Etude cinématique d'un mouvement parabolique.

I. Enregistrement du mouvement :

(On utilise une webcam logitech à 1/15 s avec un format d'image de 280 x 320)
On filme le mouvement d'une balle de tennis. La balle est assimilée à un point matériel.

II. Saisie des points.

On reprend le film avec le logiciel Regavi :

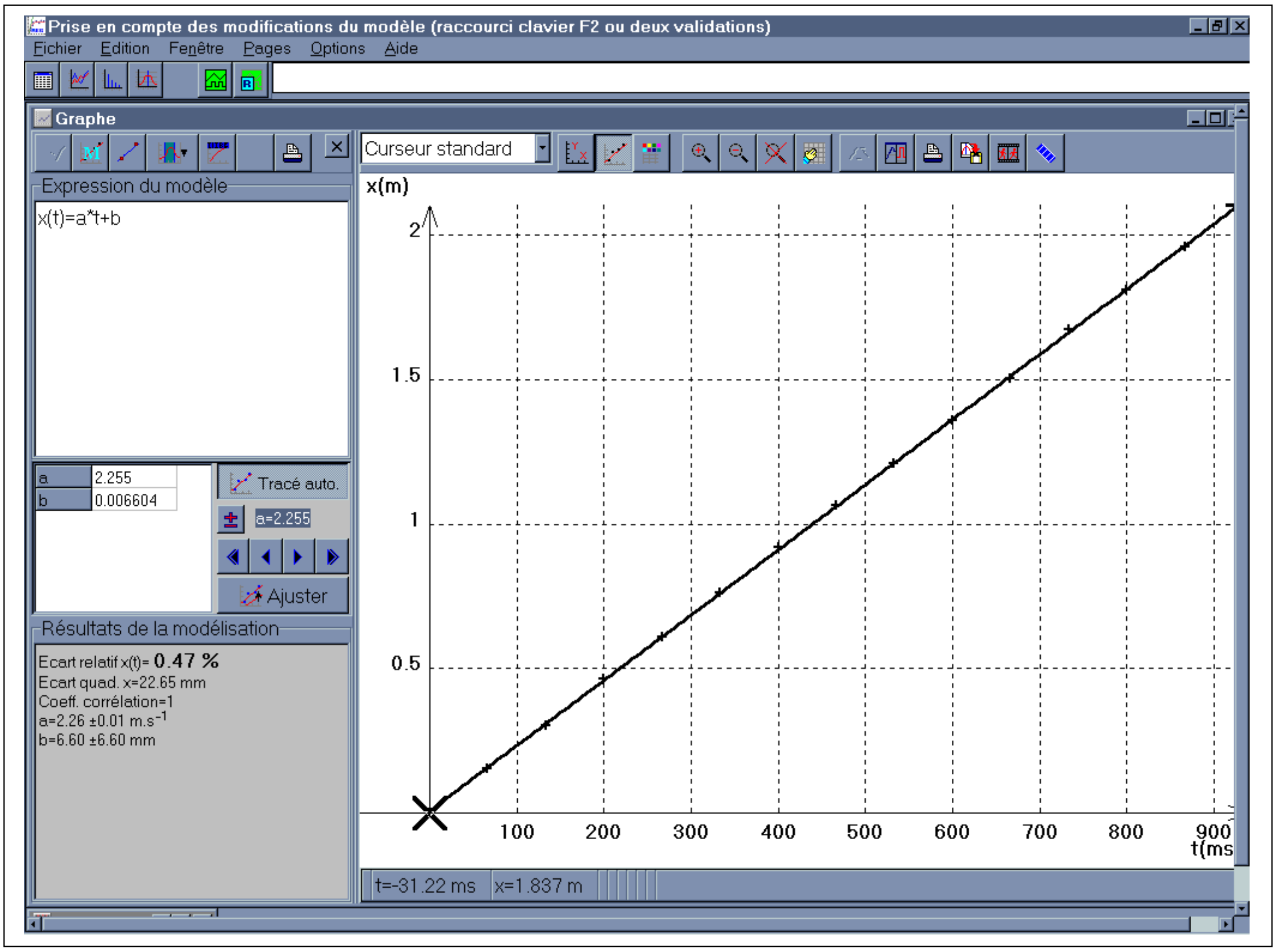
III. Traitement des données x,y,t.

