serait fournie à la résistance unité :

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt = \text{valeur moyenne } [s^2(t)] = s^2(t)$$

Nous nous limiterons au cas où les motifs sont symétriques ( $s_1(t) = -s_0(t)$ ) et nous admettrons que la densité spectrale bilatérale de puissance  $G(f)$  du signal  $s(t)$  est alors donnée par:

$$G(f) = |\underline{S}(f)|^2 / T_b$$

où  $T_b$  est la durée d'un motif et  $\underline{S}(f)$ , transformée de Fourier d'un motif  $s_0(t)$  est définie par :

$$\underline{S}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_0(t) \cdot e^{-2\pi jft} dt$$

La puissance normalisée  $P$  développée par le signal  $s(t)$  dans la bande fréquentielle  $[0, f_0]$  est donnée par:

$$P = \int_{-f_0}^{f_0} G(f) df$$

**V-1-Signal N.R.Z. (Non retour à zéro)**

Pour une transmission N.R.Z. les motifs  $s_0(t)$  et  $s_1(t)$  de durée  $T_b$  sont décrits à la figure 8 .

V-1-1-Dessiner le signal émis pour transmettre la configuration binaire suivante:  $\{0,1,1,0,0,1,0,1\}$ .

V-1-2-Calculer la puissance normalisée du signal  $s(t)$  .

V-1-3-Montrer que la densité spectrale de puissance  $G_{NRZ}(f)$  du signal N.R.Z s'écrit:

$$G_{NRZ}(f) = A^2 \cdot T_b \cdot \left[ \frac{\sin \pi \cdot f \cdot T_b}{\pi \cdot f \cdot T_b} \right]^2$$

V-1-4-Représenter graphiquement l'allure de  $G_{NRZ}(f)$ .

V-1-5-Calculer la puissance normalisée développée par le signal N.R.Z. dans la bande fréquentielle  $[0, 1/T_b]$  . On rappelle le résultat suivant:

$$\int_{-\pi}^{\pi} [\sin x/x]^2 dx = 0,91 \cdot \pi$$

Qu'en concluez-vous sur la bande fréquentielle nécessaire pour transmettre le signal N.R.Z. ?

V-1-6-Certains canaux de transmission utilisent des transformateurs de liaison . Le codage N.R.Z. est-il adapté à ce type de canal ?

V-1-7-A la réception, il est nécessaire de récupérer le rythme d'émission  $1/T_b$  pour effectuer le décodage . Le codage N.R.Z. permet-il de réaliser aisément cette opération ?

V-1-8-Application numérique :

Un câble coaxial permet de transmettre, par multiplexage, 36 communications téléphoniques. Chaque voie est échantillonnée à la fréquence  $F_e = 8$  KHz. Chaque échantillon est quantifié sur 128 niveaux. Chaque bit est transmis par le code N.R.Z. Un bit de contrôle est transmis après le transfert de chaque niveau de quantification.

V-1-8-a-Quel est le nombre de bits (y compris le bit de contrôle) nécessaires à la transmission d'un niveau de quantification ?

V-1-8-b-Quelle est la durée maximale  $T_b$  d'un motif ?

V-1-8-c-Quelle est la bande fréquentielle minimale encombrée par le signal N.R.Z. ?

V-1-8-d-Existe-t-il une relation entre la fréquence maximale du signal à transmettre  $e(t)$  et la bande passante du canal de transmission ?

**V-2-Signal N.R.Z. P.S.K.(Phase Shift Keying) cohérent**

Pour un signal N.R.Z. P.S.K. cohérent les motifs  $s_0(t)$  et  $s_1(t)$  sont décrits à la figure 9 .

$$s_0(t) = A \sin(2\pi F_c t + \varphi)$$

$$s_1(t) = A \sin(2\pi F_c t + \varphi + \pi) = -A \sin(2\pi F_c t + \varphi)$$

De plus, la modulation étant cohérente, la durée  $T_b$  d'un motif est un multiple entier de la période du signal sinusoïdal :  $T_b = a.T_c = a/F_c$  . (a est un nombre entier positif)

V-2-1-Montrer que la transformée de Fourier de  $s_0(t)$  est:

$$\underline{S}(f) = \frac{A \exp(-\pi j f T_b)}{\pi(f^2 - F_c^2)} \cdot \sin(\pi f T_b) \cdot [f \sin \varphi - j F_c \cos \varphi]$$

$$\frac{e^{2\pi j f c t} - e^{-2\pi j f c t}}{2j} \quad \frac{e^{2\pi j f c t} + e^{-2\pi j f c t}}{2}$$