On traite les données dans le logiciel Regressi.
tableau des valeurs :

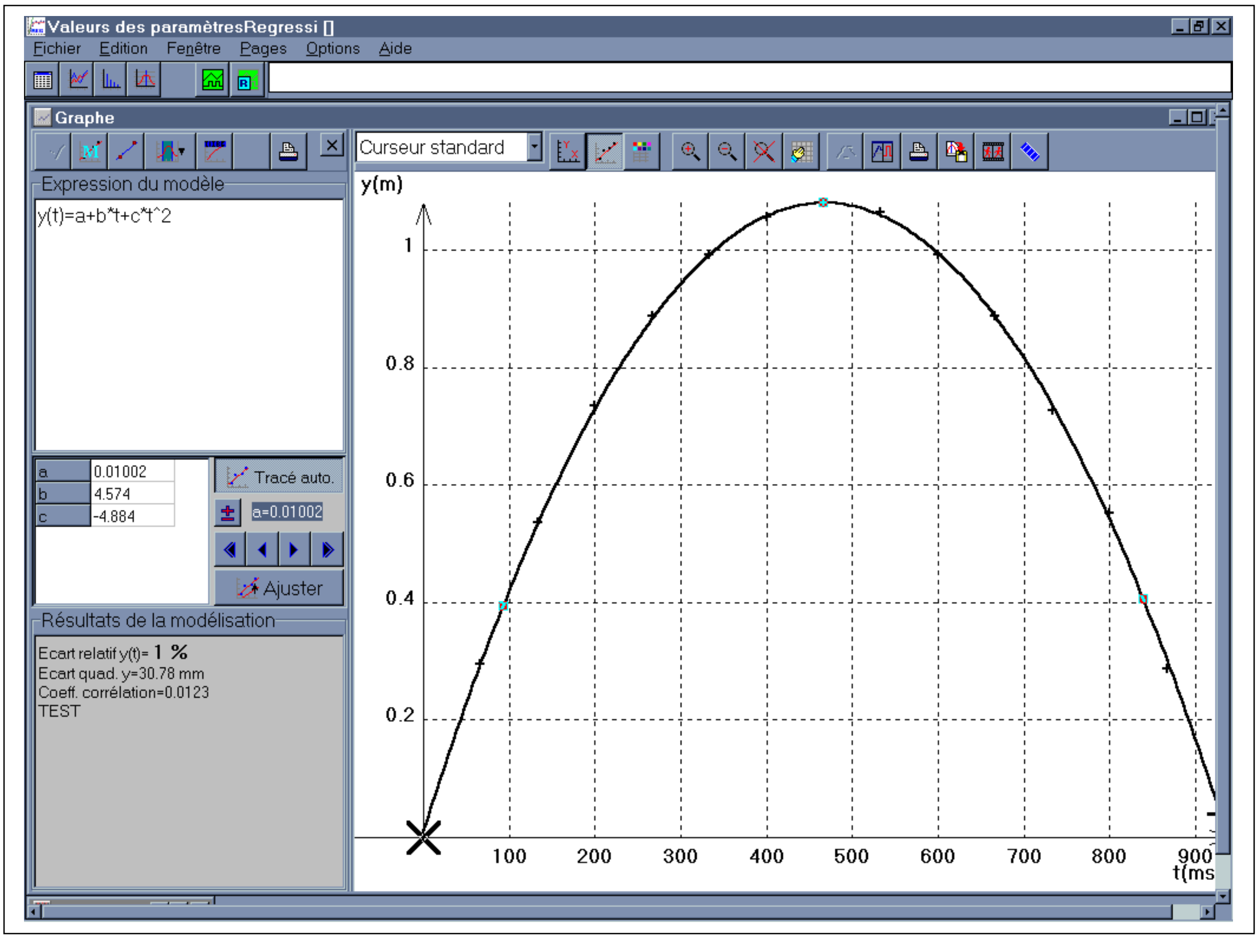
t	x	y
s	m	m
0	0	0
0,06667	0,152	0,296
0,1333	0,304	0,5359
0,2	0,4639	0,7359
0,2667	0,6079	0,8879
0,3333	0,7599	0,9919
0,4	0,9199	1,056
0,4667	1,064	1,08
0,5333	1,208	1,064
0,6	1,36	0,9919
0,6667	1,504	0,8879
0,7333	1,672	0,7279
0,8	1,808	0,5519
0,8667	1,96	0,288
0,9333	2,104	0,03999

Travail :

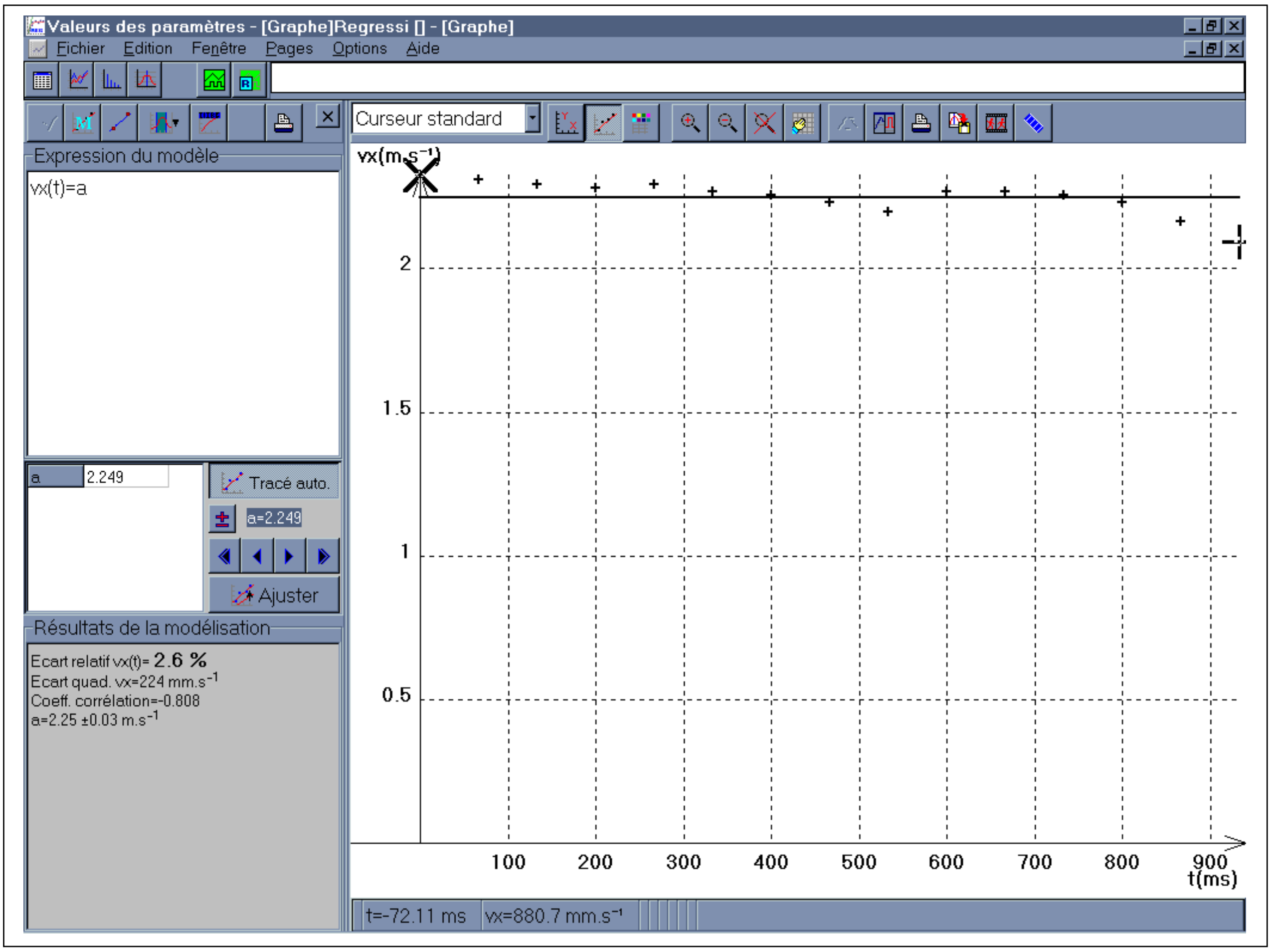
1. Faire tracer x(t) puis modéliser :