(On posera  $\sin(2\pi F_c t) = \frac{e^{2\pi j F_c t} - e^{-2\pi j F_c t}}{2j}$  et  $\cos(2\pi F_c t) = \frac{e^{2\pi j F_c t} + e^{-2\pi j F_c t}}{2}$  et on remarquera que  $\exp(2\pi j F_c T_b) = e^{2\pi j a} = 1$  )

V-2-2-Montrer que la densité spectrale de puissance  $G_{PSK}(f)$  du signal N.R.Z. P.S.K. s'écrit :

$$G_{PSK}(f) = \frac{A^2}{\pi^2 a^4} \cdot T_b^3 \cdot \frac{\sin^2(\pi f T_b)}{(1 - f^2/F_c^2)^2} [ F_c^2 \cos^2 \varphi + f^2 \sin^2 \varphi ]$$

Ce résultat pourra être admis pour les questions suivantes.

V-2-3- La représentation graphique de  $G_{PSK}(f)$  est dessinée à la figure 10 pour  $a = 5$  et  $\varphi = 0$ . Justifier l'amplitude, l'abscisse et la largeur du lobe central ainsi que la largeur des lobes latéraux.

V-2-4- La représentation graphique de  $G_{PSK}(f)$  est dessinée à la figure 11 pour  $a = 5$  et  $\varphi = \pi/2$ . Justifier que l'amplitude des lobes latéraux, pour  $f > 6/T_B$ , est plus grande que pour  $\varphi = 0$ .

V-2-5- En négligeant la puissance développée dans les lobes latéraux, quelle est la bande fréquentielle nécessaire à la transmission du signal N.R.Z. P.S.K. ?

## VI-RECEPTION DU SIGNAL NUMERIQUE

Nous n'envisagerons que la réception du signal N.R.Z. (question V-1)

Au cours de la transmission, un signal parasite de bruit  $n(t)$  est superposé au signal utile  $s(t)$ . A partir du signal bruité, le récepteur doit reconnaître chaque état de l'élément binaire avec une probabilité d'erreur suffisamment faible.

Soit  $y(t_d)$ , le signal reçu à l'instant de décision  $t_d$ . En l'absence de bruit,  $y(t_d) = +U$  lors de la réception d'un '0' et  $y(t_d) = -U$  lors de la réception d'un '1'.

Le bruit  $n(t)$  est une fonction aléatoire qui possède les propriétés suivantes:

-Sa valeur moyenne  $n(t)$  est nulle.

-Sa puissance normalisée (valeur quadratique moyenne) est notée  $\sigma^2$ .

-C'est un processus Gaussien stationnaire et ergodique : A l'instant  $t_d$ , la probabilité pour que  $n(t_d)$  soit compris entre  $x$  et  $x + dx$  est  $p(x).dx$  avec :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp[-x^2/(2\sigma^2)]$$

-C'est un bruit blanc dont la densité spectrale bilatérale de puissance  $\eta/2$  est indépendante de la fréquence.

On prend 0 comme seuil de décision : si  $y(t_d) > 0$  le signal reçu est estimé par un '0'  
si  $y(t_d) < 0$  le signal reçu est estimé par un '1'

VI-1- Montrer que les hypothèses précédentes conduisent à définir une bande passante équivalente de bruit  $F_v$  telle que  $F_v = \sigma^2/\eta$ .

VI-2- Soit  $p_{e0}$  la probabilité d'erreur lors de la réception d'un '0' et  $p_{e1}$  la probabilité d'erreur lors de la réception d'un '1'. En supposant que les '0' et les '1' sont équiprobables, quelle est la probabilité d'erreur  $p_e$ ?

VI-3- Montrer que  $p_{e0} = p_{e1} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left[\frac{U}{\sigma\sqrt{2}}\right]$ , où  $\operatorname{erfc}(x)$  est la fonction complémentaire d'erreur définie par :

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} \exp(-z^2).dz$$

VI-4- En déduire la probabilité d'erreur  $p_e$ .

1

VI-5-Application numérique: Pour  $x > 1,5$  on admet  $\text{erfc}(x) \sim \frac{1}{x\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-x^2)$ .

Pour  $U = 2$  Volts et  $\sigma = 0,4$  Volts, calculer la probabilité d'erreur  $p_e$ . Quel est le nombre moyen de bits faux pour une transmission de  $10^8$  bits ?

VI-6-Dans le cas d'un signal N.R.Z., pour profiter de toute l'énergie de chaque motif, on présente le signal reçu au circuit de figure 12.

-L'amplificateur fonctionne comme un amplificateur opérationnel parfait.

-Au début de chaque motif (à l'instant  $t = 0^-$ ), l'interrupteur  $K_1$  est fermé pendant un temps très court pour décharger la capacité C.