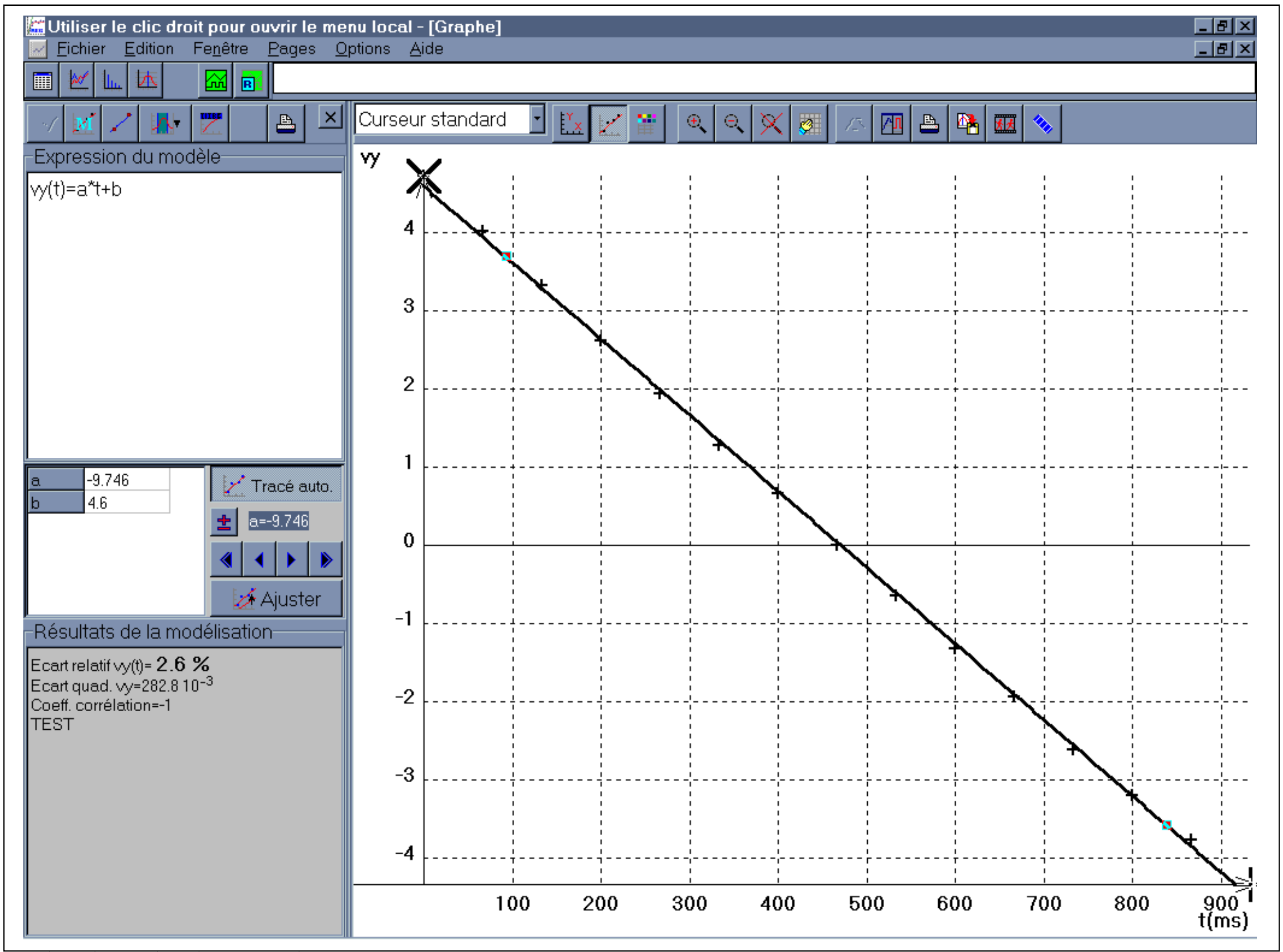
2. Faire tracer y(t) puis modéliser :