-A la fin du motif (à l'instant  $t = T_b$ ), l'interrupteur  $K_2$  est fermé pendant un temps très bref pour mesurer l'échantillon  $u(T_b)$ .

VI-6-1-Etablir, pour  $0 < t < T_b$ , la loi de variation de la tension  $u(t)$ , en l'absence de bruit, lorsque le motif reçu correspond à un '0', puis lorsqu'il correspond à un '1'.  
Quelle est, dans chaque cas, la valeur de  $u(T_b)$  ?

VI-6-2-Dessiner l'allure de la tension  $u(t)$  pour un signal non bruité correspondant à la configuration binaire {0,1,1,0,0,1,0,1}.

VI-6-3-Quelle est la réponse  $h(t)$  du système de la figure 12 à une 'impulsion' de Dirac  $\delta_0(t)$  d'intensité unité ?

VI-6-4-Sachant que la transmittance complexe est la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle, calculer la transmittance complexe  $\underline{H}(f)$  du dispositif de la figure 12.

VI-6-5-Montrer que la valeur quadratique moyenne du bruit en sortie du dispositif de la figure 12 est  $\sigma_s^2 = \eta \cdot T_b / (2 \cdot R^2 \cdot C^2)$ . On rappelle le résultat suivant : ...

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [\sin x / x]^2 \cdot dx = \pi$$

VI-6-6-En supposant que le bruit à la sortie du dispositif est un processus gaussien stationnaire et ergodique, montrer que la probabilité d'erreur par bit est donnée par  $p_e = 0,5 \cdot \text{erfc}[\sqrt{E_b} / \eta]$  où  $E_b$  est l'énergie d'un motif.

## VII-MODULATION À 4 ÉTATS DE PHASE

### VII-1-Emission

Le dispositif (figure 13) est constitué par un additionneur et par deux multiplicateurs dont le fonctionnement est décrit par la figure 14: attaqués par deux signaux  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$ , ils délivrent un signal  $k \cdot e_1(t) \cdot e_2(t)$ .

Le dispositif reçoit:

- deux signaux N.R.Z.  $a(t)$  et  $b(t)$  synchrones, de durée  $T_b$ , codés par les motifs de la figure 8
- une sinusoïde porteuse sous la forme de deux signaux déphasés de  $\pi/2$ :

$$A_c \cdot \cos(2\pi f_c t) \text{ et } A_c \cdot \sin(2\pi f_c t)$$

La modulation est cohérente: La durée  $T_b$  d'un motif est telle que  $f_c \cdot T_b = 5$

Les motifs '0' et '1' sont équiprobables et apparaissent de façon aléatoire sur  $a(t)$  et  $b(t)$ .

VII-1-1-Montrer que le signal de sortie du modulateur  $s(t)$  se met sous la forme .

$$S \cdot \cos(2\pi F_c t + \theta)$$

Exprimer  $S$  en fonction de  $k$ ,  $A_c$  et  $A$  et montrer que la phase  $\theta$  peut prendre 4 états que l'on précisera suivant la valeur des signaux  $a(t)$  et  $b(t)$ .

VII-1-2-Montrer que le signal  $s(t)$  est la somme de deux signaux N.R.Z. P.S.K.  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ .

VII-1-3-On rappelle que  $\overline{\cos^2(2\pi F_c t + \varphi)} = 1/2$ , montrer que la puissance normalisée du signal  $s(t)$ ,  $s^2(t)$  = valeur moyenne de  $s^2(t)$  est, telle que  $s^2(t) = s_1^2(t) + s_2^2(t) = k^2 \cdot A_c^2 \cdot A^2$ .

VII-1-4-Quelle est la densité spectrale de puissance du signal émis  $s(t)$  ? En déduire la bande fréquentielle nécessaire à sa transmission .

## VII-2-Démodulateur

A partir du signal reçu  $s(t)$ , les signaux  $a(t)$  et  $b(t)$  peuvent être reconstitués par un démodulateur conforme au schéma synoptique de la figure 15 . Il est construit à partir de deux multiplicateurs et de deux filtres passe-bas .

VII-2-1-Montrer que les signaux de sortie des multiplicateurs  $a'(t)$  et  $b'(t)$  peuvent se mettre sous la forme  $[k^2 \cdot A_c^2 / 2] \cdot [r(t) + z_1(t) + z_2(t)]$  dans laquelle  $r(t)$  est un signal N.R.Z. et  $z_1(t)$  et  $z_2(t)$  sont des signaux N.R.Z. P.S.K. indépendants .

VII-2-2-Tracer l'allure des courbes représentatives de la variation de la densité spectrale de puissance des signaux  $r(t)$ ,  $z_1(t)$  et  $z_2(t)$  en fonction de la fréquence .

VII-2-3-Montrer, compte tenu de la condition  $F_c \cdot T_b = 5$ , qu'il est possible de reconstituer les signaux  $a(t)$  et  $b(t)$  à partir de  $a'(t)$  et  $b'(t)$  .

## VII-3-Détection de la porteuse

Le démodulateur de la figure 15 suppose qu'à la réception, on dispose de la porteuse sous la forme des deux signaux  $A_c \cdot \cos(2\pi F_c t)$  et  $A_c \cdot \sin(2\pi F_c t)$  . Le dispositif de la figure 16 permet de reconstituer la porteuse à partir du signal reçu  $s(t)$  . Il est constitué par un additionneur, deux multiplicateurs et un déphaseur de  $-\pi/2$  . Les signaux  $a(t)$  et  $b(t)$  sont obtenus après mise en forme des signaux  $\alpha(t)$  et  $\beta(t)$  de la figure 15. Nous supposons :  
- Les temps de réponse des filtres sont négligeables . (En fait ils sont compensés par des lignes à retard) .  
- Pour chaque transition de  $a(t)$  et  $b(t)$ , le temps de réponse du déphaseur est négligeable .

VII-3-1-Montrer que le signal  $x(t)$  s'écrit sous la forme  $X \cdot \sin(2\pi F_c t)$ , dans laquelle  $X$  est une constante que l'on exprimera . Conclure .

VII-3-2-En pratique, les transitions des signaux  $a(t)$  et  $b(t)$  ne sont pas instantanées et  $X$  n'est pas une constante. Nous supposons cependant que  $x(t)$  peut être écrit sous la forme

$x(t) = v(t) \cdot \sin(2\pi F_c t)$  où  $v(t)$  est une fonction qui reste positive . Le signal  $x(t)$  est alors appliqué à la boucle à verrouillage de phase de la figure 17. Elle est constituée par :

- un multiplicateur
- un filtre passe-bas qui élimine les signaux de fréquence voisine de  $2 \cdot F_c$ .
- un oscillateur commandé par tension (V.C.O.) qui reçoit la tension  $u_d(t)$  et qui fournit la tension  $e_s(t) = E_s \cdot \cos[2\pi F_c t + \varphi_s(t)]$  avec  $d\varphi_s(t)/dt = k_0 \cdot u_d(t)$

On rappelle que la fréquence instantanée du signal  $A \cdot \sin[\theta(t)]$  est  $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\theta(t)}{dt}$

VII-3-2-1-On suppose dans cette question, que la boucle est attaquée par la tension  $x(t) = X \cdot \sin[2\pi F_c t + \varphi_E(t)]$ , où  $X$  est une tension constante et on admet que la différence  $\varphi_E(t) - \varphi_S(t)$  reste suffisamment faible pour que l'on puisse admettre  $\sin[\varphi_E(t) - \varphi_S(t)] \sim \varphi_E(t) - \varphi_S(t)$ .

On admet de plus que  $\frac{d\varphi_S(t)}{dt} \ll F_c$  et  $\frac{d\varphi_E(t)}{dt} \ll F_c$ .

VII-3-2-1-a-Montrer que le signal  $z(t)$  en sortie du multiplicateur est la somme de deux termes dont on précisera les fréquences instantanées .

VII-3-2-1-b-Montrer que  $\varphi_S(t)$  obéit à l'équation différentielle  $d\varphi_S(t)/dt = M [\varphi_E(t) - \varphi_S(t)]$  dans laquelle  $M$  est une constante que l'on explicitera .

VII-3-2-2-La tension  $x(t)$  est maintenant le signal issu de la figure 16 et on suppose que le signal  $v(t) \cdot \sin[\varphi_E(t) - \varphi_S(t)]$  est transmis par le filtre passe-bas. Montrer que  $\varphi_S(t)$  s'écrit :  $\varphi_S(t) = C \cdot \exp[-k \cdot k_0 \cdot E_s \cdot y(t)/2]$  où  $y(t)$  est une fonction croissante . Conclure .