3. Faire calculer vx(t), faire tracer vx(t) puis modéliser :



4. Faire calculer vy(t), faire tracer vy(t) puis modéliser :



5. Déduire des deux derniers graphes ax et ay :

- v_x est constant donc $a_x = 0$
- v_y est une fonction affine du temps donc $a_y = -9{,}75 = -a$

6. Déduire v_{0x} et v_{0y} les projections du vecteur vitesse à l'instant initial.

Par intégration de a_x et a_y on obtient :

- $v_x = v_{0x}$ en identifiant à la modélisation on a : $v_{0x} = 2{,}25$
- $v_y = -a \cdot t + v_{0y}$ en identifiant à la modélisation on a : v_{0y} = **4,6**

7. Calculer v_0 et l'angle α que fait le vecteur $\vec{v}_0$ avec l'axe horizontal.

- $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = 5{,}12\, m.s^{-1}$
- $tg\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}}$ d'où $\alpha = tg^{-1}(\dfrac{v_{0y}}{v_{0x}}) = 64°$

8. Déterminer la nature du mouvement avant et après le sommet.

On a : $\vec{a} \cdot \vec{v} = a_x \cdot v_x + a_y \cdot v_y = a_y \cdot v_y$

Avant le sommet $a_y < 0$ et $v_y > 0$ $donc$ $a_y \cdot v_y < 0$ le mouvement est retardé.

Après le sommet $a_y < 0$ et $v_y < 0$ $donc$ $a_y \cdot v_y > 0$ le mouvement est accéléré.

9. Que vaut la vitesse au sommet ?

Au sommet $v_y = 0$

$v_s = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha = 2{,}25\ m.s^{-1}$

10. Déterminer les équations horaires du mouvement. Vérifier avec les modélisations.

Par intégration de v_x et v_y on obtient :

- $x = v_{0x} \cdot t + x_0$ $\quad$ x_0 est l'abscisse à l'instant initial, ici $x_0 = 0$ $\quad$ $x = v_{0x} \cdot t$ (1)
- $y = -\dfrac{a \cdot t^2}{2} + v_{0y} \cdot t + y_0$ $\quad$ y_0 est ordonnée à l'instant initial, ici $y_0 = 0$ $\quad$ $y = -\dfrac{a \cdot t^2}{2} + v_{0y} \cdot t$ (2)

$$\boxed{\begin{array}{l} x = v_{0x} \cdot t \ \ (1) \\ y = -\dfrac{a \cdot t^2}{2} + v_{0y} \cdot t \ \ (2) \end{array}}$$

Equations horaires du mouvement

On peut vérifier les valeurs de a, v_{0x}, v_{0y} en identifiant dans les modélisations du 1) et du 2)