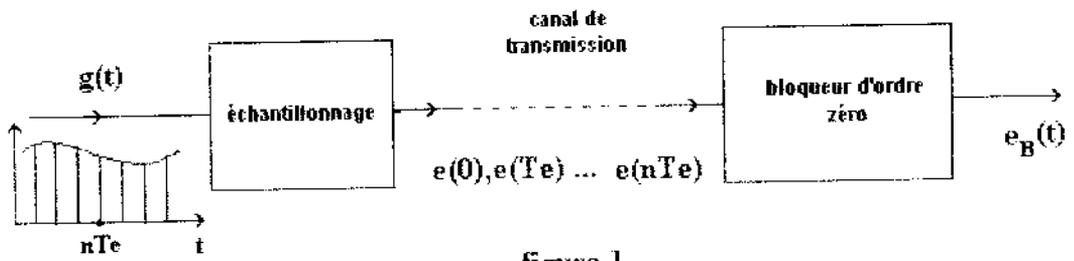


figure 1

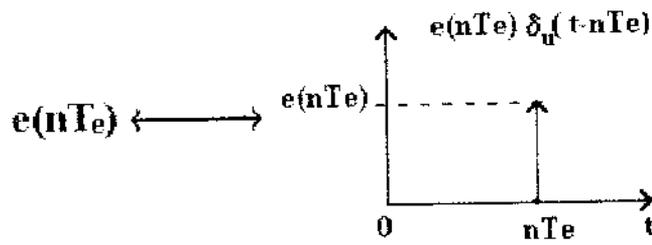


figure 2

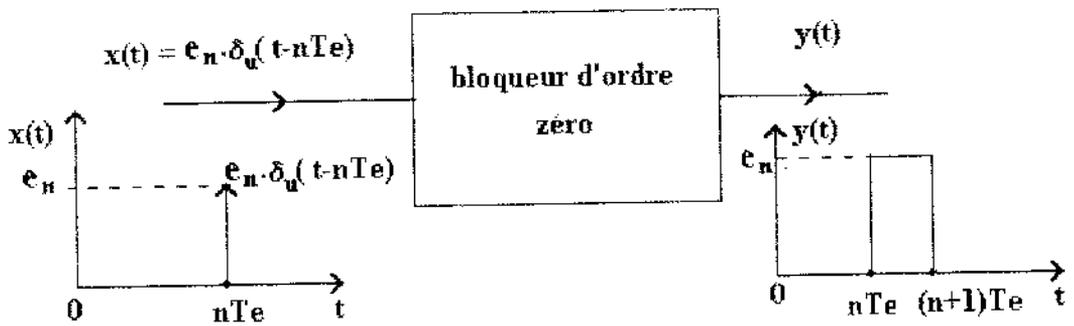


figure 3

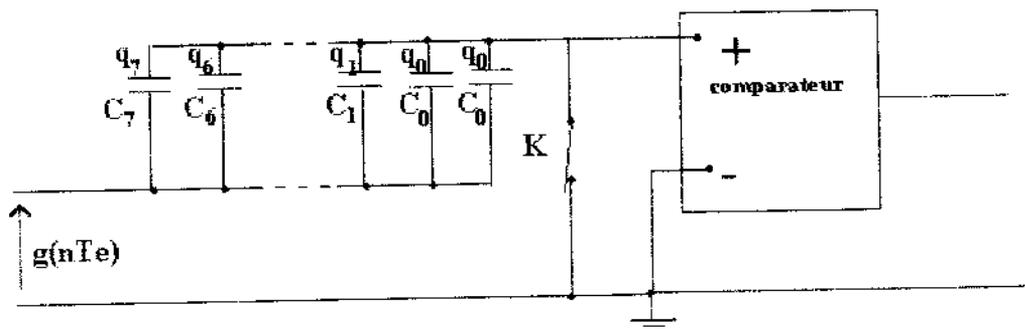


figure 4

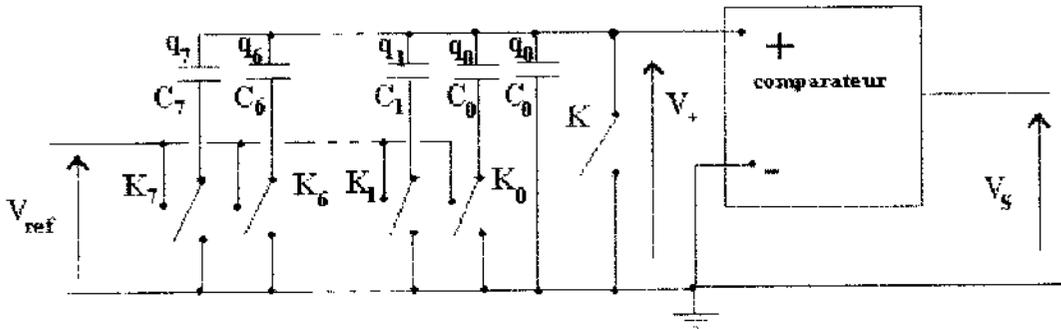


figure 5

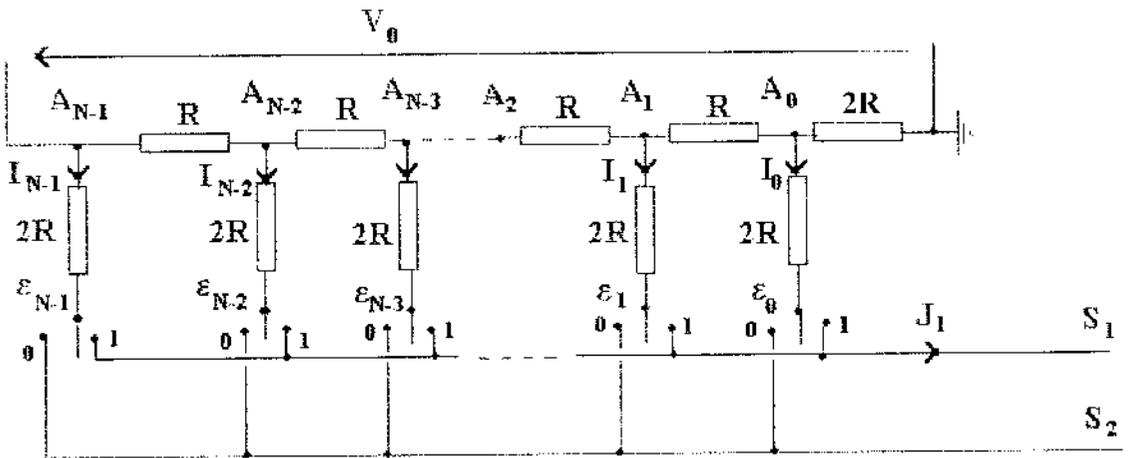


figure 6

amplificateur opérationnel parfait

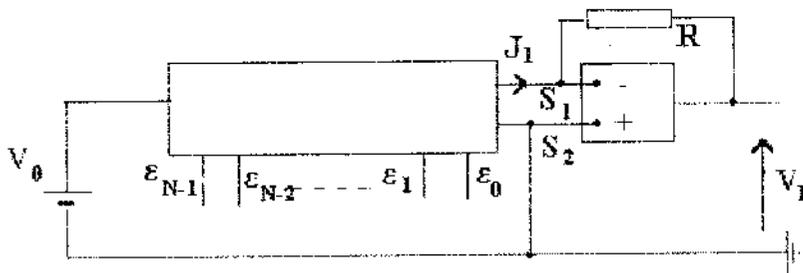


figure 7

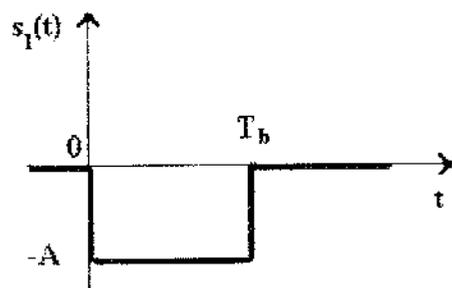
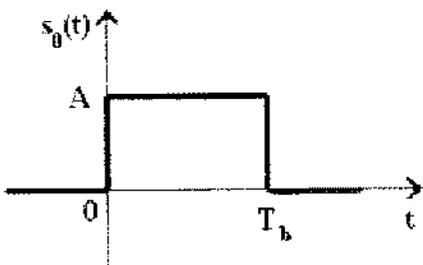