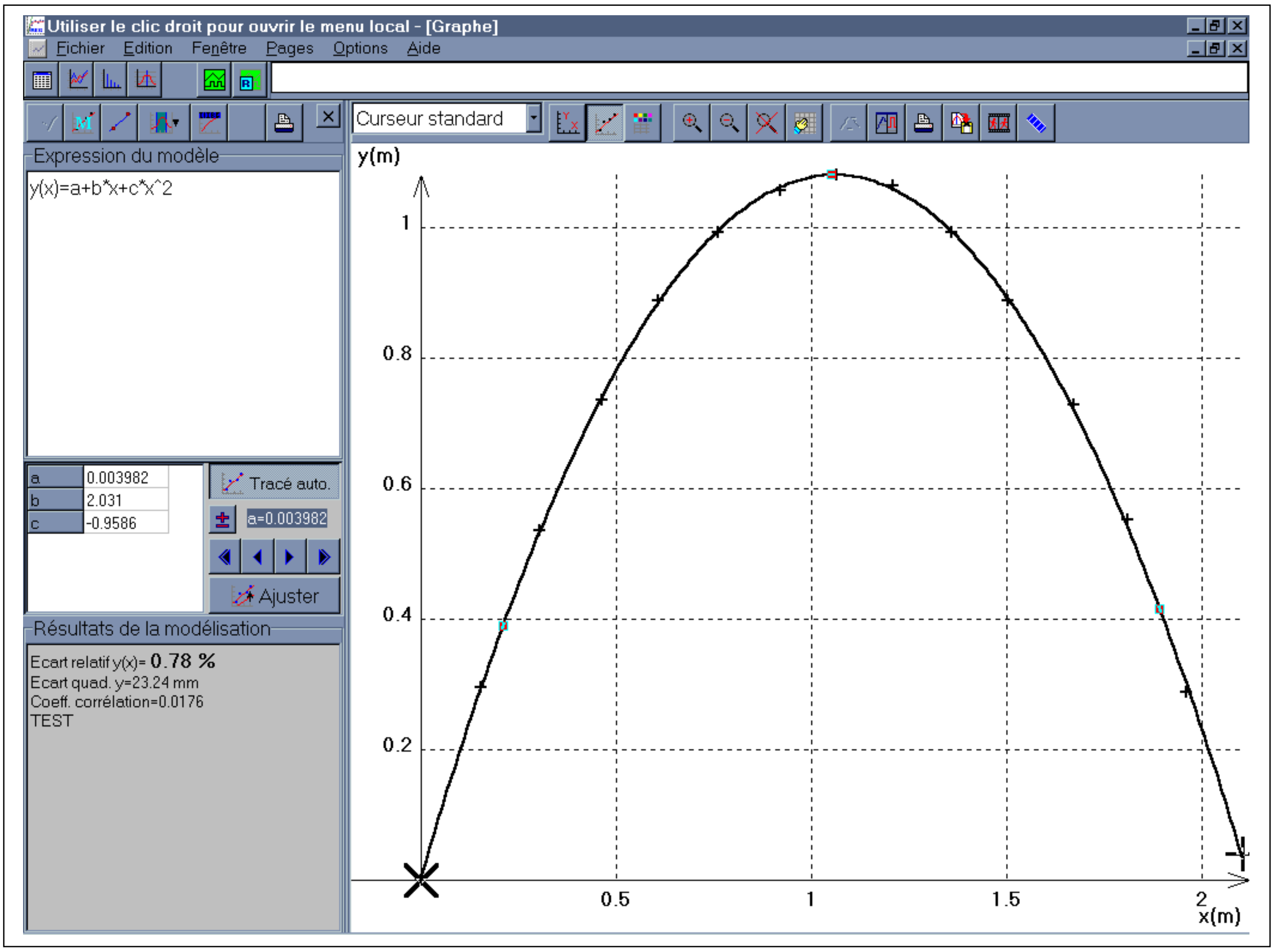
11. Déterminer l'équation de la trajectoire.