figure 8

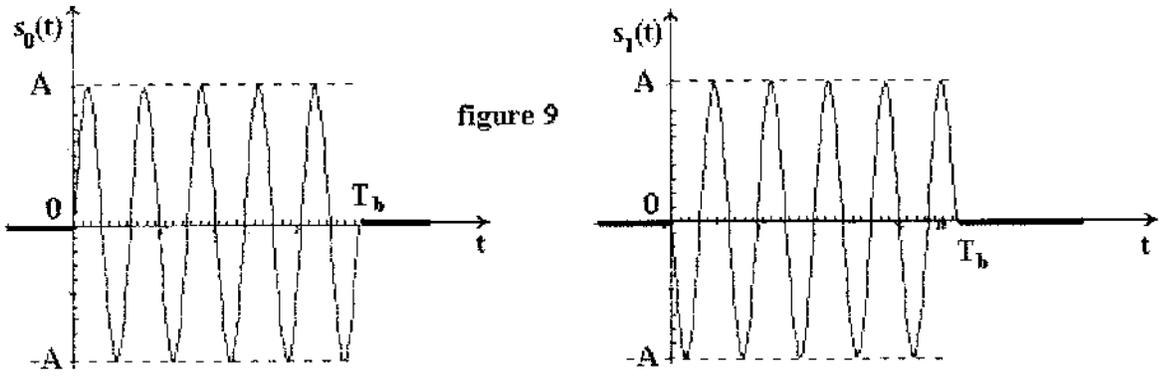


figure 9

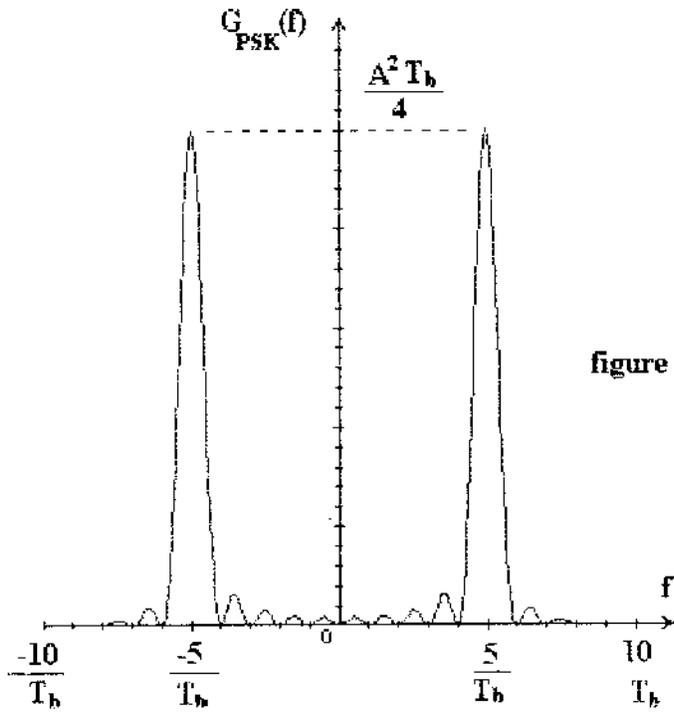


figure 10

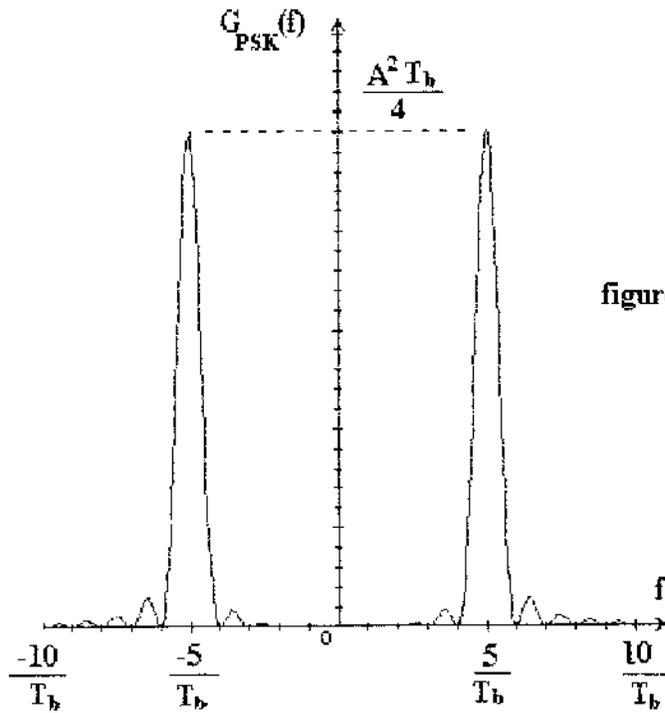


figure 11

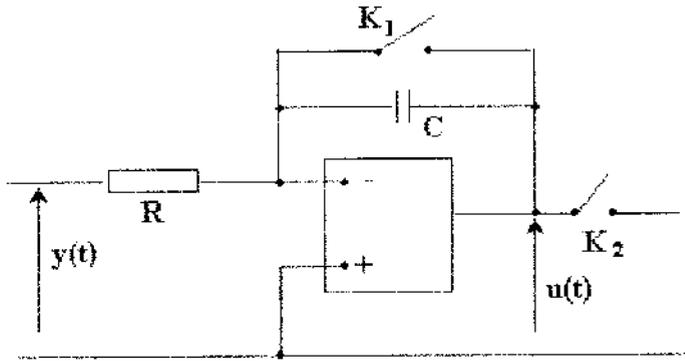


figure 12

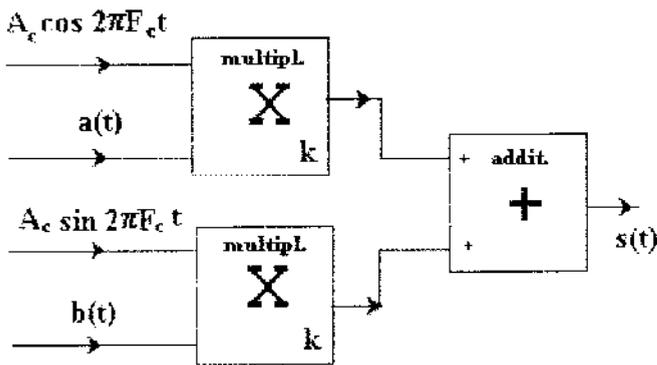


figure 13