- on a d'après (1) $t = \dfrac{x}{v_{0x}}$
- en reportant dans (2) $y = -\dfrac{a}{2 \cdot v_{0x}^2} \cdot x^2 + \left(\dfrac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) \cdot x$ $\quad$ avec $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$ et $tg\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}}$

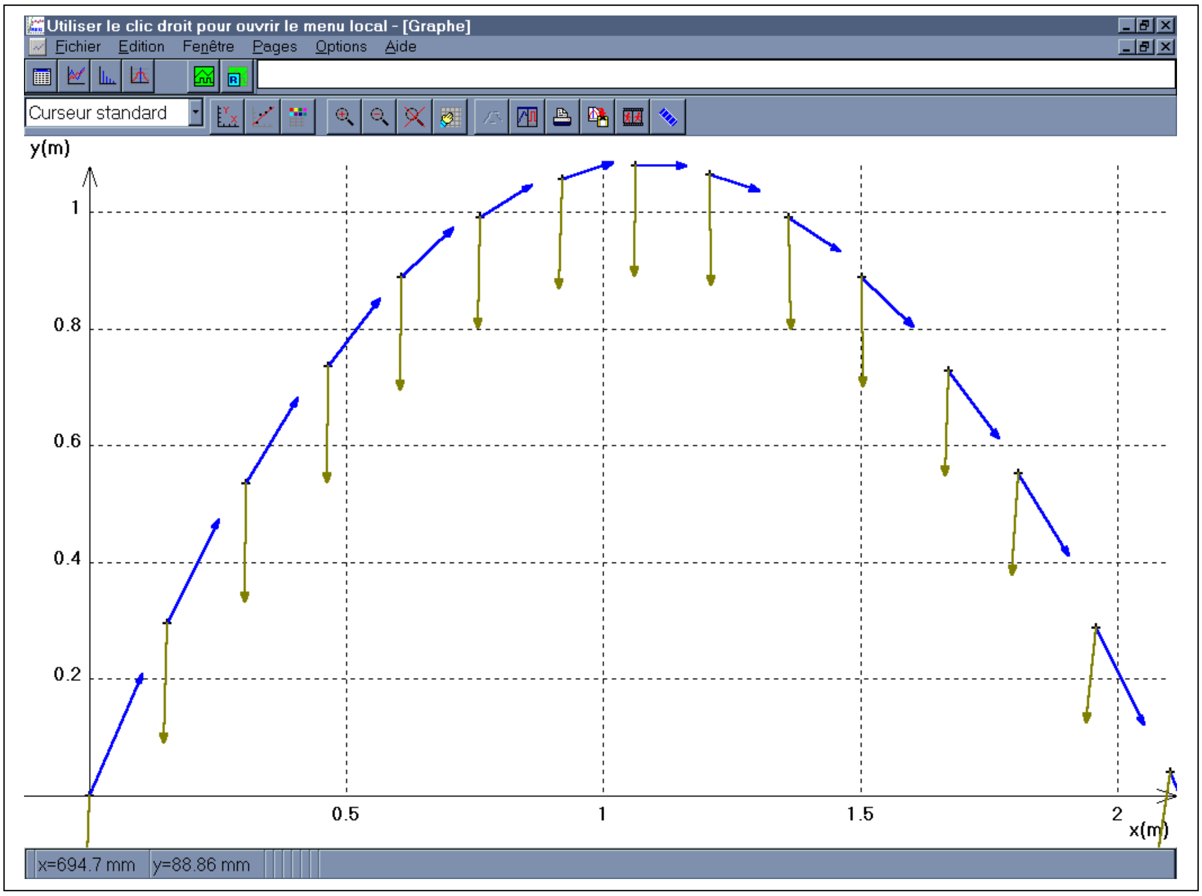
On obtient l'équation de la trajectoire : $\boxed{y = -\dfrac{a}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + tg\alpha \cdot x}$

12. Déterminer l'équation numérique de la trajectoire et vérifier avec la modélisation.

$y = -0{,}96 \cdot x^2 + 2{,}05 \cdot x$ d'après les données obtenues plus haut.



13. <u>Faire tracer les vecteurs vitesse et accélération. Est-ce cohérent avec ce qui précède ?</u>



Le vecteur vitesse est bien tangent à la trajectoire et le vecteur accélération est bien vertical, constant et dirigé vers le bas.