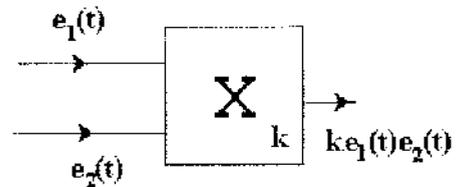


figure 14

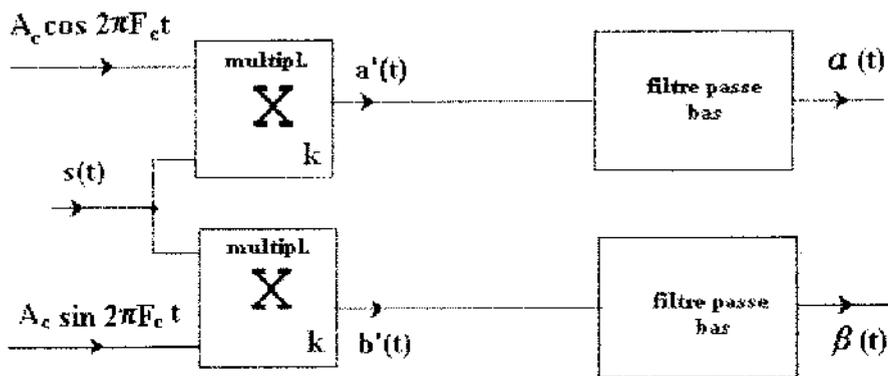
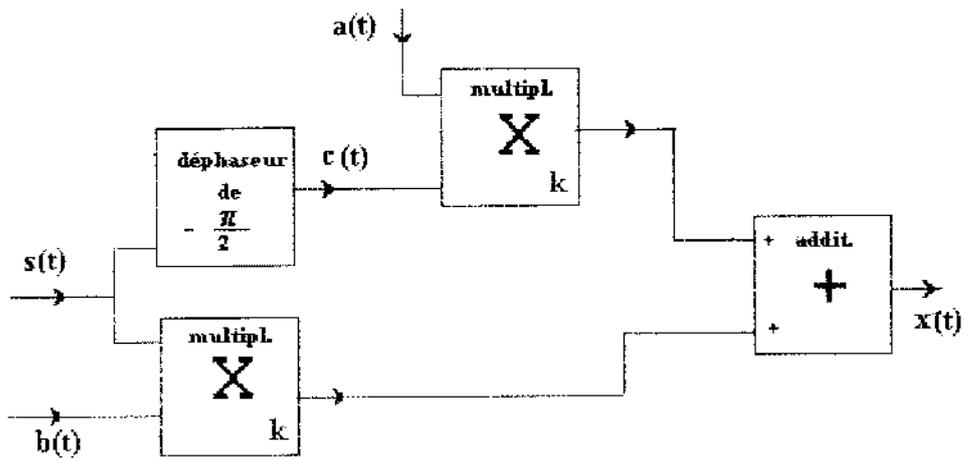


figure 15



$$s(t) = A_c \cdot [ a(t) \cdot \cos 2\pi F_c t + b(t) \cdot \sin 2\pi F_c t ]$$

figure 16

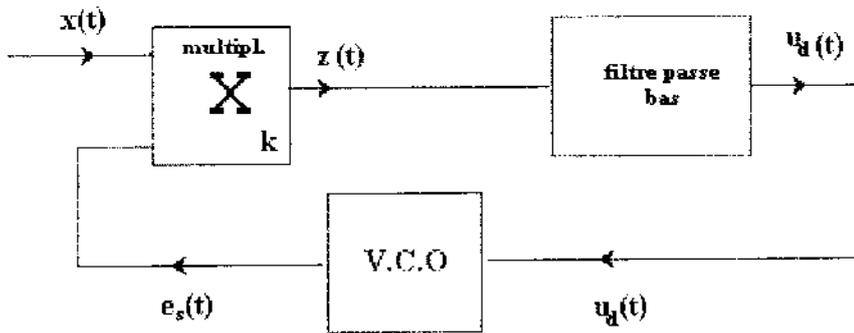


figure 17